

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

**Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear (Física Atómica
y Astrofísica)**



TESIS DOCTORAL

**Desarrollo de una metodología teórico-experimental de
caracterización de invernaderos**

TESIS DOCTORAL

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Elena Palomo del Barrio

Director:

José Doria Rico

Madrid, 2002

ISBN: 978-84-669-0447-6

© Elena Palomo del Barrio, 1992

7493221

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS
QUE PRESENTA:

Elena Palomo del Barrio



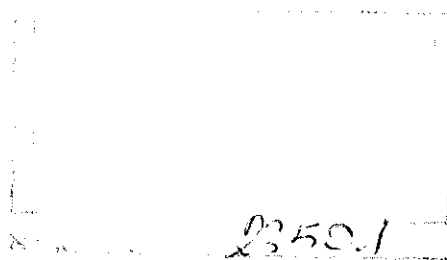
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5314280642

DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA TEÓRICO EXPERIMENTAL DE CARACTERIZACIÓN DE INVERNADEROS

DIRECTOR: PROF. D. JOSÉ DORIA RICO



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

(Septiembre, 1992)

A mis padres, Luisa y José Luis

Agradecimientos

Este trabajo de tesis doctoral se realizó, bajo la dirección del Prof. Dr. José Doria Rico, en el Grupo de Energía Solar de la Facultad de Físicas de la U.C.M, al que pertenecí durante algunos años.

Guardo muy buenos recuerdos de mi estancia en este grupo: el vino de Rueda, el café del Prof. Domingo Guinea, las galletas con matequilla de las once, las sardinas al soplete, etc. Sin embargo, ninguno es comparable al de mis compañeros, muchos de los cuales, hoy amigos, contribuyeron, no sólo a hacer deliciosa mi estancia, sino a que detrás de estas páginas hoy pueda haber un trabajo de tesis doctoral.

Aunque no es mucho, quiero expresarles mi gratitud a todos ellos, en particular, a la Dra. M. Cruz de Andrés, quien soportó mis más profundos desalientos y tuvo la paciencia de seguir sin pestañear, durante tardes interminables, parte de las disquisiciones científicas que condujeron a dar forma al trabajo que hoy presento.

Aunque, como ya he dicho, muchos fueron los que hicieron posible este trabajo, si alguien ha sido una constante positiva y una pieza clave en la orientación y el desarrollo de esta tesis, éste es el Prof. José Doria Rico, del que he aprendido, entre otras muchas cosas, a conciliar el mundo del papel con el del termopar.

Como, aunque magra, como, hace ya algunos años que cambié mi oficio en la Facultad por un puesto de trabajo en el IER-CIEMAT, donde hoy trabajo. Esto fue un frenazo para la tesis que, sin embargo, compensaron otras cosas. Buceé por otras ramas del saber y conocí a mis actuales compañeros de trabajo, quienes en estos últimos meses de redacción y edición de la tesis se han volcado en ayudarme. Félix M. Téllez Sufrategui, José Ignacio Ajona Maeztu y Ester Rojas han resultado excelentes censores, correctores, mecanógrafos, dibujantes y editores.

Aunque no está vinculado a mí por lazos profesionales, sino de sangre, quiero agradecer a Federico Palomo del Barrio su continua colaboración. Primero fue una pieza clave en las ingratas tareas agrícolas y de mantenimiento del prototipo experimental; y hoy imprescindible en la fase de edición, revisión y redacción.

Dicho todo lo anterior, sólo me resta por añadir que no es justo que, después de tantos sabores y sinsabores compartidos, sea yo sola la que hoy, si llega el caso, se doctore.

Contenido

INTRODUCCION

PARTE I: MICROCLIMA DEL INVERNADERO: MODELOS PARA LA SIMULACION, LA PREDICCION Y EL CONTROL.

CAPITULO 1. Antecedentes y Objetivos.

1.1. Efecto invernadero.	1.1
1.2. Tiempo y clima del invernadero.	1.1
1.3. Los modelos matemáticos como una necesidad.	1.2
1.4. Formas de construir un modelo: Modelización .vs. Identificación.	1.3
1.4.1. Proceso directo o Modelización.	1.4
1.4.2. Proceso inverso o Identificación.	1.5
1.4.3. Modelización .vs. Identificación.	1.6
1.5. Antecedentes: Modelos del clima de los invernaderos.	1.7
1.5.1. Complejidad del problema.	1.7
1.5.2. Evolución histórica de los modelos.	1.8
1.5.3. Estado de la cuestión.	1.9
1.5.4. Líneas futuras de interés.	1.13
1.6. Planteamiento, límites, objetivos y estructura de este trabajo.	1.14

PARTE II. ANALISIS FISICO-MATEMATICO. FENOMENOS, ACOPLAMIENTOS Y MODELOS DE DESCRIPCION.

CAPITULO 2. El Sistema

CAPITULO 3. Procesos Físicos de mayor Relevancia.

3.1. Absorción y penetración de la radiación solar.	3.1
3.1.1. Irradiancia solar sobre la placa vegetación-suelo.	3.2
3.1.2. Variabilidad temporal de la transmitancia efectiva del sistema.	3.6
3.1.3. Análisis experimental.	3.6
3.2. Intercambios radiativos en el infrarrojo térmico.	3.10
3.2.1. Modelo de intercambios radiativos.	3.10
3.2.2. Linearización de flujos radiativos. Coeficientes de transporte.	3.13
3.2.3. Análisis experimental.	3.14
3.3. Flujos convectivos de calor.	3.19
3.3.1. Flujos de transporte difusivo-convectivo.	3.19
3.3.2. Transporte convectivo de calor entre la vegetación y el aire.	3.21
3.3.3. Transporte convectivo de calor entre la cubierta y su entorno.	3.23
3.4. Transpiración.	3.26
3.4.1. Flujo de transpiración.	3.26

3.4.2. Resistencia interna.	3.29
3.4.3. Análisis experimental.	3.34
3.5. Almacenamiento térmico en suelo.	3.40
3.5.1. Flujos de transporte de agua y calor en suelos.	3.40
3.5.2. Ecuaciones de conservación.	3.41
3.5.3. Flujo de calor superficial. Hipótesis de uniformidad.	3.41
3.6. Resumen y conclusiones.	3.44

CAPITULO 4. Modelos de Referencia.

4.1. Introducción.	4.1
4.2. Formalismo del análisis modal.	4.3
4.2.1. Hipótesis y terminología.	4.3
4.2.2. Ecuaciones de conservación.	4.4
4.2.3. El campo térmico.	4.5
4.2.4. La base modal.	4.6
4.2.5. Discretización espacial del continuo.	4.6
4.2.6. Interés de la representación modal.	4.8
4.3. Principios de la síntesis modal.	4.9
4.3.1. Yuxtaposición.	4.9
4.3.2. Conexión.	4.10
4.3.3. Ensamblado.	4.10
4.3.4. Reconstitución de la forma modal.	4.11
4.4. Problemas de síntesis modal que serán abordados en este trabajo.	4.11
4.5. Acoplamiento convectivo entre subsistemas masivos y el aire.	4.12
4.5.1. El sistema.	4.12
4.5.2. Modelos locales.	4.12
4.5.3. Condiciones de acoplamiento físico entre elementos.	4.13
4.5.4. Ecuación de conexión sin circulación forzada de aire.	4.14
4.5.5. Ecuaciones de conexión con circulación forzada de aire.	4.17
4.5.6. Modelo modal de síntesis y variables de observación.	4.20
4.6. Síntesis modal con acoplamientos no lineales.	4.22
4.6.1. El sistema.	4.22
4.6.2. Flujos de transporte no lineales.	4.22
4.6.3. Modelos locales y modelos de yuxtaposición.	4.26
4.6.4. Ecuaciones de conexión sin movimiento forzado de aire.	4.27
4.6.5. Ecuaciones de conexión con movimiento forzado de aire.	4.28
4.6.6. Modelo modal de síntesis reconstituido y variables de observación.	4.29
4.7. Resumen y conclusiones.	4.32
4.7.1. El sistema.	4.32
4.7.2. Procedimiento de análisis y representación adoptado.	4.32
4.7.3. Modelos modales de síntesis.	4.33
4.7.4. Ventajas del método de representación propuesto.	4.34

CAPITULO 5. El Invernadero como Colector Solar.

5.1. Introducción.	5.1
5.2. El sistema.	5.1
5.3. Colectores solares térmicos.	5.2
5.4. Análisis del régimen deslizante: El invernadero como colector solar sin inercia térmica.	5.5
5.4.1. Nomenclatura.	5.5

5.4.2. Ecuaciones de balance energético en aire.	5.5
5.4.3. Ecuaciones del calor útil referidas a la temperatura y humedad específica medias del aire del invernadero.	5.7
5.4.4. Temperatura y humedad específica de estancamiento.	5.8
5.4.5. Perfiles longitudinales de temperatura y humedad específica del aire.	5.9
5.4.6. Ecuaciones del calor útil referidas a la temperatura y humedad específica del aire de entrada.	5.12
5.4.7. Análisis de no linealidades. Rendimiento del invernadero como colector solar.	5.13
5.4.8. Errores provenientes de la linearización de los términos de diferencias de concentraciones de vapor.	5.19
5.5. Análisis del régimen variable: El invernadero como colector solar con inercia térmica.	5.19
5.5.1. El término deslizante del vector de observación.	5.21
5.5.2. El término dinámico del vector de observación.	5.23
5.5.3. Modelo modal de síntesis del invernadero.	5.23
5.6. Parámetros característicos del invernadero como colector solar.	5.24

CAPITULO 6. Modelos Derivados para la Identificación.

6.1. Discretización temporal de la ecuación de estado del modelo modal del invernadero.	6.2
6.1.1. Modelo variable de estado de tiempo continuo.	6.2
6.1.2. Solución general de la ecuación de estado.	6.2
6.1.3. Modelo modal en tiempo discreto.	6.3
6.2. Paso del modelo en variable de estado al modelo de función de transferencia.	6.4
6.2.1. El operador "q".	6.4
6.2.2. Función de transferencia del modelo modal.	6.4
6.2.3. Análisis de las relaciones de órdenes en la representación externa.	6.4
6.3. Interpretación física de las entidades matemáticas de la representación externa.	6.8

PARTE III. ANALISIS EXPERIMENTAL E INFERENCIA DE MODELOS.

CAPITULO 7. El Prototipo Experimental y los Experimentos.

7.1. Descripción del prototipo experimental.	7.1
7.2. Instrumentación.	7.4
7.2.1. Irradiancia solar.	7.4
7.2.2. Temperatura.	7.4
7.2.3. Humedad específica.	7.7
7.2.4. Velocidad de viento.	7.8
7.2.5. Caudal másico de aire.	7.9
7.3. Experiencias diseñadas.	7.11
7.3.1. Variables de entrada y salida.	7.12
7.3.2. Frecuencia de medida y duración del experimento.	7.13
7.3.3. Experimentos realizados.	

CAPITULO 8. Metodología de Análisis y de Inferencia de Modelos.

8.1. Descripción general.	8.1
8.2. Acondicionamiento de señales.	8.3
8.2.1. Errores ocasionales.	8.3
8.2.2. Análisis de componentes principales.	8.3

8.2.3. Perturbaciones de baja frecuencia.	8.6
8.2.4. Modificación del discretizado temporal.	8.7
8.2.5. Reducción del ruido.	8.8
8.2.6. Incertidumbre en las señales de salida.	8.8
8.3. Análisis no paramétrico.	8.9
8.3.1. Medias y covarianzas.	8.10
8.3.2. Análisis espectral.	8.10
8.3.3. No linealidades y variabilidad temporal.	8.16
8.4. Caracterización formal de los modelos.	8.20
8.4.1. El sistema: Entradas, salidas y perturbaciones.	8.20
8.4.2. Clasificación de los modelos.	8.21
8.4.3. El conjunto de modelos, las estructuras y los modelos particulares.	8.22
8.4.4. Estructuras paramétricas lineales e invariantes respecto al tiempo.	8.22
8.4.5. Estructuras paramétricas lineales variables respecto al tiempo.	8.22
8.4.6. Estructuras paramétricas no lineales.	8.26
8.4.7. Entradas, salidas y parámetros característicos del invernadero.	8.27
8.5. Métodos de estimación.	8.27
8.5.1. Métodos de predicción de error (PEM).	8.28
8.6. Comparación y validación de modelos.	8.30
8.6.1. Capacidad de reproducir la realidad observada.	8.30
8.6.2. Calidad de los parámetros matemáticos.	8.30
8.6.3. Calidad de los parámetros físicos.	8.34
8.6.4. Complejidad y adecuación al uso previsto.	8.34
8.7. Estructura secuencial del análisis paramétrico.	8.34
8.8. Ejemplo de aplicación de la metodología de inferencia y validación de modelos.	8.35
8.8.1. El experimento.	8.35
8.8.2. Análisis preliminar del orden y de los desfases.	8.35
8.8.3. El conjunto de modelos.	8.36
8.8.4. Modelos particulares.	8.37
8.8.5. Comparación de modelos en términos de criterio.	8.37
8.8.6. Análisis de identificabilidad.	8.38
8.8.7. Análisis de los parámetros físicos.	8.38
8.8.8. Análisis de la función de transferencia.	8.39
8.8.9. Análisis de residuos.	8.39
8.8.10. Simulación y validación cruzada.	8.41
8.8.11. Carácter no estacionario de las perturbaciones.	8.42
8.8.12. Análisis de variabilidad temporal del sistema.	8.44
8.8.13. Resumen y contenidos.	8.46
8.9. Software utilizado.	8.46

CAPITULO 9. Resultados Experimentales.

9.1. El invernadero sin vegetación y con circulación forzada de aire.	9.1
9.1.1. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.	9.2
9.1.2. Análisis espectral.	9.5
9.1.3. Estructuras paramétricas analizadas.	9.8
9.1.4. Estructuras paramétricas de tipo OE. (Modelos de simulación).	9.8
9.1.5. Estructuras paramétricas de tipo ARMAX.	9.11
9.1.6. Estructuras paramétricas de tipo BJ.	9.12
9.1.7. Resumen y conclusiones.	9.17
9.2. El invernadero sin vegetación y sin circulación forzada de aire.	9.21

9.2.1. Análisis no paramétrico.	9.21
9.2.2. Análisis paramétrico.	9.23
9.2.3. Resumen y conclusiones.	9.25
9.3. El invernadero con vegetación y circulación forzada de aire.	9.27
9.3.1. Descripción general.	9.27
9.3.2. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.	9.29
9.3.3. Significado de los parámetros estáticos del sistema.	9.30
9.3.4. Análisis espectral.	9.37
9.3.5. Análisis paramétrico.	9.41
9.4. Resumen y conclusiones	9.41

CONCLUSIONES.

BIBLIOGRAFIA.

APENDICE I. Algunos Conceptos Estadísticos.

APENDICE II. Algunos Tests Estadísticos.

Introducción

El presente trabajo versa sobre la identificación de modelos dinámicos de descripción del microclima de los invernaderos. Si tuviésemos que determinar dos áreas de trabajo en las que enmarcarlo, éstas serían:

- * Microclima de los Invernaderos
- * Identificación de Sistemas Dinámicos

Su estructura presenta un corte claramente clásico. Consta de tres partes: Una primera de antecedentes y objetivos, una segunda de análisis físico-matemático del proceso en estudio, y una tercera de análisis experimental.

La primera parte contiene un único capítulo (Cap.1), donde se exponen las causas que nos indujeron a plantear nuestro estudio dentro del campo de la identificación y donde se definen los límites y objetivos del mismo.

Una vez determinado el marco de trabajo, el esquema de la tesis se ha adaptado a las entidades básicas del proceso de identificación. Estas son tres:

- a) Los datos, provenientes del experimento realizado sobre el objeto en estudio.
- b) Los modelos que se contemplan como candidatos a representar la realidad observada.
- c) El procedimiento de ajuste, mediante el cual se selecciona el modelo del conjunto que mejor describe lo observado y que mejor se adecúa a nuestros propósitos.

Todo el proceso de la identificación está afectado de cierto subjetivismo y tiene un carácter iterativo. Si finalizada la fase c), el modelo identificado no satisface los requisitos fundamentales de:

- describir adecuadamente los fenómenos observados
- mantener una coherencia entre precisión, complejidad del modelo y objetivos
- ser estrictamente identificable sobre el conjunto de datos

tendremos que volver a replantear el experimento o a redefinir el conjunto de modelos. Normalmente, la fase más conflictiva de todo el proceso es la de selección de este conjunto. Nótese que el uso posterior previsto para los modelos contruidos por la vía indirecta, así como el propio experimento, con un contenido limitado de información, imponen una simplicidad y una dimensión al modelo que pueden chocar con la complejidad y dimensión infinita del proceso analizado. Por tanto, el conocimiento que "a priori" tengamos de la naturaleza de este último, de su estructura interna, etc., será esencial para llegar a proponer un conjunto de modelos que permita reducir sustancialmente el número de iteraciones requeridas para converger a la solución de nuestro problema.

Por esta razón, la parte 2 del trabajo se dedicará al análisis físico-matemático del proceso en estudio. En el capítulo 2 introducimos el sistema, proponiendo su descomposición en cuatro subsistemas básicos: la cubierta, la vegetación, el suelo y el aire. El capítulo 3 tratará el análisis de la naturaleza y la descripción de los fenómenos físicos que contribuyen de forma relevante a conformar el microclima del invernadero, analizándose los procesos de:

- Absorción y penetración de la radiación solar en el sistema.
- Intercambios radiativos en el infrarrojo térmico.
- Transporte convectivo de calor.
- Transpiración.
- Almacenamiento térmico en el suelo.

Una de nuestras mayores preocupaciones en el desarrollo de este capítulo será la localización de las fuentes de no linealidad y de variabilidad temporal asociadas a dichos procesos. La naturaleza, lineal/no lineal, invariable/variable, del modelo de representación del microclima del invernadero es un asunto clave en el proceso de identificación.

Los resultados provenientes del capítulo 3, nos han llevado a considerar el invernadero como un sistema constituido por un conjunto de subdominios (sólidos y fluidos) en cuyo interior podemos suponer que las propiedades termofísicas y mecánicas son invariables e independientes de la temperatura, que, sin embargo, se acoplan dinámicamente entre sí por medio de flujos de transporte radiativo-convectivos de carácter no lineal.

Conocidas las leyes físicas que gobiernan la evolución de los distintos procesos considerados, la cuestión que a continuación se nos plantea es cómo integrar estas leyes en una única representación del sistema en su conjunto, que permita la posterior derivación de estructuras matemáticas adecuadas para la identificación. Así surge el capítulo 4. Es bien sabido que un mismo objeto real admite diversas concepciones y representaciones que, aunque procuren igual calidad a la hora de reproducir el comportamiento dinámico del sistema, tendrán diferentes grados y campos utilidad. Pensando en el proceso posterior de derivación de estructuras adecuadas para la identificación, a la representación buscada le exigiremos:

- que sea especialmente indicada para el análisis de sistemas.
- que en todo momento procure una visión clara de la estructura interna y de los acoplamientos del sistema.
- que permita la reducción sistemática y formal de la dimensión.

De este modo, daremos con el método modal y el método de síntesis modal. Sin embargo, en el estado de desarrollo en que los encontramos, estos métodos sólo son de aplicación a sistemas lineales. Será, por tanto, necesaria su extensión al caso de sistemas no lineales de características similares a las del invernadero. Se ha demostrado que existe un modelo modal de síntesis para sistemas con subdominios lineales e invariables en el tiempo y acoplamientos no lineales entre sus partes.

En el capítulo 5 aplicamos lo desarrollado en el anterior al sistema particular de nuestro interés: el invernadero. El nombre dado al capítulo ("El Invernadero como Colector Solar"), atiende a dos razones. En primer lugar, existía toda una teoría para colectores solares térmicos convectivos, especialmente orientada hacia la caracterización empírica de los mismos, cuya extensión al invernadero reunía un gran atractivo. De otra parte, es bien sabido que, en muchas ocasiones, el excedente de entalpía que produce el invernadero durante el día puede ser almacenado y utilizado durante la noche como aporte de calefacción. En estas circunstancias, es claro que el invernadero juega el papel de colector solar en el sistema completo {invernadero-almacenador}, resultando interesante disponer de su caracterización como tal de cara al diseño y dimensionado del almacenador.

Así pues, al aplicar lo desarrollado en el capítulo 4 al caso de un invernadero, intentamos compatibilizar la representación modal adoptada con la teoría de colectores solares térmicos. Nótese que frente a los colectores convencionales, el invernadero presenta dos características muy singulares: a) su inercia térmica no es despreciable; b) gran parte de la energía solar absorbida por el sistema se transfiere al fluido caloportador (aire) como energía de cambio de fase. Por ambas razones, tal cual está formulada, la teoría existente sobre colectores solares térmicos no será de inmediata aplicación al caso del invernadero.

De este capítulo 5 resulta un modelo modal dinámico de evolución de estado térmico y de humedad del aire del invernadero y la caracterización, en términos de un conjunto reducido de parámetros - estáticos y dinámicos - del funcionamiento del invernadero como colector solar.

Llegado este punto, por razones de naturaleza estadística, estrechamente ligadas al proceso de identificación propiamente dicho, nos interesará dar un paso más en la simplificación de la estructura matemática de representación del proceso hasta aquí deducida. Es el capítulo 6 el que contempla el paso de los modelos modales, tanto lineales como no lineales, a los modelos denominados de caja negra o representaciones externas que serían finalmente empleados en el proceso de identificación.

Concluidos los capítulos 2 a 6, nos consideraremos en posesión de un conjunto adecuado de modelos, firmes

candidatos a representar el proceso en estudio, y comenzaremos la fase experimental y la fase de identificación propiamente dicha, la parte 3 de este trabajo.

En el capítulo 7, describiremos el prototipo experimental de invernadero utilizado en nuestros experimentos, la instrumentación de que dispusimos, y los distintos tipos de ensayos realizados sobre el mismo.

El capítulo 8 es quizás el más significativo de esta parte. En él se establece y se describe la metodología a seguir para conseguir el modelo particular del conjunto que, representando adecuadamente la realidad observada, mejor satisfaga nuestros objetivos. En dicha metodología diferenciamos tres fases:

- 1) Acondicionamiento previo de las señales puestas en juego. Es un primer paso includible cuyo desarrollo puede tener un efecto notable sobre la calidad de los análisis subsiguientes. Aquí se abordan temas tales como la detección de errores ocasionales de medida, la detección y eliminación de perturbaciones de alta y baja frecuencia, la modificación del tiempo de muestreo y la estimación de la incertidumbre asociada a las medidas.
- 2) Análisis no paramétrico. El fundamento de esta fase reside en el análisis espectral de las señales puestas en juego y en el análisis del régimen estático de funcionamiento del invernadero. Constituye una primera aproximación al conocimiento de la naturaleza y de las características dinámicas más sobresalientes del proceso en estudio, y se utiliza para orientar la fase siguiente de análisis.
- 3) Análisis paramétrico. Esta fase es realmente el corazón de la identificación. En ella se especifica el conjunto de modelos candidatos a representar lo observado, se selecciona el método de estimación a aplicar sobre el binomio {modelo-datos}, y, finalmente, se procede a la validación del modelo particular resultante de la fase de ajuste.

Cuantas herramientas estadísticas son precisas para cumplimentar estas tres fases de análisis vienen descritas en este capítulo 8, haciendo hincapié en sus limitaciones de uso y en la forma secuencial en que pueda resultar más interesante el combinarlas para que, al término del análisis, estemos en condiciones de pronunciarnos sobre:

- la dimensión y complejidad máxima que el binomio {sistema-experimento} permite identificar.
- la calidad del modelo de sistema adoptado con la dimensión máxima identificable.
- la forma más conveniente de tener en cuenta las perturbaciones que afectan al sistema, dependiendo del uso posterior que se vaya a hacer del modelo.

Finalmente, el capítulo 9 recoge los resultados obtenidos al aplicar cuanto hemos desarrollado en este trabajo a los datos provenientes de los experimentos realizados.

PARTE I

MICROCLIMA DEL INVERNADERO

**Modelos para la Simulación,
la Predicción y el Control**

CAPITULO 1

Antecedentes y Objetivos

1.1. EFECTO INVERNADERO

De forma algo imprecisa, pero válida al efecto que nos proponemos, podríamos decir que un invernadero es una superficie real cerrada, parcialmente transparente a la radiación solar, que confina total o parcialmente una determinada región de la atmósfera. Esta configuración es la que determina lo que se conoce con el nombre de efecto invernadero. De una parte, imprime de forma natural importantes modificaciones al microclima del cultivo y, de otra, ofrece la posibilidad de intervenir directa y artificialmente sobre el mismo a través de prácticas hoy habituales como son las de calefacción, refrigeración, humidificación del aire, inyección de anhídrido carbónico, etc.... y otras que, al igual que las primeras, serían inviables de no concurrir la circunstancia de confinamiento atmosférico arriba expresada.

Los mecanismos responsables de las diferencias climáticas que se establecen espontáneamente entre los ambientes interior y exterior del invernadero son básicamente dos y giran en torno a la cubierta del sistema, en tanto en cuanto ésta es capaz de mediatizar los procesos de transporte de materia y energía que se desarrollan entre el cultivo y su entorno. Al ser sólo parcialmente transparente en los rangos de longitudes de onda corta ($2-3 \mu\text{m}$) y larga ($3-60 \mu\text{m}$) del espectro electromagnético, la cubierta reduce la captación de radiación solar y retarda o amortigua las pérdidas de energía radiante de la vegetación en el infrarrojo térmico. El segundo mecanismo aparece asociado al carácter de atmósfera confinada que la cubierta imprime al entorno del cultivo. El transporte convectivo-difusivo de materia y energía se ve sensiblemente aminorado, circunstancia que se concreta en una disminución de la velocidad del aire dentro del sistema, con repercusión directa en la dinámica de la masa vegetal, y en una reducción sustancial de renovación del mismo, con efectos directos sobre el clima global del invernadero e indirectos sobre el microclima del cultivo.

Contrariamente a la tesis mantenida durante mucho tiempo de que el primero de los mecanismos mencionados, el radiativo, es el principal factor del denominado "efecto invernadero", ya en 1.963, Businguer pone de manifiesto la preponderancia del segundo sobre el primero en la conformación de tal efecto.

1.2. TIEMPO Y CLIMA DEL INVERNADERO

En meteorología se denomina "tiempo" al conjunto de valores adoptados por las magnitudes físicas que, en un momento y lugar determinado, caracterizan el estado atmosférico; y se define el "clima" como la secuencia de valores más probables de dichas magnitudes en el curso de un año. Este último se considera invariable y característico de cada localidad y, a diferencia del primero, es un concepto estadístico al que no corresponde una realidad física concreta. Las magnitudes de referencia se denominan elementos meteorológicos y se consideran

factores los agentes que determinan el régimen vigente para cada uno de los mismos. No obstante, la distinción entre elementos y factores es bastante artificial y de fronteras resbaladizas.

Según se desprende de la bibliografía existente al respecto, el término "clima del invernadero" se utiliza por lo general para designar lo que la meteorología denominaría "tiempo del invernadero", e incluye magnitudes físicas asociadas no sólo a la atmósfera del mismo sino también a otros de sus elementos. Aunque su definición no es estricta, numerosos autores coinciden en presentarlo como un subconjunto de magnitudes que influyen de forma relevante en el crecimiento y desarrollo del cultivo, existiendo disparidad de criterios a la hora de concretar los elementos de tal subconjunto. En muchos de los casos, podríamos decir que se establece una identidad entre los conceptos de clima y estado del invernadero. Este último es el conjunto de magnitudes cuyos valores se precisa conocer en un instante de tiempo dado para caracterizar completamente el sistema en dicho instante. Contemplando al invernadero como un sistema termodinámico, abierto y de paredes diatermas, en cuya evolución o dinámica está implicado el transporte simultáneo de las tres propiedades extensivas fundamentales: materia, cantidad de movimiento y energía, su estado quedaría definido por el conjunto de variables intensivas que intervienen en las ecuaciones de transporte o conservación de las anteriormente citadas magnitudes.

Otro concepto de interés con el que nos encontramos frecuentemente, es el de clima medio espacial. En la realidad, el estado o clima del invernadero está definido de forma local, es decir, a través de campos o funciones de punto que representan la distribución espacial y temporal de las magnitudes que lo determinan. Es evidente, que tal distribución no es homogénea sino que existen gradientes no nulos de las magnitudes representadas, sin embargo, debido a que de otro modo los problemas de simulación, predicción y control serían prácticamente inabordables, se conviene en definir un estado o clima medio espacial del sistema en el que se supone una distribución homogénea por subsistemas (el suelo es una excepción) de los valores de las variables de estado. No obstante, en ocasiones será preciso distinguir zonas dentro de un mismo subsistema. Tal es el caso de la atmósfera del invernadero, donde el término macroclima hace referencia a toda la masa de aire encerrada en el sistema y el término microclima sólo a la que circunda al cultivo. El interés de esta distinción estriba en que una determinada modificación estructural en el invernadero, como puede ser la incorporación de una pantalla térmica o el uso de un sistema de calefacción a nivel de suelo, puede tener diferentes impactos micro y macroclimáticos, pudiendo incluso ocurrir que el microclima se modifique sustancialmente mientras que el macroclima permanezca inalterado.

El trabajo que sigue versa principalmente sobre el clima medio espacial de la atmósfera del invernadero. Nuestro interés se centrará en la evolución dinámica del estado térmico y de humedad de ésta.

1.3. LOS MODELOS MATEMATICOS COMO UNA NECESIDAD

Sean cuales fueran las causas del efecto invernadero que, como hemos visto se concreta en una diferenciación, espontánea o inducida, entre el clima dentro y fuera del sistema, la experiencia nos indica que dicho efecto redundará en la mejora de las condiciones para el crecimiento y desarrollo de numerosos cultivos. En consecuencia, el invernadero se ve revestido de un cierto atractivo económico que justifica sobradamente la ingente cantidad de estudios, tanto teóricos como experimentales, que se han realizado hasta la fecha en relación con el clima de estos sistemas.

"Grosso modo", desde un punto de vista práctico, se podría establecer como objetivo final de este campo de la investigación, hacia donde se han dirigido y se dirigen en mayor o menor medida todos los esfuerzos, el de diseñar y validar cuantas herramientas de trabajo sean precisas para conseguir:

a) En relación con el DISEÑO: Seleccionar aquel(los) diseño(s) que, en las distintas zonas microclimáticas, favorezca de forma pasiva la concurrencia de las condiciones ambientales de luz, temperatura, humedad relativa,

etc... requeridas por un determinado cultivo en sus diferentes fases de desarrollo y crecimiento.

b) En relación con la OPERACION: Definir la incidencia de determinadas prácticas, como son las de sombreo, riego, ventilación (natural o forzada), calefacción, refrigeración, inyección de anhídrido carbónico, etc..., sobre el clima medio espacial del invernadero a la par que sobre el microclima del cultivo; e identificar las estrategias de operación que permitan maximizar la eficacia de dichas prácticas.

c) En relación con el CONTROL: Definir la capacidad de regulación de un determinado sistema, determinar el conjunto de variables de control que maximice el binomio producto comercializado-coste y diseñar el control que mejor se adapte a los requerimientos previamente establecidos.

d) En relación con el DIAGNOSTICO: Detectar "in situ" fallos de funcionamiento del sistema y origen de los mismos, con un mínimo de requerimientos en lo relativo a instrumentación, en particular, y a experimentación, en general.

e) En relación con la CARACTERIZACION: Disponer de métodos rápidos y sencillos de evaluar el funcionamiento de los invernaderos ya construidos. Esto es, llegar a condensar los rasgos más sobresalientes del sistema en un conjunto mínimo de parámetros, de naturaleza física o fisico-matemática, cuya determinación no exija una experimentación ni costosa ni sofisticada.

Tal cometido lleva implícitas toda una serie de etapas intermedias que van desde el análisis de cuantos fenómenos físicos se desarrollan en el interior del invernadero (transporte de materia, energía y cantidad de movimiento) hasta la integración de todos ellos en una única representación que permita establecer de forma inequívoca las relaciones existentes entre las variables que excitan al sistema y las que describen su evolución dinámica. Surge pues la necesidad de construir modelos que permitan abordar las tareas de simulación, predicción y control requeridas por los objetivos arriba señalados.

Un modelo no es más que una idealización de un proceso real, cuya sofisticación depende de la complejidad del proceso que se intenta describir y de la profundidad con que haya de ser descrito dependiendo del uso posterior que se le vaya a dar. Una vez más el pragmatismo se impondrá al sentir filosófico de búsqueda de la verdad y un modelo será o no aceptado atendiendo a cuestiones prácticas de utilidad.

Para aplicaciones avanzadas, como son las que centran el interés en el campo de los invernaderos hoy, antes que modelos de tipo mental o intuitivo o modelos de tipo gráfico, los modelos matemáticos son los que acaparan la atención del ingeniero y del investigador. Se denomina modelo matemático a cualquier representación del proceso en términos de ecuaciones diferenciales o de diferencias, en tiempo continuo o discreto, estática o dinámica, microdinámica o macrodinámica, determinista o estocástica, lineal o no-lineal, etc...

1.4. FORMAS DE CONSTRUIR UN MODELO: MODELIZACION vs. IDENTIFICACION

Establecida la necesidad de los modelos matemáticos en relación con las tareas de simulación, predicción y control del clima de los invernaderos, se nos plantea ahora la cuestión de como proceder a la hora de su construcción. La discusión a este respecto, junto con el análisis del estado de la investigación en el campo de los invernaderos, relatado en el apartado siguiente, ha determinado sustancialmente el curso de este trabajo.

Existen, básicamente, dos formas de abordar la construcción de un modelo matemático: la vía que se conoce con el nombre de proceso directo o de modelización y la vía denominada inversa o de identificación.

1.4.1. Proceso directo o Modelización.

Podríamos decir que ésta es una aproximación analítica a la construcción de un modelo, en el sentido de que no requiere, en principio, de la experimentación. Se suponen conocidas y bien establecidas las leyes físicas por las que se rigen los fenómenos que conforman el proceso bajo estudio, y son utilizadas para describir la evolución dinámica del mismo. Por considerarla oportuna e ilustrativa, reproducimos aquí la estructura de cinco capas (fig.1.1) que propone el grupo ALMETH (Dubois, 1991) para una descripción efectiva del proceso de modelización.

El primer paso del proceso se sitúa en el llamado "mundo técnico" (TECNHOS), donde

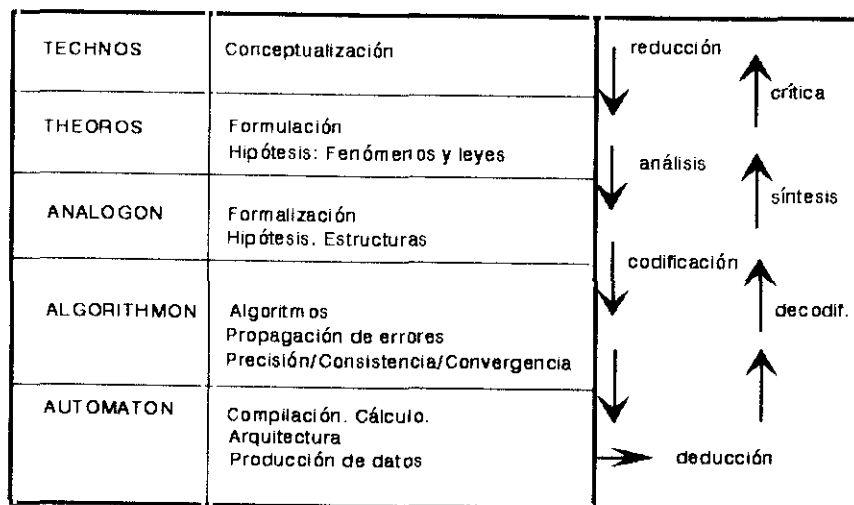


Fig. 1.1. Operaciones del proceso de modelización (Dubois, 1991)

se conceptualiza el proceso a analizar. Es aquí donde, por ejemplo, se especifican los componentes del sistema y los problemas técnicos a resolver.

Inmediatamente después nos encontramos con la denominada "capa teórica" (THEOROS), que guarda estrecha relación con el mundo de la física. Constituye el hilo conductor del proceso de modelización. En este punto comienza la construcción del modelo, esto es, la formalización del problema en lenguaje científico. Concluida esta fase, dispondremos de un modelo teóricamente constituido por:

- . Una definición geométrica y topológica de un dominio del espacio.
- . Una definición física del objeto, que se apoya en la descripción geométrica precedente. Es el conjunto de leyes de comportamiento y de parámetros característicos intrínsecos del objeto.
- . Condiciones de contorno que traducen el efecto del entorno sobre el objeto. Son el conjunto de leyes y parámetros característicos del objeto, de los objetos vecinos, del entorno y de sus interrelaciones.

La capa subsiguiente es la llamada "capa matemática" (ANALOGON), que constituye un paso más en la formalización del proceso. Los resultados de esta fase (modelo matemático) permitirán, de un lado, acceder a las soluciones del problema, y de otro, adquirir una primera comprensión cualitativa de los procesos, acoplamientos y estructuras involucradas en el problema considerado.

La "capa numérica" (ALGORITHMON) está dedicada a los métodos de cálculo que conducirán a soluciones numéricas explícitas. Originalmente, ésta fue una subcapa de la capa anterior. Sin embargo, en la actualidad, los métodos numéricos tienen suficiente entidad como para constituir un mundo a parte, a caballo entre las matemáticas

y la informática.

La capa más profunda, de cálculo y producción de datos, se denomina AUTOMATON.

El proceso de modelización es un continuo ir y venir desde las capas más superficiales a las más profundas, y viceversa. A medida que descendemos, desde el mundo técnico al de producción de datos, vamos sesgando y reduciendo la imagen del sistema original, a la par que consiguiendo mayor precisión y entendimiento del mismo. Sin embargo, bien es sabido que "una falta de precisión es un error y un exceso un semierror". Una precisión infinita puede alejarnos del problema original y, por lo tanto, modelizar será siempre un compromiso.

El camino ascendente es justo el reverso del anterior. En su trascurso se eligen, acoplan y agregan experiencia física, ecuaciones de conocimiento, métodos, algoritmos y subrutinas disponibles, para producir el tipo de información deseada y dar respuesta a las cuestiones técnicas planteadas.

1.4.2. Proceso inverso o Identificación.

El objetivo general de la identificación es la inferencia de modelos de sistemas dinámicos a partir de datos reales de su funcionamiento, y el análisis de sus propiedades. Es un área interdisciplinar que ha experimentado su máximo desarrollo en los ámbitos de la teoría de control moderno, del procesamiento de señales, de la estadística y del análisis de series temporales, así como en el de diversas áreas de aplicación (ej. procesos industriales).

El proceso de identificación (ver fig.1.2) comienza con el diseño y posterior ejecución de un experimento, en cuyo trascurso se observan y registran las señales que excitan al sistema y las de respuesta de éste, con la frecuencia previamente convenida y durante un periodo de tiempo dado. Una vez concluido el experimento, se intenta ajustar un modelo paramétrico a las secuencias de datos de entrada/salida observados. Antes de esto, será preciso prefijar la naturaleza (lineal/no-lineal, determinista/estocástico, ..), la dimensión (orden, número de parámetros libres, ..) y la estructura paramétrica del modelo a ajustar. Dicho de otro modo, será preciso especificar el denominado "conjunto de modelos", siendo esencial para ello el conocimiento previo que tengamos sobre el proceso real. A continuación entramos en la fase de ajuste. El llamado "conjunto de modelos" no es más que un modelo general dotado de un conjunto de parámetros libres, que permite describir al mismo tiempo objetos que difieren en las características asociadas a dichos parámetros, pero que son similares en lo restante (caracter, dimensión y estructura paramétrica). La fase de ajuste tiene por objeto obtener los valores de los parámetros libres correspondientes al objeto particular en estudio, esto es, obtener el modelo particular del conjunto que mejor describa la realidad observada. A tal fin, será preciso seleccionar algún método estadístico de estimación y aplicarlo sobre los

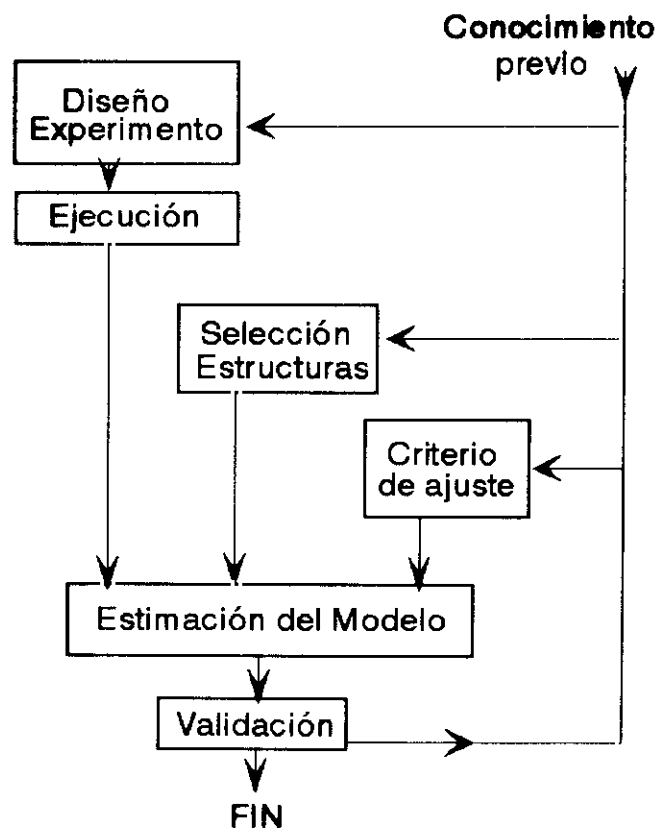


Fig.1.2. Esquema del proceso de identificación.

datos observados. Como muestra la figura 1.2, el proceso de estimación de la estructura y parámetros (de identificación en general) es iterativo. Tras haber seleccionado una primera estructura o tipo de modelo y haber estimado sus parámetros, el modelo particular resultante deberá ser validado. Si reproduce adecuadamente la realidad observada y se adecua a nuestros propósitos, daremos por finalizado el proceso de identificación. En caso contrario estaremos obligados a replantearlo.

Los resultados de la identificación estarán influenciados, al menos, por los siguientes factores:

- a) El sistema, que resulta de idealizar y conceptualizar la realidad física en estudio.
- b) El modelo de representación seleccionado.
- c) El método de estimación o ajuste, también llamado método de identificación.
- d) Las condiciones experimentales.

Mientras que a) es algo que nos viene en gran medida impuesto, a través de b), c) y d) podremos influir sobre la calidad de los resultados finales del proceso de identificación.

1.4.3. Modelización vs. Identificación.

El objetivo de la modelización puede ser muy variado. A menudo se plantea como una herramienta de ayuda a la concepción y al diseño. Otras veces se concibe como una herramienta de análisis orientada hacia una mejor comprensión de la realidad. Otras como un útil para la predicción/control o el diagnóstico de sistema existentes. Pueden idearse como herramientas de ayuda al diseño experimental o como herramientas de explotación de los experimentos ya realizados (explicación y entendimiento de los fenómenos observados). En ocasiones, por la complejidad o naturaleza del proceso en estudio, el conocimiento del propio modelo se transforma en el propósito principal.

El objetivo del modelo determinará en gran medida su nivel de complejidad. Siempre será deseable mantener una coherencia entre precisión, modelo y objetivo. No siempre lo más sofisticado y complejo será lo mejor. Los modelos obtenidos por un procedimiento directo son especialmente aptos para el comprensión, la concepción y el diseño. En contraste con éstos, los modelos obtenidos por la vía de la identificación presentan las siguientes características:

1. se construyen para un sistema determinado preexistente, por lo que son de uso muy limitado.
2. aún cuando satisfagan el requisito fundamental de describir al proceso adecuadamente, suelen procurar un entendimiento muy limitado del mismo.
3. son relativamente fáciles de construir y de usar. Un modelo construido por esta vía tendrá siempre una estructura mucho más simple que el correspondiente construido por un proceso directo.

Hasta aquí puede parecer que, salvo en lo referente a la facilidad de construcción y uso, el proceso inverso no presenta ventajas frente al directo. Sin embargo, dicha apreciación resulta ser absolutamente errónea, particularmente en el problema que nos ocupa. Si en lugar de ocuparnos de temas relativos al diseño estuviésemos interesados en aspectos concernientes a:

1. la operación, el diagnóstico o el control.
2. la explotación de experimentos: ¿Cuánta información y de qué naturaleza podemos extraer? ¿Qué podemos llegar a explicar acerca de los fenómenos observados? ¿Qué nivel de comprensión de los mismos es posible adquirir?
3. la propia inferencia de modelos, cuando la complejidad o naturaleza del proceso investigado cierra la vía directa.

nos encontraríamos ante problemas más propios del proceso inverso que del directo.

Podríamos pensar que tales asuntos pueden ser abordados a través de modelos contruídos por un proceso directo. Sin embargo, este camino presenta serias dificultades. No sólo es un procedimiento excesivamente laborioso y costoso para los menesteres arriba indicados, si no que con facilidad puede conducirnos a interpretaciones erróneas. Los modelos de conocimiento son muy difíciles de confrontar con la realidad, en la mayor parte de los casos debido, a que la información contenida en los experimentos es insuficiente en relación con la complejidad de estas representaciones. Se podría intentar calibrar un modelo de esta naturaleza comparando sus salidas con las salidas reales del sistema y ajustando algunos de sus parámetros hasta llegar a resultados de simulación aceptables. Sin embargo, esta forma de intentar calibrar el modelo carece de un procedimiento sistemático que nos permita decidir cuál de los innumerables parámetros del modelo han de ser modificados y cuánto. Por lo tanto, si intentásemos utilizar estos modelos para trabajar sobre sistemas reales, en temas relacionados con el análisis del funcionamiento o la operación, la probabilidad de emitir un diagnóstico equivocado podría llegar a ser muy alta. Por otro lado, es claro que la predicción/control requiere de estructuras mucho más simples que las que caracterizan a los modelos de conocimiento.

De otra parte, como ya habíamos indicado, estos modelos parten del supuesto de que se tiene un conocimiento profundo (propiedades, fenómenos, leyes, ...) del proceso en estudio. En el caso que nos ocupa, la compleja geometría de la vegetación, su heterogénea distribución espacial, la naturaleza turbulenta del movimiento del aire en el interior del invernadero, la capacidad de autorregulación térmica del cultivo, la compleja composición del suelo, ... y otros aspectos del sistema que serán comentados más adelante, hacen que tal supuesto pueda resultar, hoy por hoy, excesivo o, si se prefiere, ingenuo. El modelo de conocimiento resultante para la representación del clima del invernadero estará afectado de una notable incertidumbre y no será, como puede aparentar, independiente de la experimentación. La representación de acoplamientos entre subsistemas, particularmente la de aquellos que se refieren a fenómenos de transporte difusivo-convectivo de materia y energía, se hace a través de leyes físicas de naturaleza empírica cuyos coeficientes se ven afectados por factores que varían de unos sistemas a otros.

Todo esto quiere decir que, incluso en las tareas de diseño y análisis, el uso de estos modelos debe realizarse con la reserva que aconseja el hecho de que, aunque sofisticados, siguen siendo una aproximación grosera a la realidad, cuyas hipótesis simplificadoras son difíciles de cotejar empíricamente.

Así pues, parece que la identificación le gana la mano a la modelización en las tareas de diagnóstico, control y explotación de experimentos, y es imprescindible cuando, dada la complejidad o naturaleza del proceso, el propósito primordial sea la propia inferencia del modelo. Sin embargo, por sí sólo puede llegar a ser una triste caja negra que, aún dando solución a algunos de nuestros problemas (ej. descripción, predicción/control), procure un entendimiento muy limitado de los fenómenos observados. No obstante, como más adelante veremos, sabiamente combinada con el proceso directo multiplica por cientos su utilidad, particularmente en los aspectos concernientes al análisis y explotación de experimentos, al diagnóstico y a la caracterización.

1.5. ANTECEDENTES: MODELOS DEL CLIMA DE LOS INVERNADEROS

Nuestro objetivo en este punto consiste en situar de forma rápida, clara y concisa el desarrollo y evolución que han experimentado los modelos de representación del clima de los invernaderos. Salvo en contadas ocasiones (aplicaciones al control), los modelos encontrados en la bibliografía han sido contruídos por un procedimiento directo y están orientados, principalmente, a la simulación.

1.5.1. Complejidad del problema

Los invernaderos son sistemas termodinámicos cuya complejidad proviene en gran medida del acoplamiento y simultaneidad de todos los tipos posibles de transporte de materia y energía, de las numerosas interacciones entre

sus partes y de la heterogeneidad y compleja geometría de sus componentes. Siendo un poco más explícitos y cartesianos, podríamos desglosar las fuentes de complejidad, que lo serán también de incertidumbre, como sigue:

A) FUENTES EXTRINSECAS.

- * Carácter pseudo-aleatorio de las variables meteorológicas.
- * Movimiento del aire en el entorno del invernadero.
- * Radiancia del cielo en el infrarrojo térmico.
- * Efecto del entorno inmediato sobre el microclima que afecta al invernadero.

B) FUENTES INTRINSECAS. Son las ligadas a los subsistemas del invernadero y a los fenómenos físicos que en él se desarrollan.

* Aspectos dinámicos. La evolución dinámica viene dictada, entre otras cosas, por la naturaleza capacitiva de los materiales. A este hecho se suma la diversidad de escalas temporales de interés (desde minutos hasta meses).

* Aspectos concernientes a subsistemas:

- Cultivo. Compleja geometría. Heterogénea distribución espacial. Capacidad de autoregulación térmica. Variabilidad temporal (crecimiento y desarrollo).
- Suelo. Dispersión y heterogeneidad del medio. Diversidad de mecanismos de transporte de energía térmica y agua. Fuerte acoplamiento entre ellos. Variabilidad temporal del medio.
- Aire. Naturaleza turbulenta del movimiento del aire encerrado en el invernadero. Compleja geometría de la superficie que lo encierra (ej. vegetación).

* Aspectos fenomenológicos:

- No linealidades y discontinuidades asociadas a los fenómenos de cambio de fase (evaporación, transpiración y condensación).
- No linealidades e incertidumbre asociadas al movimiento del aire en el interior del invernadero (ej. ecuación de Navier-Stokes).
- No linealidad y heterogeneidad espacial de los intercambios radiativos de onda larga.
- Incertidumbres relativas a la participación activa del cultivo en el proceso de transpiración.

1.5.2. Evolución histórica de los modelos

Los primeros modelos, basados en técnicas de análisis estacionario, datan en su mayor parte de los años 60. La primera aproximación a la determinación de la temperatura ambiente interior del invernadero a partir de otros factores ambientales se debe a Businguer (1963). Aunque hoy superados, estos modelos sirvieron en su día para aproximarse al entendimiento y conocimiento de los invernaderos. Walker (1965) los utiliza para estudiar el efecto de la ventilación sobre la temperatura ambiente interior; Kimball (1973) para analizar los efectos del sombreado y de las técnicas de refrigeración por evaporación; Garzoli (1973,1981) en un estudio comparativo de distintos tipos de cubierta; Breuer (1976, 1983) en la estimación de las necesidades de calefacción bajo distintas condiciones ambientales externas; y Maher (1973) en determinados análisis de refrigeración del invernadero.

A finales de los años 60 y principios de los 70 surgen los primeros modelos dinámicos de simulación, que proliferan durante las décadas de los 70 y 80 debido al rápido desarrollo de los ordenadores digitales.

Aparecen primero algunas tentativas de solución analítica del problema dinámico, todas ellas establecidas sobre las hipótesis de linealidad e invariabilidad temporal aplicadas al proceso en estudio. Algunos autores describen la radiación solar mediante una función sinusoidal del tiempo y consideran constantes las restantes condiciones de contorno; Takakura (1967), supone condiciones de contorno variables según una función escalón y utiliza la transformada de Laplace para obtener las funciones de transferencia del invernadero; este mismo autor en 1968,

aplica al invernadero condiciones de contorno reales y resuelve mediante la transformada de Fourier; O'Flaherty (1973) emplea un método analógico de computación; y Albright (1977) y Froehlich (1979) utilizan el método de desarrollo en series exponenciales complejas de Fourier con condiciones de contorno periódicas estacionarias.

El desarrollo de los métodos numéricos coincide con el de los ordenadores digitales y el de determinados lenguajes de programación que permiten abordar el problema de resolución de sistemas de ecuaciones integro-diferenciales no-lineales con cierta rapidez. Takakura (1971) y Seginer (1971) son los primeros autores que describen los fenómenos que tienen lugar dentro de los invernaderos a través de un sistema de ecuaciones de este género. Ambos contribuyen de manera decisiva a clarificar las hasta entonces difusas condiciones de contorno del invernadero e incorporan, por primera vez, el balance de humedad en ambiente, considerando los flujos de evapotranspiración y de condensación. A estos trabajos les sucedieron otros que fueron introduciendo sucesivas mejoras, como son los de Soribe (1973), Kindelan (1980), Chandra (1981), Van Bavel (1981), Avissar (1982), Damagnez (1980), Ahmadi (1982), Bot (1978, 1983), Udintsev (1983) y otros.

1.5.3. Estado de la cuestión

A partir de este momento, nos referiremos sólo a modelos completamente dinámicos y nuestras disquisiciones se situarán en la capa THEOROS del proceso de modelización. Discutiremos las analogías y diferencias que presentan a nivel de hipótesis principalmente, sin entrar en temas, no menos interesantes, de formulación matemática del problema, de métodos de resolución o de algoritmos.

Estructura.

En el figura 1.3., hemos realizado una representación esquemática de la estructura general de estos modelos. Las características o propiedades físicas de los distintos subsistemas (cubierta, vegetación, suelo y aire) junto con el vector de condiciones de contorno, constituyen la entrada a los tres módulos que suelen diferenciar: 1) Transmisión y absorción de radiación solar; 2) procesos de transporte de masa y energía; y 3) funciones de control. En contadas ocasiones, aparecen también como módulos claramente diferenciados dentro del modelo general el de crecimiento del cultivo y el de ventilación.

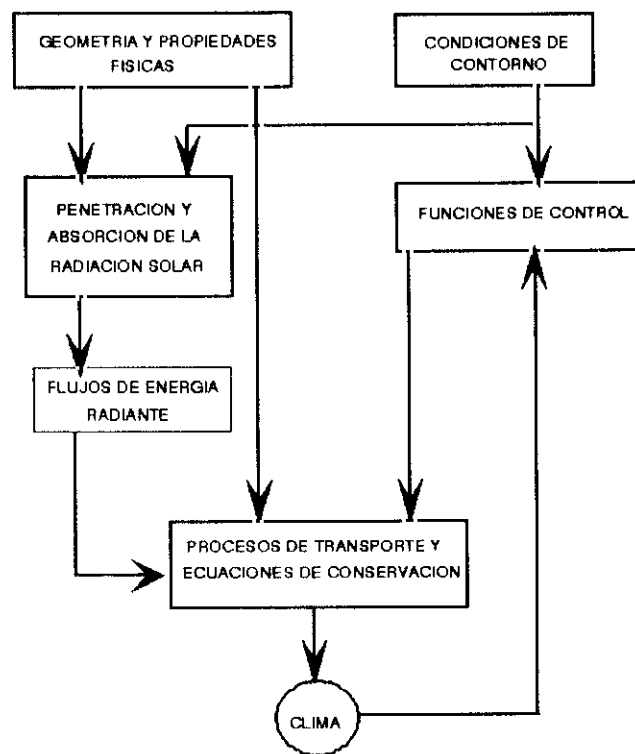


Fig. 1.3. Esquema de módulos.

Condiciones de contorno

Todos los autores coinciden en adoptar condiciones de contorno de tipo primario que, por lo general, son: 1) Radiación solar exterior (directa y difusa); 2) Temperatura ambiente exterior; 3) Humedad específica ambiente exterior; 4) Temperatura aparente del cielo; 5) Velocidad de viento exterior; 6) Temperatura del suelo a una determinada profundidad y 7) Contenido de agua en el suelo a determinada profundidad. Por supuesto, existen alternativas a estas siete condiciones de contorno. La humedad relativa puede usarse en sustitución de la humedad específica. La temperatura aparente del cielo puede ser sustituida por su emisividad aparente. Las condiciones de temperatura y contenido de agua constantes a una determinada profundidad del suelo pueden ser reemplazadas por condiciones de flujo cero de calor y materia respectivamente. A veces, se suprime el análisis de movimiento de agua en el suelo y desaparece la condición número siete o sustitutivas y, por contra, otras, se incluye el fenómeno de transporte de anhídrido carbónico y aparecen dos nuevas condiciones de contorno referentes a la concentración de dicho componente atmosférico. La velocidad de viento en el exterior no se considera como una condición de contorno, aunque se utiliza para el cálculo del coeficiente de transporte de energía térmica entre cubierta y ambiente exterior.

Transmisión y absorción de radiación solar

El mecanismo de interacción de la radiación solar con la cubierta y la vegetación es uno de los más importantes y directamente relacionado con el crecimiento y desarrollo del cultivo. De hecho, existen numerosos trabajos dedicados exclusivamente a este fenómeno cuyos resultados han sido recogidos en el tema más general que nos ocupa. En lo referente a la cubierta, cabe destacar el excelente trabajo de Kozai (1978 a), que revisa y sintetiza los anteriores, el de Critten (1982, 1983), que incorpora el fenómeno de múltiples reflexiones, y los de Kurata (1983) y Bot (1983) para invernaderos múltiples. Todos ellos consideran en sus análisis el suelo desnudo. En cuanto a los estudios específicos de penetración y absorción de la radiación en el cultivo, no parece que hayan incidido particularmente en el desarrollo de los modelos del clima de los invernaderos que, por lo general, atribuyen propiedades ópticas efectivas y constantes en el tiempo a la vegetación. No obstante, son de señalar los trabajos de Goudriaan (1977), Ross (1981), Chen (1984) y Stanghellini (1983, 1987).

Subsistemas y fenómenos de transporte

Todos los autores coinciden en diferenciar cuatro subsistemas dentro del invernadero: cubierta, vegetación, suelo y aire. Entre las **hipótesis** aceptadas por unos y otros, relativas a éstos, cabe destacar:

- 1) **Cubierta:** Suele considerarse homogénea en cuanto a propiedades y estado termodinámicos, con propiedades ópticas constantes en el tiempo y con capacidad calorífica despreciable. Son excepciones de este planteamiento los trabajos de Takakura (1967, 1968), que supone la existencia de gradientes térmicos en el interior de la cubierta; de Van Bavel (1981) y Tross (1984), que trabajan con *filtros ópticos líquidos en cubierta*; y los de Udink ten Cate (1983) y Bot (1983) que no desprecian la capacidad de almacenamiento térmico de este elemento.
- 2) **Cultivo:** Por lo general, el cultivo se considera como un subsistema con densidad de vegetación uniforme, capaz de absorber y transmitir la radiación solar. Se le supone a una temperatura uniforme, que *podríamos llamar representativa del mismo*, a la cual se describen los distintos fenómenos de transporte de materia y energía térmica. Salvo en determinados trabajos, como son los mencionados en el párrafo anterior de Bot y de Udink ten Cate, lo normal es que se desprecie su capacidad de almacenamiento térmico.
- 3) **Aire:** Al igual que la cubierta y la vegetación, este subsistema se considera homogéneo en cuanto a propiedades y estado termodinámicos, salvo en aquellos modelos (Seginer, 1978) que incluyen movimiento forzado de aire dentro del sistema. En tales ocasiones, el flujo de aire se supone uniforme, unidireccional y horizontal. Todos los modelos revisados desprecian el almacenamiento de humedad en el aire, y sólo algunos, como los ya citados de

Bot y Udink ten Cate, estiman la capacidad de almacenamiento térmico en el mismo. En los procesos de transporte de energía radiante se le considera como medio no participante.

4) **Suelo:** A diferencia de los otros subsistemas, el suelo se trata como un medio disperso dividido en un número finito de capas horizontales que se suponen homogéneas en cuanto a temperatura y contenido de agua e idénticas en composición y propiedades térmicas e hidráulicas. Otras prácticas habituales en relación con este subsistema son: a) prescindir del estudio del movimiento de agua; b) simplificar la ecuación de transporte de energía térmica incorporando el efecto de la difusión del vapor en el suelo a través de una conductividad térmica equivalente; y c) establecer un modelo de flujos unidireccionales. Las excepciones a este planteamiento general son escasas. Takakura (1971) y Seginer (1971), aplican un modelo bidimensional al fenómeno de transporte de energía térmica; Deltour (1985), considera variables en profundidad la composición del suelo y sus propiedades térmicas; y Avisar (1982), describe la dinámica de este subsistema a través de las ecuaciones de transporte simultáneo y acoplado de calor y humedad, e incorpora el efecto de las raíces sobre el contenido y distribución de agua en el suelo representándolo como una fuente dispersa de agua cuya intensidad iguala al flujo de transpiración.

Los acoplamientos de naturaleza difusivo-convectiva entre subsistemas son representados mediante leyes de naturaleza empírica (ej. ley de Newton para el flujo convectivo de calor en superficies interfaciales). Por constituir una de las fuentes importantes de discrepancia entre modelos, a continuación nos referiremos a algunos de los **coeficientes de transporte** que intervienen en la descripción matemática de tales fenómenos.

Por lo general, se acepta una relación lineal o potencial entre la velocidad del viento exterior y el coeficiente de transporte de calor ligado a la cara externa de la cubierta, y una relación potencial entre el coeficiente correspondiente a la cara interna y la diferencia de temperaturas entre cubierta y aire. Estas relaciones tienen un origen empírico y, en ambos casos, parece que existan importantes discrepancias entre los valores de las constantes propuestas por unos y otros autores. Evidentemente, tales valores dependen de la geometría del invernadero y del movimiento de aire en su entorno, y han de ser, en consecuencia, determinados experimentalmente en cada caso.

En cuanto a los coeficiente de transporte ligados a los flujos de calor que tienen lugar entre cultivo y aire o suelo y aire, son numerosos los autores que coinciden en considerarlos constantes a lo largo de la simulación. No obstante, Takakura (1985) señala que son susceptibles de ser tratados por procedimientos análogos a los empleados en el caso de la cubierta. Para el coeficiente asociado al cultivo, Olszewski (1976) utiliza la función potencial propuesta por Gates (1968) después de realizar diversos ensayos con hojas en tunel de viento. Seginer (1978), Bot (1983) y Stanghellini (1987) señalan que, en condiciones normales de funcionamiento del sistema, los procesos convectivos de transporte de calor entre cultivo y aire se desarrollan en la región de transición entre convección natural y forzada y, en consecuencia, estiman que pueden ser descritos mediante determinadas relaciones entre los números adimensionales de Nusselt (Nu), Reynolds (Re), Grashof (Gr) y Prandtl (Pr). El tipo de relación que proponen es de la forma:

$$N = C_1 Pr^m Re^n + C_2 Pr^a Gr^b$$

donde C_1 , C_2 , m , n , a , y b son coeficientes que dependen de la geometría de la superficie del cultivo y de las características del flujo de aire en su entorno. De la ecuación anterior se deduce que el coeficiente de transporte puede ser expresado como suma de dos funciones potenciales, una de la velocidad del aire en las inmediaciones del cultivo y otra de la diferencia media espacial de temperaturas entre cultivo y aire circundante.

En todos los modelos se admite, explícita o tácitamente, que no existen interferencias mutuas entre los procesos convectivos de transporte de calor y vapor de agua y que el número de Lewis (Le) toma valores muy próximos a la unidad. Bajo tales supuestos, los coeficientes de transporte de masa pueden ser derivados de los correspondientes

de transporte de calor.

La resistencia estomática o interna del cultivo se incluye en este apartado por estar implicada en el proceso de transpiración, que engloba los fenómenos de difusión del vapor a través de estomas y cutícula y el de convección desde la superficie de la hoja. Normalmente, a este parámetro se le atribuye un único valor constante a lo largo de la simulación o, a lo sumo, se hace distinción entre periodos de luz y de oscuridad, como ocurre en los modelos de Kindelan (1980) y de Chandra (1981). Sin embargo, debido al importante papel que tienen en el control del proceso de transpiración, parece necesario precisar acerca de la posible relación funcional que tenga con las distintas variables meteorológicas. Kimball (1973) y más tarde Bot (1983), lo describen mediante una función lineal de la radiación solar; Takami (1977), lo relaciona con el potencial hídrico de las hojas; Olszewski (1976) incorpora a su modelo la ecuación de Incropera (1975), que expresa la resistencia interna del cultivo en función de la concentración de anhídrido carbónico en ambiente, de la intensidad de radiación PHAR y de la temperatura del cultivo; y Avissar (1982) y Stanghellini (1987) proponen funciones más complejas que incluyen también los efectos de la diferencia de presiones de vapor y del potencial hídrico en cultivo sobre la apertura estomática.

Comunmente, los coeficientes de transporte de calor y vapor de agua asociados a los mecanismos de ventilación natural y de filtraciones son expresados en términos del caudal de ventilación, QV ($m^3 m^{-2} h^{-2}$), o del número de renovaciones de aire, N (h^{-1}). Tanto en un caso como en otro, en la mayor parte de los modelos, a dichos parámetros se les adjudica un valor constante o se les atribuye una dependencia lineal con la velocidad del viento exterior (Garzoli, 1981). Modelos mucho más sofisticados de representación de estos parámetros son los propuestos por Kozai (1978 b) y por Bot (1983).

Resumen de comparación de modelos

Las analogías detectadas entre los modelos analizados son básicamente las siguientes:

- 1) diferencian al menos cuatro subsistemas dentro del invernadero: cubierta, vegetación, suelo y aire.
- 2) utilizan las mismas magnitudes física, o equivalentes, para definir el vector de condiciones de contorno.
- 3) aplican un tratamiento multinodal al suelo y uninodal a los restantes subsistemas.
- 4) consideran los mismos fenómenos de transporte y similares leyes de descripción.
- 5) la dinámica del vector de variables de estado se deriva de la aplicación del principio de conservación de masa y energía.

Las diferencias más importantes que se aprecian entre ellos se refieren a:

- 1) el submodelo de penetración y absorción de la radiación solar.
- 2) las relaciones funcionales atribuidas a los coeficientes de transporte ligados al cultivo y a la cubierta.
- 3) las funciones de control de calefacción, ventilación y refrigeración.
- 4) la función que describe la acción de los estomas en la regulación del fenómeno de transpiración.
- 5) el método de estimación de la radiancia del cielo en el infrarrojo.
- 6) el movimiento de agua en el suelo.
- 7) filtraciones y ventilación natural.

Calibrar la importancia de tales discrepancias resulta difícil. De hecho, son escasos los trabajos de verificación y validación experimental de estos modelos, y son prácticamente inexistentes los que efectúan un análisis de sensibilidad respecto de los aspectos arriba señalados.

Parece que las mayores discrepancias entre valores reales y simulados mediante los modelos de referencia se producen en la estimación de temperaturas superficiales y en la de flujos de vapor. En aire es fácil encontrar diferencias máximas en la predicción de su temperatura media superiores a los $3^{\circ}C$, y errores por encima del 15%

en la estimación de su humedad relativa. Tales diferencias, según criterio de los propios autores, tienen su origen en la deficiente parametrización del sistema, fundamentalmente en lo que se refiere a coeficientes de transporte convectivo, en el uso de funciones de control inadecuadas y en la imposibilidad de determinar experimentalmente los valores medios o efectivos de distintas magnitudes intensivas. A estas causas de error, Garzoli (1981) y Udink ten Cate (1983) añaden otras ligadas a procesos de difícil predicción, como son los de degradación y ensuciamiento de la cubierta, e incluso medida, como es el de condensación.

Avisar (1982) y de Van Bavel (1985) son de los pocos autores que intentan analizar las consecuencias prácticas de algunas de las discrepancias antes relacionadas. El primer autor aplica un análisis de sensibilidad al modelo por él construido y observa diferencias de temperatura superiores a 15°C para la vegetación, 6°C para el aire y 5°C para el suelo, como resultado de elegir diferentes coeficientes de transporte de entre los propuestos en la literatura, siendo tales diferencias muy superiores a las que encuentra suponiendo errores relativamente superiores (10%) en la estimación de la radiación solar que atraviesa la cubierta. El segundo autor compara los resultados de simulación obtenidos a partir de tres modelos distintos, considerados como claros exponentes del tipo que nos ocupa, en cuatro localidades distintas y bajo diferentes supuestos de variación de las condiciones de contorno del sistema y de control ambiental. Mientras que las diferencias en la predicción de necesidades de calefacción y radiación solar colectada son aceptables desde un punto de vista técnico (inferiores al 15-20% y al 3%, respectivamente), las discrepancias en la estimación de necesidades de refrigeración, flujos de transpiración y temperatura de cultivo, cuyo origen radica en los diferentes métodos adoptados para describir los parámetros asociados al cultivo, no son fácilmente soslayables.

Así pues, parecen señalarse como aspectos más conflictivos en la modelización del clima medio espacial de los invernaderos:

- 1) la hipótesis de subsistema nodal aplicada al aire, que contribuye, entre otras cosas, a oscurecer la parametrización del sistema.
- 2) los procesos de transporte convectivo de masa y energía en superficies interfaciales, especialmente los ligados al cultivo.
- 3) las dependencias funcionales de la resistencia estomática con las distintas magnitudes que intervienen en la regulación de la apertura de los estomas.

En primera instancia, y dentro de un análisis meramente físico, no parece un factor crítico el tipo de modelo que se adopte para representar el proceso de penetración y absorción de radiación solar. En cambio, durante la noche, los resultados de la simulación sí que muestran cierta sensibilidad al método que se emplee para estimar la radiancia del cielo.

1.5.4. Líneas futuras de interés

Parece claro que, en la actualidad, los modelos de simulación presentan ciertas deficiencias, que nos permiten establecer, en consonancia con otros autores, tres líneas prioritarias de cara al futuro desarrollo de modelos del clima de los invernaderos.

A la primera corresponde una labor de reconciliación y codificación de los aspectos arriba señalados como conflictivos, tendente a producir modelos de referencia. Deberá poner el acento en la investigación, teórica y experimental, de los siguientes fenómenos:

- 1) movimiento del aire en el interior del invernadero, descartando la hipótesis de subsistema homogéneo que tradicionalmente se le aplica al aire.
- 2) transpiración, con especial dedicación en lo tocante al papel de la resistencia estomática como regulador térmico de la planta.

- 3) intercambios radiativos dentro del cultivo, con vistas al desarrollo de futuros modelos físico-fisiológicos.
- 4) movimiento de agua en el suelo y su efecto sobre la dinámica del invernadero.
- 5) movimiento del aire alrededor del invernadero y sus implicaciones sobre la dinámica del sistema (ventilación natural, filtraciones, ...).

La segunda, de carácter más metodológico, no es por ello menos interesante. Como hemos ido viendo a lo largo de los apartados anteriores, los modelos existentes se han orientado en gran medida hacia la simulación, es decir, hacia la producción de datos que suplanten la experimentación. Sin embargo, existen otros usos potenciales de los modelos de conocimiento, descuidados hasta la fecha en este campo de trabajo, que podrían derivar en formas distintas, quizás más abstractas, de concebir el proceso de modelización. Los usos a los que nos referimos son fundamentalmente los relativos al análisis de sistemas (sin que sea precisa la simulación) y al diseño de experimentos. De otra parte, un cambio en la concepción del proceso de modelización, llevando a representaciones que en todo momento mantengan la visión de la estructura interna del sistema, abrirá las puertas a la validación empírica que tan difícil resulta sobre las representaciones hasta hoy propuestas.

La tercera línea, donde se enmarcará nuestro trabajo, consiste en explorar la vía de identificación como método de construcción de modelos que, aunque nunca suplantarán a los construidos por métodos directos en la comprensión, el análisis y el diseño, pueden, frente a éstos, abrir las puertas a la caracterización, al diagnóstico y al control.

1.6. PLANTEAMIENTO, LÍMITES, OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DE ESTE TRABAJO

Hemos visto que existen dos procedimientos diametralmente opuestos para llegar a construir un modelo dinámico que describa el clima medio espacial de los invernaderos: el denominado proceso directo o de modelización y el llamado proceso inverso o de identificación. Este trabajo se enmarca plenamente en el ámbito de la identificación.

Hemos visto que, hasta la fecha, los modelos del clima de los invernaderos se han integrado dentro del primer tipo de representación. Son modelos orientados hacia la simulación que, por su generalidad y flexibilidad, así como por el entendimiento que procuran del proceso, serían especialmente indicados para las tareas relativas a la concepción y el diseño de invernaderos. Sin embargo, presentan toda una serie de inconvenientes y deficiencias que los hacen inservibles, o al menos de dudosa utilidad, en tareas relativas al diagnóstico de sistemas preexistentes, a la caracterización, al control y, en general, a la explotación de experimentos.

De otra parte vemos que:

- 1) tanto el diagnóstico como el control serán exigidos en breve por determinados tipos de invernaderos (ej. flor cortada y planta ornamental), donde la rentabilidad no sólo permite si no que agradece un incremento del coste de inversión.
- 2) la complejidad de algunos fenómenos hace que la experimentación sea una herramienta imprescindible de conocimiento en este área de trabajo. De este modo, la disponibilidad de métodos de explotación de los datos experimentales se nos presenta como una necesidad.
- 3) existen infinidad de invernaderos ya construidos cuya eficacia y adecuación al propósito para el cual fueron concebidos desconocemos. Sería deseable disponer de técnicas y métodos experimentales que permitiesen, de forma rápida y poco costosa, detectar deficiencias en el diseño y en la operación o modo de funcionamiento.
- 4) mientras que el campo de la modelización ha sido ampliamente explorado, el de la identificación no goza hasta la fecha de implantación en el mundo de los invernaderos.

Todo ello, nos impulsó a abordar el problema de construcción de modelos dinámicos de descripción del clima medio

espacial de los invernaderos por métodos de identificación.

Como objetivos del trabajo, podríamos citar los siguientes:

- 1) proponer experimentos que, sin interferir con el modo normal de funcionamiento del invernadero (a menudo evolución libre), sean suficientemente informativos en relación con el propósito que sigue.
- 2) inferencia de modelos dinámicos de la evolución temporal del clima medio espacial de los invernaderos que satisfagan los siguientes requisitos fundamentales:
 - describir adecuadamente los fenómenos observados,
 - mantener una coherencia entre precisión, complejidad del modelo y objetivo,
 - y, ser identificables en las condiciones experimentales antes señaladas.
- 3) análisis de las propiedades, utilidad y limitaciones de uso (caracterización, diagnóstico, control ...?) de los modelos resultantes.

Uno de los puntos más conflictivos del proceso de identificación es la selección del denominado 'conjunto de modelos'. En relación con este particular, una de nuestras preocupaciones residirá en dar respuesta a preguntas tales como:

* Relativas al carácter del modelo. ¿Cuándo la realidad observada en el invernadero es susceptible de ser descrita mediante modelos lineales e invariables respecto al tiempo?. ¿Cuándo es ineludible el paso a modelos variables respecto al tiempo?. ¿Cuándo las no linealidades presentes fuerzan al uso de modelos no lineales, y cómo interesa, o cómo es posible, representarlas ?

* Relativas a la dimensión. A priori sabemos que el proceso en estudio presenta una complejidad notable y una dimensión infinita. Sin embargo, también sabemos que no todos los fenómenos implicados contribuyen de igual modo a la hora de conformarlo y que, en consecuencia, será posible reducir tanto la complejidad como la dimensión del mismo. Así pues, estaremos interesados en saber cuánto podemos llegar a reducir y simplificar la representación del sistema, y en qué medida el nivel posible de reducción depende de la naturaleza del proceso, del objetivo que se persigue, o del tipo de excitaciones a que se ve sometido el invernadero.

* Relativas a la estructura. Un mismo objeto real admite diferentes formas de representación matemática, por lo que surge la cuestión relativa a cómo interesa parametrizar el modelo de descripción del proceso.

* Análisis físico. ¿Qué información de carácter físico es posible extraer de los modelos ajustados? ¿Qué nivel de entendimiento procuran de los fenómenos observados? ¿Son meras herramientas descriptivas o van más allá?

Los objetivos arriba indicados, así como el deseo de dar respuesta a estas preguntas, nos condujeron a plantear la siguiente estructura y método de trabajo:

1) Análisis físico (contenido en la designada como Parte II):

- a) Análisis de los fenómenos físicos más relevantes, con el objetivo primordial de detectar y localizar las fuentes más importantes de no-linealidad y variabilidad temporal. (Capítulo 3).
- b) Propuesta de un modelo matemático de referencia que servirá para la derivación formal y sistemática de estructuras paramétricas adecuadas para la identificación. (Capítulo 4).
- c) Propuesta de diferentes estructuras paramétricas reducidas de representación del clima de los invernaderos, cuya idoneidad será investigada en el transcurso del proceso de identificación. (Capítulos 5 y 6)
- d) Análisis del significado físico de los parámetros de tales modelos o, alternativamente, de la combinación conveniente de ellos. (Capítulos 5 y 6).

- 2) Concepción del dispositivo experimental y diseño y ejecución de los experimentos (Parte III, Capítulo 7).
- 3) Análisis de los experimentos e inferencia y validación de modelos (Parte III, Capítulos 8 y 9):
 - a) Establecimiento de la metodología general de análisis, que incluye métodos paramétricos y no paramétricos.
 - b) Utilización de los métodos de análisis no paramétricos para obtener una comprensión preliminar de los fenómenos observados y determinar el curso del proceso de identificación.
 - c) Análisis paramétrico:
 - . Selección de los métodos de identificación más indicados en cada una de las situaciones que se puedan presentar.
 - . Ajuste. Obtención de los modelos particulares, de cada uno de los conjuntos explorados, que mejor describen la realidad observada.
 - d) Propuesta y articulación de los métodos de comparación y validación de los modelos previamente ajustados: análisis paramétrico, análisis de residuos y validación cruzada.
- 4) Análisis crítico de resultados, conclusiones y expectativas de continuidad de esta línea de trabajo.

PARTE II

ANALISIS FISICO–MATEMATICO
Fenómenos, Acoplamientos y
Modelos de Descripción

CAPITULO 2

El Sistema

El invernadero es un sistema termodinámico en no equilibrio capaz de intercambiar materia y energía con su entorno. La cubierta, la vegetación, el suelo y el aire confinado por éstos, son sus subsistemas básicos.

CUBIERTA.

Al efecto que nos proponemos, la cubierta puede ser considerada como un medio sólido, isótropo y homogéneo, parcialmente transparente a la energía radiante. Los fenómenos físicos más relevantes asociados a la misma son:

- Reflexión, absorción y transmisión de la radiación solar.
- Transmisión, absorción y emisión de energía radiante en el infrarrojo térmico.
- Intercambio difusivo-convectivo de calor con el aire que la circunda.
- Evaporación-condensación de agua en su superficie.

Frente a los otros mecanismos de transporte de energía térmica, el de conducción resulta irrelevante en este subsistema. De otra parte, sólo ante variaciones rápidas y arbitrarias de sus condiciones de contorno cobrará interés el fenómeno de almacenamiento térmico en ella.

Los problemas más serios con los que nos encontramos a la hora de representar su evolución térmica están ligados a la indefinición de su entorno. Ni dentro ni fuera del invernadero seremos capaces de determinar los campos de velocidad y de temperatura del aire en las inmediaciones de la cubierta. Esto significa que los flujos de transporte convectivo en las interfases cubierta-aire vendrán representados por leyes de naturaleza empírica (ej. ley de Newton para el flujo convectivo de energía térmica) afectadas por coeficientes de difícil estimación, dependientes de la geometría y orientación de la cubierta, de las condiciones de operación del invernadero, y de la dirección y velocidad del viento en su entorno.

Otra dificultad, aunque de menor entidad, la constituye la usual indeterminación o ignorancia que existe en relación con las propiedades difusoras de la cubierta como medio transmisor y reflector de la radiación solar. También de menor importancia, esta vez debido a que el fenómeno es esporádico, son las dificultades que conlleva la descripción de los fenómenos de evaporación-condensación en su superficie y el estudio de su efecto sobre las propiedades ópticas de la cubierta.

VEGETACION.

El cultivo, como cualquier organismo vivo, constituye un sistema termodinámico abierto en no-equilibrio que extrae energía libre de su entorno para crear y mantener su propia ordenación esencial a costa de incrementar la entropía del primero. Constituye un sistema tremendamente complejo de fuentes y sumideros de materia y energía, conectados dinámicamente entre sí por medio del transporte, activo y no activo, de ambas magnitudes. En su

relación con la atmósfera del invernadero, es susceptible de ser considerado como un sistema capaz de coleccionar, transformar y, por último, transferir al entorno, en forma de calor y de vapor de agua principalmente, parte de la energía solar que incide sobre él. Siendo inferior al 1-3% la cantidad de energía radiante absorbida que se utiliza en el proceso de fotosíntesis, podremos establecer como únicos fenómenos de interés a la hora de determinar su estado térmico, los siguientes:

- Reflexión, absorción y transmisión de la radiación solar.
- Absorción y emisión de energía radiante en el infrarrojo térmico.
- Intercambio difusivo-convectivo de calor con el aire circundante.
- Transpiración: Evaporación y transporte difusivo-convectivo de vapor de agua desde las hojas al aire.

Por razones idénticas a las esgrimidas en el caso de la cubierta, ni el mecanismo de conducción ni la inercia térmica son aspectos especialmente relevantes en este subsistema. Así mismo, una de las dificultades con la que nos encontramos al intentar representar su evolución térmica es, como en el caso anterior, consecuencia de la indefinición de su entorno y afecta a los fenómenos de transporte convectivo asociados a su superficie. A esto hay que añadir que:

- Su compleja geometría dificulta los análisis de intercambios radiativos de onda corta y larga, así como el estudio de los fenómenos de transporte convectivo de energía térmica y vapor de agua desde la superficie de las hojas al aire.
- Las condiciones de movimiento de aire en su entorno reúnen características en extremo particulares.
- Participa activamente en el proceso de transpiración, regulando la apertura y cierre de los estomas. La denominada resistencia interna de las hojas al transporte de vapor de agua depende de factores tanto fisiológicos (especie, variedad, edad, ...) como meteorológicos (irradiación solar, temperatura, concentración de anhídrido carbónico, ...), siendo aún hoy tema de investigación tales dependencias.

Por último, cabe destacar, como una fuente más de complejidad, la acusada variación que experimenta el cultivo en el transcurso del tiempo (crecimiento y desarrollo).

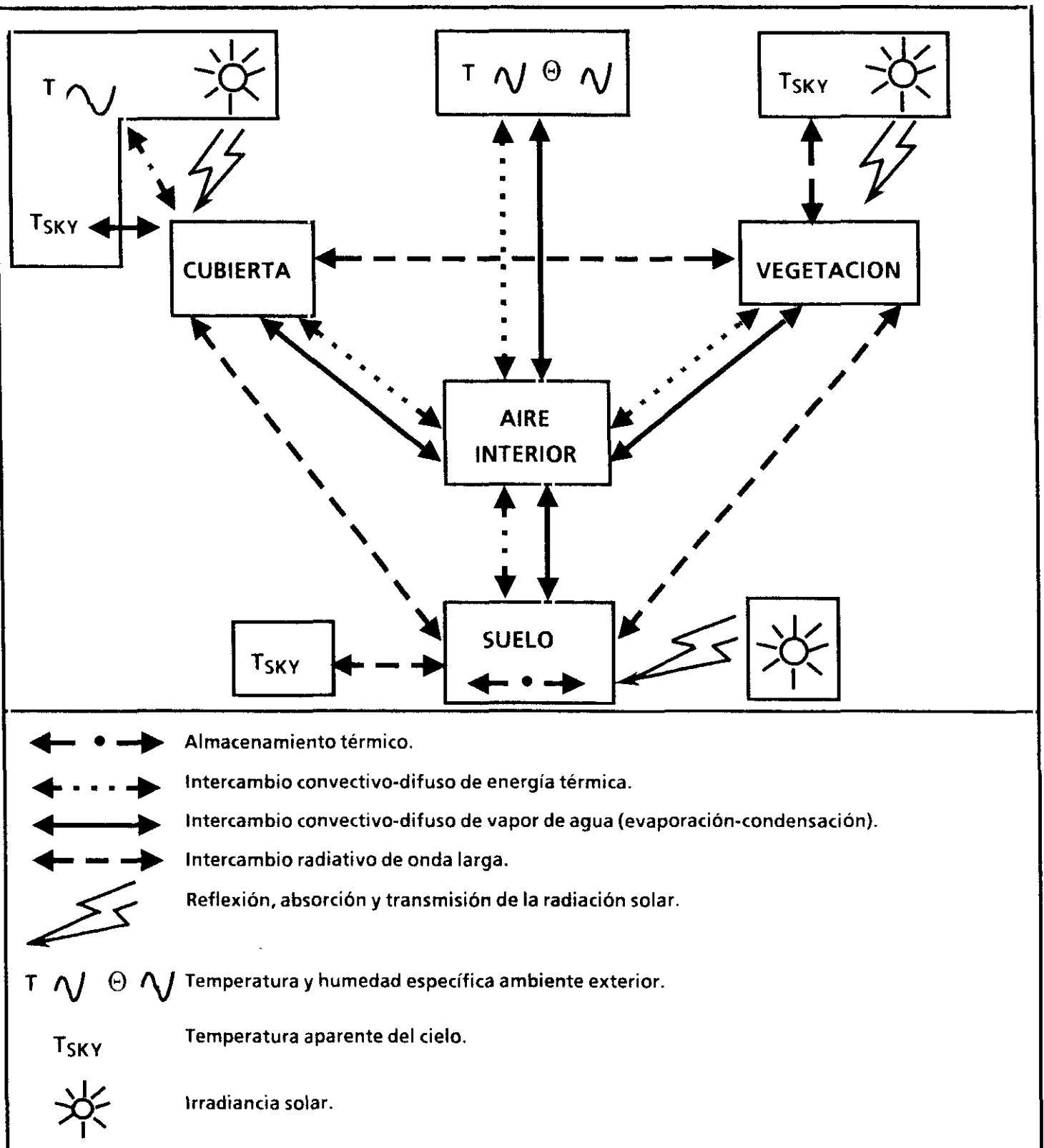
SUELO.

El suelo es un medio poroso en el que es posible distinguir una fase sólida (minerales y materia orgánica), una fase líquida (agua) y una fase gaseosa (vapor de agua y aire). Como se verá más adelante, el análisis de transporte de energía térmica en su seno reúne serias dificultades ligadas: a) A la alta variabilidad espacial y temporal del medio; b) A la multiplicidad de mecanismos de transporte (conducción, difusión-convección y evaporación-condensación); c) Al acoplamiento y mutua interdependencia entre el transporte de esta magnitud y el transporte de agua.

Su acoplamiento dinámico con el resto del invernadero se produce a través de su superficie, donde se desarrollan fenómenos de:

- Reflexión y absorción de la radiación solar.
- Absorción y emisión de energía radiante en el infrarrojo térmico.
- Intercambio difusivo-convectivo de calor con el aire circundante.
- Evaporación y transporte difusivo-convectivo de vapor de agua desde su superficie al aire.

A diferencia de los restantes subsistemas, éste juega un papel relevante como amortiguador térmico. Es el principal responsable de la inercia térmica del sistema.



ESQUEMA II.1.- ACOPLAMIENTO ENTRE SUBSISTEMAS Y DE ESTOS CON EL EXTERIOR

AIRE.

Este es el único subsistema gaseoso del invernadero. Como se aprecia en el esquema 2.1., constituye un puente de unión esencial para los restantes subsistemas, que se acoplan dinámicamente por mediación suya (intercambios de vapor de agua y de energía térmica). En invernaderos no estancos o en invernaderos con ventilación forzada de aire, este subsistema presenta un acoplamiento directo con la atmósfera exterior al sistema.

Quizás es éste el subsistema donde se asumen hipótesis más drásticas a la hora de representarlo. Normalmente se le suponen capas uniformes de temperatura y humedad específica y se le representa como un nodo no masivo. No es que desconozcamos las leyes físicas que gobiernan el transporte de materia, energía y cantidad de movimiento en su seno, si no que las ecuaciones de conservación de esas tres magnitudes, que resultan de aplicar dichas leyes, son en extremo difíciles y costosas de integrar, cuando no imposible. Nótese que el movimiento del aire en el invernadero reúne las características de régimen dinámico y turbulento y que la geometría que lo delimita es tremendamente complicada (ej. vegetación).

En consecuencia, en lo que respecta a los flujos de transporte difusivo-convectivos de materia y energía en las superficies interfaciales del invernaderos, quedaremos a merced del empirismo y nuestras representaciones, siempre de uso limitado a las condiciones en que fueron obtenidas, vendrán afectadas por una notable incertidumbre.

Así mismo, serán representaciones de naturaleza empírica las utilizadas para describir las denominadas filtraciones.

CAPITULO 3

Procesos Físicos de Mayor Relevancia

3.1. ABSORCION Y PENETRACION DE LA RADIACION SOLAR

La radiación solar no sólo es el principal motor de la fotosíntesis, si no que es la responsable de uno de los flujos energéticos más importantes del invernadero. El primer elemento del sistema con el que interactúa es la cubierta. Esta puede transmitir, absorber o reflejar parcialmente la energía radiante que incide sobre ella. De la energía que transmite, parte será absorbida por la vegetación o el suelo, y el resto reflejado por ambos subsistemas, entrando en un proceso de múltiples reflexiones entre cubierta, vegetación y suelo, del que resultará finalmente absorbida por cualquiera de ellos o devuelta al exterior. Así pues, de forma rápida, diremos que el proceso de interacción de la radiación solar con el invernadero se resume en términos de una absorción efectiva en la cubierta, la vegetación y el suelo y de una reflexión total desde el sistema al exterior.

Puesto que la absorción de la radiación solar se produce principalmente en la vegetación y el suelo, centraremos nuestro análisis en el estudio del flujo radiativo neto, en el rango de longitudes de onda del espectro solar, dentro de la asociación suelo-vegetación. En este sentido, son numerosos los estudios, tanto teóricos como experimentales, existentes: Whittle & Lawrence (1959), demuestran que la transmitancia solar del sistema depende de su geometría y de su orientación; Manbeck & Aldrich (1967), intentan un modelo analítico para diferentes geometrías; Kozai (1977 a-b, 1978 a), desarrolla sofisticados modelos de transmisión de las componentes directa y difusa de la radiación solar en diferentes tipos de invernaderos; Critten (1983), propone un modelo de penetración que presenta grandes similitudes con los desarrollados por Kozai; Bot (1983), elabora uno de los modelos más completos: distingue componentes directa y difusa de la radiación solar, incorpora elementos estructurales y considera transmisiones múltiples. Sin embargo, pese a la abundancia de modelos y trabajos existentes, uno de los aspectos del problema no considerado hasta la fecha es el relativo a propiedades difusoras de la cubierta, que puede llegar a tener gran importancia en invernaderos de pequeñas dimensiones. Por esta última razón, sumada al hecho de que nuestro prototipo experimental reunía las características antes indicadas, nos decidimos al desarrollo de un modelo de transmisión de la radiación solar que contemplase este particular.

3.1.1. Irradiancia solar sobre la placa vegetación-suelo

Las hipótesis de trabajo asumidas en el análisis de la interacción de la radiación solar con el invernadero son:

- 1.- Se considera al invernadero infinitamente largo, con simetría cilíndrica y cubierta convexa.
- 2.- La transmitancia y reflectancia de la cubierta, en el rango de longitudes de onda del espectro electromagnético solar, se suponen, para un material concreto, sólo dependientes del ángulo de incidencia

de la radiación solar sobre la superficie de la cubierta.

3.- Se acepta que tal dependencia funcional puede ser descrita en la forma:

$$\tau(\theta) = \tau_o^n K(\theta) \quad \text{y} \quad r(\theta) = 1 - \alpha - \tau(\theta) \quad (3.1)$$

donde θ representa al ángulo de incidencia de la radiación solar sobre la cubierta, α es la absortancia hemisférica total de ésta y $\tau(\theta)$ y $r(\theta)$ su transmitancia hemisférica-direccional y su reflectancia hemisférica-direccional, respectivamente. τ_o^n representa el valor de $\tau(\theta)$ para $\theta=0$ y $K(\theta)$ es una función en θ que recibe el nombre de "modificador del ángulo de incidencia". Para materiales de vidrio y plástico, a dicha función se le atribuye una dependencia con θ de la forma (Duffie, 1980):

$$K(\theta) = 1 + b_o \left(\frac{1}{\cos(\theta)} - 1 \right) \quad (3.2)$$

siendo b_o constante para cada material.

4.- En relación con el proceso de transmisión de la radiación solar a través de la cubierta, barajaremos simultáneamente dos hipótesis. La primera consiste en suponer a la cubierta de un material que transmite la radiación sin difundirla y que la refleja especularmente. Por contra, en la segunda, supondremos que dicho material es un difusor perfecto. El material más acorde a la primera de estas hipótesis, de entre los utilizados en invernaderos, es el vidrio y el que mejor concuerda con la segunda el plástico.

5.- En una primera aproximación supondremos que la vegetación y el suelo constituyen una placa plana opaca, con propiedades ópticas constantes, que refleja difusamente parte de la radiación solar que incide sobre ella.

En la irradiancia solar sobre la placa vegetación-suelo distinguiremos tres componentes: la debida a la componente directa de la radiación solar ($I_{b,p}$), la debida a la componente difusa de ésta ($I_{d,p}$) y la debida a la exitancia radiante de la propia placa en el rango de 0.2 a $3\mu\text{m}$ de longitud de onda.

Irradiancia debida a la componente directa de la radiación solar

La irradiancia solar sobre la placa vegetación-suelo debida a la componente directa de la radiación solar, en el caso de cubierta convexa no difusora, viene dada por:

$$A I_{b,p} = I_b^n \sum_{k=0}^{\infty} \int_{S_k} \tau(\theta) \left(\prod_{i=0}^k r(\theta_{r,i}) \right) \cos\theta \, dS \quad (3.3)$$

donde I_b^n es la irradiancia solar directa sobre una superficie plana normal al vector de posición del sol; S_k es el área de la cubierta que contribuye a iluminar la placa (vegetación+suelo) tras haber sufrido k reflexiones en la cara interior de la cubierta; A es el área de la placa; y $\theta_{r,i}$ es el ángulo de incidencia de la radiación solar directa en la cara interna de la cubierta después de sufrir $i-1$ reflexiones en la misma.

Definiendo la "reflectividad efectiva" de la cubierta en S_k como:

$$r_{\text{eff}}^k = \frac{\int_{S_k} K(\theta) \left(\prod_{i=0}^k r(\theta_{r,i}) \right) \cos\theta \, dS}{\int_{S_k} K(\theta) \cos\theta \, dS} ; \quad r_{\text{eff}}^0 = 1 \quad (3.4)$$

la ecuación (3.3) puede reescribirse en la forma:

$$A I_{b,p} = \tau_o^n I_b^n \sum_{k=0}^{\infty} r_{\text{eff}}^k \int_{S_k} K(\theta) \cos\theta \, dS \quad (3.5)$$

Por otro lado, llamando ángulo de incidencia efectivo de la radiación solar en S_k a:

$$\cos\theta_{\text{eff}} = \frac{1}{S_k} \int_{S_k} \cos\theta \, dS \quad (3.6)$$

y teniendo en cuenta la relación funcional atribuida al "modificador del ángulo de incidencia", nos encontramos con que:

$$A I_{b,p} = \tau_o^n I_b^n \sum_{k=0}^{\infty} S_k r_{\text{eff}}^k K(\theta_{\text{eff}}) \cos\theta_{\text{eff}} \quad (3.7)$$

donde $S_k \cos\theta_{\text{eff}}$ representa la proyección de S_k sobre un plano normal al vector de posición del sol.

Por último, si se define la transmitancia solar directa de la cubierta como el cociente entre la irradiancia debida a la componente directa de la radiación solar sobre la placa y la irradiancia solar directa sobre una superficie plana horizontal externa al sistema:

$$\tau_b = \tau_o^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{S_k}{A} r_{\text{eff}}^k K(\theta_{\text{eff}}) \frac{\cos\theta_{\text{eff}}}{\cos\theta_z} \quad (3.8)$$

la irradiancia solar directa sobre la placa vegetación-suelo vendrá dada por:

$$I_{b,p} = \tau_b I_b^n \cos\theta_z \quad (3.9)$$

siendo θ_z el denominado ángulo cenital solar.

Irradiancia debida a la componente difusa de la radiación solar

Supuesta isótopa la radiancia del cielo en el rango de longitudes de onda de 0.2 a 3 μm ., la irradiancia solar sobre un elemento diferencial de área de la cubierta, inclinado un ángulo β sobre la horizontal, debida a la componente difusa de la radiación solar y a la radiación reflejada por el suelo circundante, vendrá dada por:

$$I_{d,c}(\beta) = \frac{1}{2} (1 + \cos\beta) I_d + \frac{1}{2} r_s (1 - \cos\beta) I_g \quad (3.10)$$

donde I_d representa la irradiancia sobre superficie horizontal debida a la componente difusa de la radiación solar; I_g es la irradiancia solar total sobre dicha superficie; y r_s es la reflectividad hemisférica total del suelo.

Consecuentemente, la irradiancia solar difusa sobre la placa vegetación-suelo podremos expresarla como:

$$A I_{d,p} = \tau_d \int_S I_{d,c}(\beta) E_{ds \rightarrow p}(r) dS \quad (3.11)$$

siendo τ_d la transmitancia hemisférica total de la cubierta y $E_{ds \rightarrow p}(r)$ la fracción de radiación difusa transmitida por la cubierta que intercepta a la placa vegetación-suelo. Este último término recibe el nombre de factor de configuración y puede ser expresado como:

$$E_{ds \rightarrow p}(r) = \sum_{k=0}^{\infty} r^k f_k ; \quad \sum_{k=0}^{\infty} f_k = 1 \quad (3.12)$$

donde r representa la reflectividad hemisférica total de la cubierta y f_k la fracción de radiación difusa transmitida por un determinado diferencial de área de la cubierta que incide sobre la placa después de experimentar k reflexiones en la primera.

Definiendo la "transmitancia efectiva" de la cubierta a la componente difusa de la radiación solar y la "transmitancia efectiva" a la radiación reflejada por el suelo, a través de las ecuaciones:

$$\tau_{d, \text{eff}} = \frac{1}{2} \tau_d \frac{1}{A} \int_S (1 + \cos\beta) E_{ds \rightarrow p}(r) dS \quad (3.13)$$

y

$$\tau_{r, \text{eff}} = \frac{1}{2} \tau_d \frac{1}{A} \int_S (1 - \cos\beta) E_{ds \rightarrow p}(r) dS \quad (3.14)$$

respectivamente, la irradiancia solar difusa sobre la placa vegetación-suelo adoptará la forma:

$$I_{d,p} = \tau_{d, \text{eff}} I_d + r_s \tau_{r, \text{eff}} I_g \quad (3.15)$$

En el caso de que la cubierta fuese un difusor perfecto, el análisis de la irradiancia solar sobre la placa debida a la componente directa de la radiación solar admite un tratamiento análogo al aplicado a las componentes difusa y reflejada. Esto es, dicha magnitud se expresará como:

$$A I_{b,p} = I_b^n \sum_{k=0}^{\infty} \int_{S_{\max}} \tau(\theta) \cos\theta E_{ds \rightarrow p}(r) dS \quad (3.16)$$

donde S_{\max} representa al área de cubierta iluminada directamente por la componente directa de la radiación solar.

Irradiancia debida a la exitancia radiante de la propia placa

Designando mediante M_p a la exitancia radiante de la placa vegetación-suelo en el rango de longitudes de onda de 0.2 a 3 μm . (cantidad de energía radiante que sale de la placa, por unidad de tiempo y unidad de área, en dicho rango), la irradiancia solar sobre la placa debida a su propia exitancia vendrá dada por:

$$A I_{r,p} = A M_p E_{p \rightarrow p}(r) \quad (3.17)$$

donde $E_{p \rightarrow p}(r)$ representa la fracción de M_p que regresa a la placa tras haber sido reflejada por la cubierta.

Como quiera que

$$M_p = r_p (I_{b,p} + I_{d,p} + I_{r,p}) \quad (3.18)$$

siendo r_p la reflectividad hemisférica total de la placa vegetación-suelo, la ecuación (3.17) queda en la forma:

$$A I_{r,p} = A \Gamma(r) (I_{b,p} + I_{d,p}) \quad (3.19)$$

donde

$$\Gamma(r) = \frac{r_p E_{p \rightarrow p}}{1 - r_p E_{p \rightarrow p}} \quad (3.20)$$

Irradiancia solar total y energía solar absorbida

Teniendo en cuenta las contribuciones debidas a las componentes directa y difusa de la radiación solar, a la radiación reflejada por el suelo circundante y a la propia exitancia radiante de la placa vegetación-suelo, la irradiancia total sobre esta última podrá expresarse como:

$$I_p = [1 + \Gamma(r)] (I_{b,p} + I_{d,p}) \quad (3.21)$$

siendo

$$I_{b,p} = \tau_b I_b^n \cos \theta_z = \tau_b (I_g - I_d) \quad (3.22)$$

$$I_{d,p} = \tau_d I_d + r_s \tau_r I_g \quad (3.23)$$

Comunmente, el dato de radiación solar de que dispondremos será el de irradiancia global sobre superficie horizontal. Por lo tanto, convendremos en definir una "transmitancia total efectiva del sistema" a la radiación solar como el cociente entre la irradiancia solar total sobre la placa vegetación-suelo y la irradiancia solar global en el exterior, resultando:

$$\tau_{eff} \equiv \frac{I_p}{I_g} = [1 + \Gamma(r)] [\tau_b (1 - k_d) + \tau_d k_d + r_s \tau_r] \quad (3.24)$$

siendo $k_d = I_d/I_g$. De este modo, la energía solar absorbida por la placa de referencia se expresará como:

$$q_o = \alpha_p \tau_{eff} I_g \quad (3.25)$$

De todo lo anterior, en particular de las ecuaciones (3.24) y (3.8), se deduce que el parámetro fundamental del modelo, la transmitancia efectiva de la cubierta a la radiación solar, presenta dos tipos de dependencias temporales: una, ligada a la trayectoria solar a través de la transmitancia de cubierta a la radiación solar directa (τ_b), dependiente de las propiedades ópticas y geométricas de la cubierta; y otra, enteramente exógena, asociada a la proporción de radiación solar difusa (k_d).

3.1.2. Variabilidad temporal de la transmitancia efectiva del sistema.

Con objeto de acotar la variabilidad temporal de la transmitancia efectiva del sistema a la radiación solar, se procedió a aplicar el modelo desarrollado a un caso particular: un invernadero con cubierta semicircular y orientación N-S. El hecho de que nuestro prototipo experimental reuniese estas características fué lo que nos indujo a esta selección. En el análisis que sigue, simultaneamos las hipótesis de cubierta difusora y no difusora y trabajamos con valores de transmitancia bajo incidencia normal de 0.5 y 0.8, de reflectividad de la cara interna de la cubierta de 0.2 y de coeficiente de la función del modificador del ángulo de incidencia de -0.1 y -0.45. Dado que nuestras experiencias se realizaron en Madrid, se adoptó en el cálculo un valor de latitud igual a 40.41°N, y se escogió el 21 de Junio (solsticio de verano) como día donde es de esperar una alta variación de la transmitancia efectiva de la cubierta a la componente directa de la radiación solar.

De las gráficas 3.1a y 3.1b, donde aparecen condensados los resultados obtenidos, se concluye que la variación de τ_b a lo largo del día:

- Es tanto más acusada cuanto mayor es el valor de τ_o^n .
- Con independencia de los valores que adopten τ_o^n y b_o , es mayor para el caso de cubierta no difusora que para el caso de cubierta difusora.
- Bajo la hipótesis de cubierta difusora, cuanto menor es b_o menor es la variación de dicho parámetro.
- Sin embargo, para cubierta no difusora, la disminución de b_o comporta un aumento de la variabilidad de τ_b en las horas centrales del día.

Bajo la hipótesis de isotropía de la radiación solar difusa adoptada en el modelo, es evidente que el parámetro de transmisión efectiva τ_d ha de permanecer constante a lo largo del día. Esto hace que, aunque τ_b experimente una considerable variación en dicho periodo de tiempo, su efecto sobre la transmitancia total del sistema (ver ecuación 3.24) se vea en cierta medida contrarrestada por τ_d . En la figura 3.1c se ha representado el valor que adoptaría la transmitancia total de un invernadero con cubierta difusora y $\tau_o^n=0.5$, para distintos valores de proporción de radiación difusa sobre global (K_d). Nótese como a medida que K_d aumenta se atenúa la variación diaria de la transmitancia total del sistema.

3.1.3. Analisis experimental

La validación experimental del modelo propuesto para la estimación de la transmitancia efectiva de la cubierta a la radiación solar, presenta serias dificultades:

- En el invernadero real nos encontraremos con efectos de sombras, producidos por la interacción de la radiación solar con la estructura del sistema, que no han sido contemplados explícitamente en el modelo.
- Es evidente que la distribución de irradiancia solar sobre la placa absorbente no es uniforme, por lo que puede resultar conflictiva la selección del punto o puntos de medida.
- Ninguna de las dos hipótesis barajadas en el modelo, sobre las propiedades difusoras del material de cubierta, es enteramente realista.
- En el caso de cubierta de plástico, son de esperar desviaciones de la forma real del invernadero respecto de la teórica semicircular.
- Y, por último, la hipótesis de isotropía aplicada a la radiación solar difusa resulta desacertada en días despejados.

No obstante, procedimos, en el prototipo experimental de invernadero que se describe en el capítulo 7, a la medida simultánea de la irradiancia solar global sobre superficie horizontal dentro y fuera del sistema. El objetivo principal de este experimento consistió en analizar la variabilidad temporal (siempre en el transcurso de un día) del parámetro de transmitancia efectiva de cubierta de nuestro prototipo experimental. Como objetivo secundario, nos

fijamos una discreta aproximación a la validación del modelo de penetración de la radiación solar en el invernadero.

La cubierta del sistema está integrada por una lámina plástica de polietileno térmico de 200 μm de espesor y una malla de sombreado capaz de cortar radiación en, aproximadamente, un 50%. Las medidas se realizaron un mes de septiembre en Madrid, con una frecuencia de registro de 5 min^{-1} .

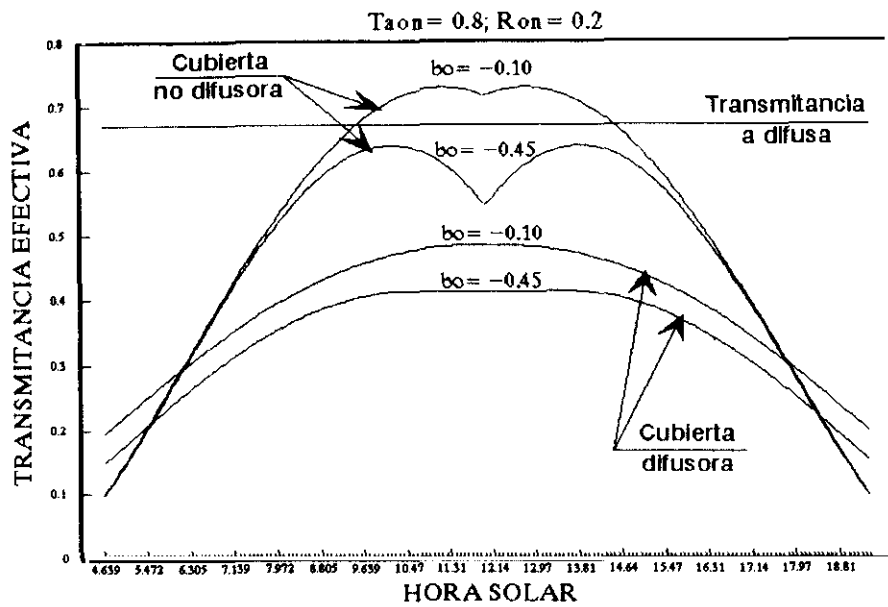
En la figura 3.2a aparecen representados, frente a la hora solar, los valores observados de irradiancia solar global dentro y fuera del sistema. En la figura 3.2b se ha representado, también frente a la hora solar, el cociente entre ambas magnitudes, es decir, la transmitancia de la cubierta a la radiación solar. En ella se observa que, salvo en las horas primeras y últimas del día, dicha magnitud se mantiene bastante estable en el entorno de 0.3. Las fluctuaciones que presenta son atribuibles a los efectos de sombras, a las imperfecciones de la cubierta (desviaciones respecto de un semicírculo) y a la variación de k_d a lo largo del día.

Ajustando los valores medidos de irradiancia solar global en el interior del invernadero a una función del tipo:

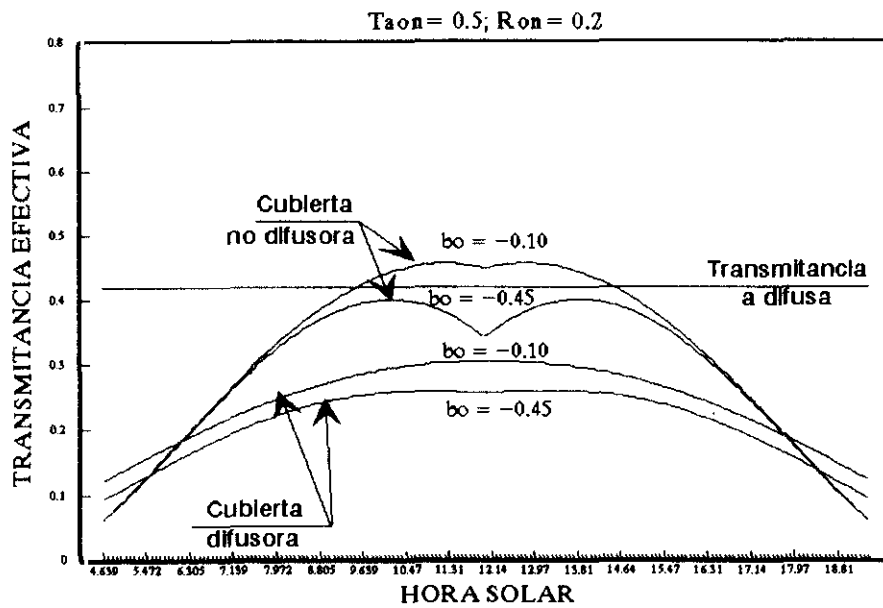
$$I_{g,p} = \tau I_g \quad (3.26)$$

se obtiene un valor de transmitancia, τ , igual a 0.29, con un coeficiente de correlación de .96 y una desviación típica de los valores medidos respecto de los calculados a partir de (3.26) de 12 W.m^{-2} (ver fig. 3.2c). Se concluye, por lo tanto, que en nuestro sistema particular, la transmitancia de la cubierta a la radiación solar no será una fuente importante de variabilidad temporal. Estos resultados se reproducen en otras secuencias de medida realizadas.

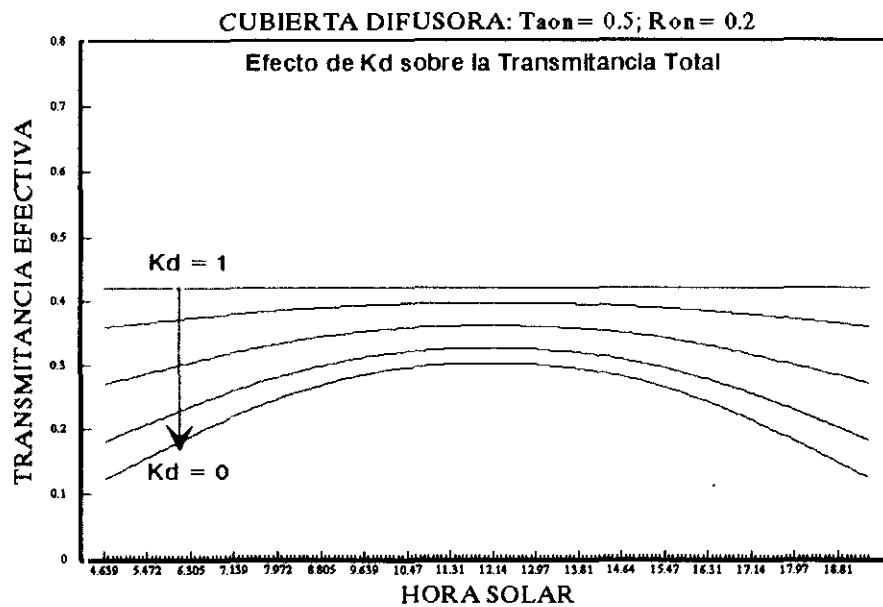
Finalmente, suponiendo una cubierta difusora con valores de τ_{on} de 0.45, de r_{on} de 0.1 y de b_o de -.1, y aplicando el modelo de Erbs (1982) para estimar la proporción de radiación difusa k_d , dado que no se efectuaron medidas de ésta, observamos que, aún con desviaciones respecto de los datos medidos, el modelo de penetración de la radiación solar propuesto se comporta relativamente bien (ver figura 3.2d). Las diferencias entre valores predichos y medidos estarán asociados no sólo a las deficiencias antes señaladas del modelo, sino también a la incertidumbre acerca del valor real de k_d en cada instante y, por supuesto, a los errores inherentes a la experimentación.



A



B



C

Fig. 3.1.- Análisis de la variabilidad temporal de la transmitancia efectiva de la cubierta.

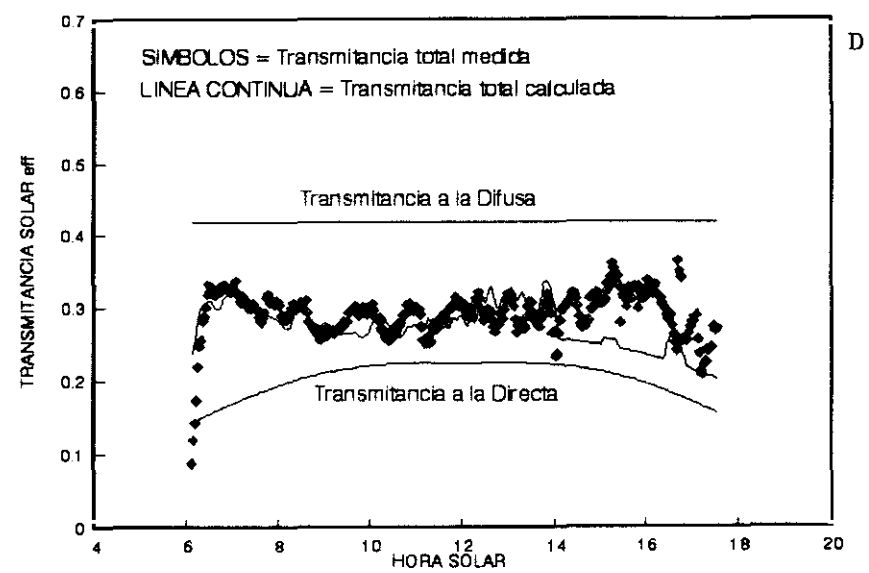
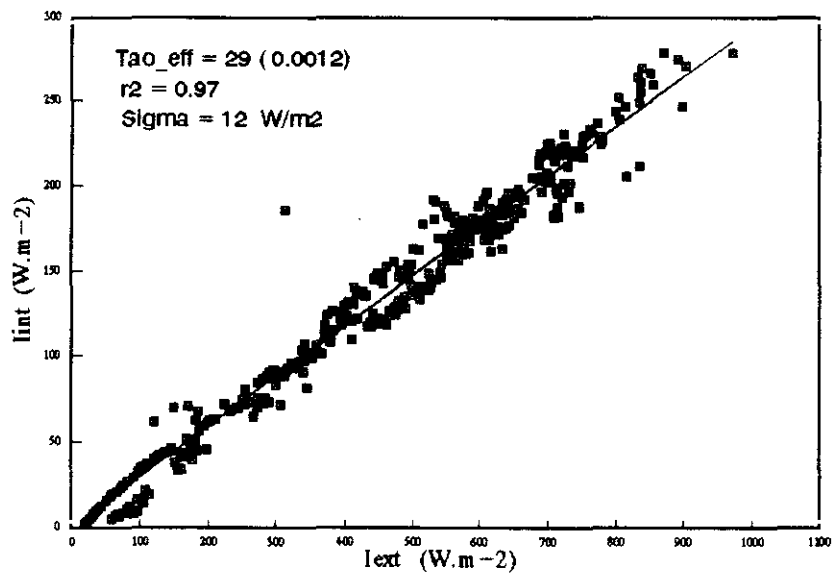
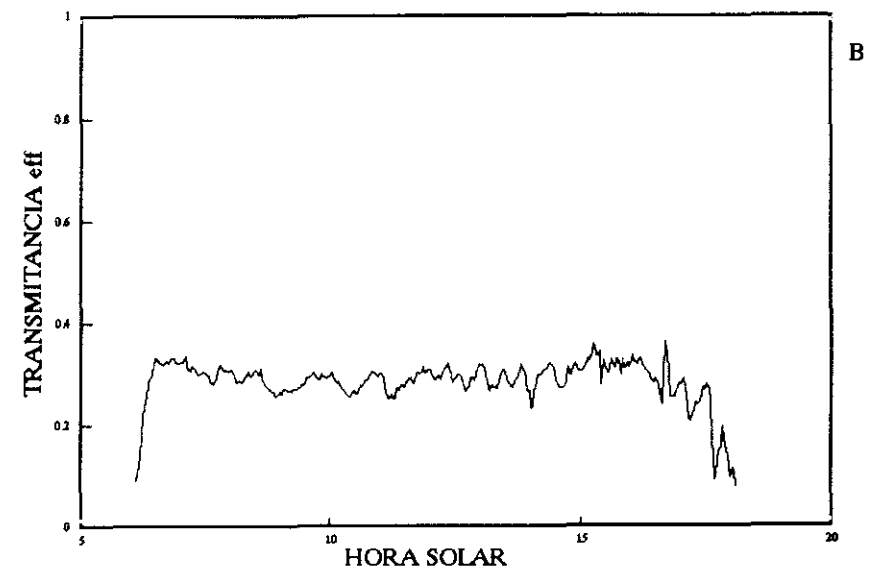
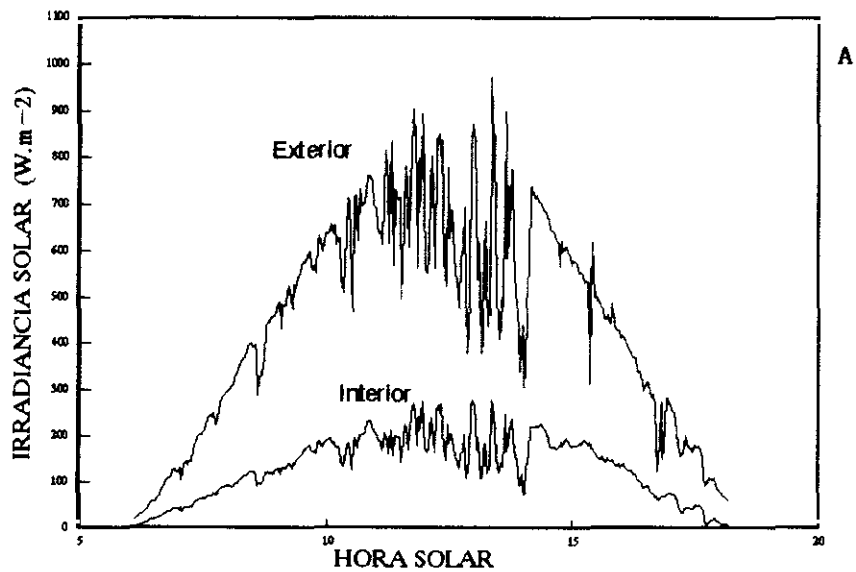


Fig. 3.2.- Análisis experimental: Transmittancia efectiva a la radiación solar.

3.2. INTERCAMBIOS RADIATIVOS EN EL INFRARROJO TERMICO

La radiación térmica emitida por los cuerpos a temperatura próxima al ambiente, como es el caso de la cubierta, la vegetación y el suelo del invernadero, así como de la propia atmósfera, se encuentra en su práctica totalidad contenida en el rango de 3 a 50 μm de longitud de onda del espectro electromagnético. Se la denomina radiación infrarroja térmica.

3.2.1. Modelo de intercambios radiativos

Hipótesis.

Para el desarrollo del modelo de intercambios radiativos dentro del invernadero supondremos que éste constituye un recinto cerrado en el que se pueden distinguir tres zonas: cubierta, vegetación y suelo, cuyas superficies satisfacen las propiedades siguientes:

- 1.- Poseen propiedades ópticas independientes de la dirección y de la frecuencia en el rango de 5 a 50 μm de longitud de onda.
- 2.- Son emisores y reflectores difusos en dicho rango de longitudes de onda.
- 3.- Su temperatura es uniforme.
- 4.- A excepción de la cubierta, cuando es de plástico, todas ellas son opacas en el infrarrojo térmico.
- 5.- El aire es un medio no participante.

Formulación matemática.

El modelo se sustenta en el denominado "Método del flujo radiativo neto entre superficies finitas" (ver ej. Siegel & Howell, 1972):

- 1.- Se define el flujo radiativo neto en la superficie i , $q_{IR,i}$, por unidad de área y unidad de tiempo, como la diferencia entre la exitancia radiante, M_i , y la irradiancia, E_i , en dicha superficie:

$$q_{IR,i} = M_i - E_i \quad (3.27)$$

- 2.- La exitancia e irradiancia, en dicho rango de longitudes de onda, vendrán dadas por:

$$M_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i \sum_j F_{ij} M_j \quad (3.28)$$

$$E_i = \sum_j F_{ij} M_j \quad (3.29)$$

respectivamente. T_i es la temperatura absoluta de la superficie i , ϵ_i y ρ_i su emitancia y reflectancia en el infrarrojo térmico, y F_{ij} el factor de visión desde la superficie i a la j . En el caso de la cubierta, al ser un medio parcialmente transparente en el infrarrojo, esas expresiones se alteran ligeramente.

- 3.- A partir de las ecuaciones (3.28), se expresan las emitancias en función de las temperaturas de las superficies participantes.

$$M_i \equiv M_i(T_{j=1, \dots, n}) ; \quad n = \text{número de superficies} \quad (3.30)$$

- 4.- Finalmente, sustituyendo las ecuaciones (3.30) en (3.27), se obtiene, para cada una de las superficies participantes, la dependencia funcional existente entre el flujo radiativo neto y las temperaturas superficiales del recinto.

En el caso que nos ocupa, omitiendo el álgebra intermedio, llegamos a la siguiente representación de los flujos radiativos netos en cubierta, vegetación y suelo:

$$q_{IR,c} = \epsilon_c \sigma (T_c^4 - T_{sky}^4) + \epsilon_c \sigma \{ F_{cc}^* \tau_c (T_c^4 - T_{sky}^4) + F_{cp}^* (T_c^4 - T_p^4) + F_{cs}^* (T_c^4 - T_s^4) \} \quad (3.31)$$

$$q_{IR,p} = \epsilon_p \sigma \{ F_{pc}^* [\epsilon_c (T_s^4 - T_c^4) + \tau_c (T_p^4 - T_{sky}^4)] + F_{ps}^* (T_p^4 - T_s^4) \} \quad (3.32)$$

$$q_{IR,s} = \epsilon_s \sigma \{ F_{sc}^* [\epsilon_c (T_s^4 - T_c^4) + \tau_c (T_s^4 - T_{sky}^4)] + F_{sp}^* (T_s^4 - T_p^4) \} \quad (3.33)$$

donde

$$\begin{aligned} F_{cc}^* &= F_{cc} / \gamma ; & F_{cp}^* &= F_{cp} / \gamma ; & F_{cs}^* &= F_{cs} / \gamma ; & \gamma &= 1 - \rho_c F_{cc} ; \\ F_{pc}^* &= F_{pc} / \gamma ; & F_{ps}^* &= F_{ps} + \rho_c F_{cs} F_{pc} / \gamma ; \\ F_{sc}^* &= F_{sc} / \gamma ; & F_{sp}^* &= F_{sp} + \rho_c F_{cp} F_{sc} / \gamma \end{aligned} \quad (3.34)$$

Los subíndices c, p y s hacen referencia a la cubierta, la vegetación y el suelo, respectivamente, y T_{sky} representa la denominada temperatura aparente del cielo (ver ec. 3.40). Para la obtención de estas ecuaciones se supuso $\rho_p = \rho_s \approx 0$.

Factores de visión.

En la bibliografía específica sobre intercambios radiativos en cultivo, es corriente encontrar a este subsistema descrito como un estrato horizontal e infinito, que se comporta frente a la radiación infrarroja térmica como un medio homogéneo parcialmente transparente a la misma. Su transmitancia, en este rango de longitudes de onda, τ_{IR} , se define como el cociente entre los flujos radiativos saliente (exitancia) y entrante (irradiancia) a través de los planos paralelos que definen el mencionado estrato de vegetación. Supuesta isótropa la irradiancia en cualquiera de dichos planos, es evidente que τ_{IR} dependerá exclusivamente de las propiedades geométricas del cultivo, razón por la cual numerosos autores coinciden en describirla mediante funciones del tipo:

$$\tau_{IR} = \exp (- k_{IR} LAI) \quad (3.35)$$

donde LAI es el índice de área de hojas y k_{IR} el denominado coeficiente de extinción de la radiación infrarroja térmica. Este último estará determinado por la geometría y distribución espacial de las hojas, y puede ser calculado analíticamente para determinadas distribuciones ideales de éstas. Procediendo de este modo, Monteith (1975), Ross (1975) y Goudriaan (1977) obtienen los valores de k_{IR} que figuran en la Tabla II.1., donde α representa el ángulo que forman las hojas con un plano horizontal.

De acuerdo con la hipótesis de estrato homogéneo y con la definición (3.35) de su transmitancia, el flujo radiativo neto en cultivo, para un invernadero con cubierta opaca al infrarrojo térmico y reflectividad nula en ese rango de longitudes de onda ($\epsilon_c = 1$), vendrá dado por:

$$q_{IR,p}^* = (1 - \tau_{IR}) \sigma (2 T_p^4 - T_s^4 - T_c^4) \quad (3.36)$$

Si comparamos esta expresión con la que resulta de particularizar la ecuación (3.32) para un valor de la emitancia de la cubierta igual a la unidad:

$$q_{IR,p} = A_p \sigma \{ (1 - F_{pp}) T_p^4 - F_{ps} T_s^4 - F_{pc} T_c^4 \} \quad (3.37)$$

DISTRIBUCION DE HOJAS	$\alpha (^{\circ})$	Monteith	Ross	Goudriaan
Horizontal	0		1.000	1.050
Cónica	30	0.87		
Cónica	45			0.829
Cónica	60	0.50 - 0.58		
Vertical	90		0.436	
Esférica			0.684	0.810

Tabla 3.1. Valores del coeficiente de extinción k_{IR} , según bibliografía, para distribuciones ideales de hojas.

nos encontramos con que los factores de visión F_{pj} ($j = p, c, s$) están relacionados con la transmitancia τ_{IR} del cultivo a través del siguiente conjunto de igualdades:

$$F_{pp} = 1 - \frac{(1 - \tau_{IR})}{LAI} ; \quad F_{pc} = F_{ps} = \frac{1}{2} \frac{(1 - \tau_{IR})}{LAI} \quad (3.38)$$

y, en consecuencia, aplicando las propiedades de unicidad y reciprocidad de los factores de visión en recintos cerrados, se obtiene que:

$$F_{sp} = (1 - \tau_{IR}) ; \quad F_{sc} = \tau_{IR} ; \quad F_{cp} = \frac{A_s}{A_c} (1 - \tau_{IR}) ; \quad F_{cs} = \frac{A_s}{A_c} \tau_{IR} ; \quad F_{cc} = 1 - \frac{A_s}{A_c} \quad (3.39)$$

En las figuras 3.3a y 3.3b, aparecen representados, frente al índice de área de hojas (LAI), los factores de visión de la cubierta, el suelo y la vegetación, que resultan de aplicar las ecuaciones (3.38), (3.39) y (3.35) con valores del coeficiente de extinción, K_{IR} , de 0.4, 0.6, 0.8 y 1. Su único objeto consiste en mostrar como el crecimiento del cultivo (aumento de LAI) ocasionará una modificación de los flujos radiativos dentro del invernadero.

Temperatura aparente del cielo.

La exitancia radiante del cielo es el resultado de la emisión de radiación por diferentes capas de la atmósfera, localizadas a distintas alturas, con diferentes temperatura y composición. En cualquier dirección y para cualquier condición atmosférica, la radiancia espectral del cielo coincide con la del cuerpo negro a temperatura igual a la del aire cerca de la superficie de la tierra, excepto en la región de 8 a 13 μm , denominada "ventana atmosférica", en la que se reduce sustancialmente. El problema de estimación de la exitancia radiante del cielo está, precisamente, ligado a esta banda del espectro electromagnético, donde dicha magnitud muestra una acusada sensibilidad a la composición atmosférica, en particular al contenido de vapor de agua, y a la presencia o ausencia de nubes.

Numerosos autores coinciden en abordar este problema a partir del estudio de la denominada emisividad aparente del cielo (ϵ_{sky}) o, alternativamente, de la temperatura aparente del cielo (T_{sky}), cuyas ecuaciones de definición son:

$$M_{sky} = \epsilon_{sky} \sigma T_a^4 = \sigma T_{sky}^4 \quad (3.40)$$

donde M_{sky} representa la exitancia radiante del cielo y T_a la temperatura del aire cerca de la superficie terrestre. Los métodos empleados para la estimación de una u otra magnitud se pueden clasificar en dos grandes grupos: Los modelos teóricos, que utilizan perfiles detallados de temperatura y composición atmosférica (ej. LOUTRAN), y los modelos empíricos (ej. Angstrom, 1915; Kondratyev, 1969; Berdahl et al., 1982 a-b; Martin et al., 1984 a-b), que establecen correlaciones de naturaleza empírica entre la emisividad aparente del cielo y distintas variables meteorológicas, como son la presión de vapor de agua o la temperatura de bulbo húmedo del aire medidas cerca de la superficie de la tierra. Estas correlaciones, que normalmente se establecen para atmósferas sin nubes, procuran valores medios mensuales diarios u horarios de ϵ_{sky} . Incluso en atmósferas bien definidas (cielo claro), resultará difícil atribuir un valor adecuado a este parámetro. De este modo, un análisis empírico detallado del enfriamiento radiativo del invernadero, de particular interés durante la noche, exigiría la medida directa de la exitancia radiante del cielo.

3.2.2. Linearización de flujos radiativos. Coeficientes de transporte.

Como puede apreciarse en las ecuaciones (3.31) a (3.33), el flujo radiativo neto en el infrarrojo térmico, en un subsistema cualquiera del invernadero, viene dado por el sumatorio de cuantos intercambios radiativos tienen lugar entre dicho subsistema y cualquiera otro del invernadero, o entre el subsistema de referencia y el exterior. Esto es, para el subsistema i , donde $i=c, p$, ó s , dicho flujo se expresa en la forma genérica:

$$q_{IR,i} = \sum_j q_{IR,i \rightarrow j} \quad (3.41)$$

siendo j distinto de i e igual a c, p, s ó sky . De otra parte, el intercambio radiativo neto entre las superficies i y j consideradas individualmente, $q_{IR,i \rightarrow j}$, viene dado por relaciones no lineales del tipo:

$$q_{IR,i \rightarrow j} \propto \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (3.42)$$

Comunmente, se conviene en definir el coeficiente radiativo de transferencia, entre dos superficies cualesquiera i y j , a partir de la ecuación:

$$q_{IR,i \rightarrow j} = A_i h_{IR,i \rightarrow j} (T_i - T_j) \quad (3.43)$$

Comparando esta ecuación con la (3.42), se observa la siguiente relación de proporcionalidad para el coeficiente radiativo de transferencia:

$$h_{IR,i \rightarrow j} \propto \sigma (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j) \quad (W.m^{-2}.K^{-1}) \quad (3.44)$$

que, aplicando el Teorema de Lagrange, se transforma en:

$$h_{IR,i \rightarrow j} \propto 4 \sigma T'^3 \quad (3.45)$$

siendo T' un valor intermedio de temperatura entre T_i y T_j .

En la figura 3.3c, aparece representado, frente a la diferencia de temperaturas $(T_i - T_j)$, el coeficiente $h_{IR,i \rightarrow j}$ correspondiente al caso hipotético en que $F_{ij}=1$ y $\epsilon_i \approx \epsilon_j = 1$. En ella se observa que, con independencia del valor de T_i , en un amplio rango de valores de $(T_i - T_j)$, es posible aproximar la ecuación (3.44) por medio de una relación

lineal del tipo:

$$h_{IR, i \rightarrow j} \approx a + b (T_i - T_j) \quad (3.46)$$

donde $a = 4 \cdot \sigma \cdot T_i^3$ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$) y $b \approx -0.025$ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}$). El orden de magnitud de este último coeficiente, que representa la sensibilidad de $h_{IR, i \rightarrow j}$ al salto térmico entre superficies, justifica plenamente la técnica habitual de linealización de flujos radiativos. Como es bien sabido, ésta consiste en estimar el valor de T' en (3.45) como $T' = T_j$, y se aplica sólo cuando la diferencia de temperatura entre superficies no es exagerada. De hecho, como puede apreciarse en la figura 3.3d, el error que se comete en la estimación de $q_{IR, i \rightarrow j}$ por aplicación de dicha técnica es inferior al 1, 2 y 5% para valores de $(T_i - T_j)$ de 2, 4 y 9 K, respectivamente, cuando T_i se halla en el intervalo de 0 a 40 °C.

Aunque el problema de no linealidad inherente a los flujos radiativos en el infrarrojo térmico pueda ser solventado por el procedimiento arriba expuesto, es posible que, a raíz de la linealización, surjan problemas de variabilidad temporal sujetos a la variación en el tiempo de T' ($T' = T_j$). Este particular, junto con el de no linealidad, será analizado en el subapartado siguiente a partir de datos reales de funcionamiento del prototipo experimental de invernadero que se describe en el capítulo 7.

3.2.3. Análisis Experimental

Las secuencias de medidas analizadas corresponden a dos experimentos en cuyo transcurso el invernadero experimentó una amplia oscilación térmica (experimentos 05/09 y 09/01). Durante esos días, se observaron y registraron, cada 2 min., los valores de: a) temperatura media del aire (T), de la cubierta (T_c) y del suelo (T_s) del invernadero; b) temperatura seca (T_∞) y de bulbo húmedo (T'_∞) del aire exterior, permaneciendo el invernadero cerrado y sin vegetación.

En ausencia de vegetación, las ecuaciones (3.31) y (3.32), que describen el flujo radiativo neto en cubierta y suelo, adoptan la forma:

$$q_{IR, c} = A_c \epsilon_c \sigma \{ (1 - F_{cc}^* \tau_c) (T_c^4 - T_{sky}^4) + F_{cs}^* (T_c^4 - T_s^4) \} \quad (3.47)$$

$$q_{IR, s} = A_s \epsilon_s \sigma F_{sc}^* \{ \epsilon_c (T_s^4 - T_c^4) + \tau_c (T_s^4 - T_{sky}^4) \} \quad (3.48)$$

siendo $F_{ss}=0$, $F_{sc}=1$, $F_{cs}=A_s/A_c$ y $F_{cc}=1-F_{cs}$.

Nuestro objetivo consiste en estudiar la posibilidad de representar dichos flujos a través de ecuaciones lineales en $(T_c - T_s)$, $(T_c - T_{sky})$ y $(T_s - T_{sky})$ e invariables respecto al tiempo. Esto es, en investigar la viabilidad de las siguientes relaciones de igualdad:

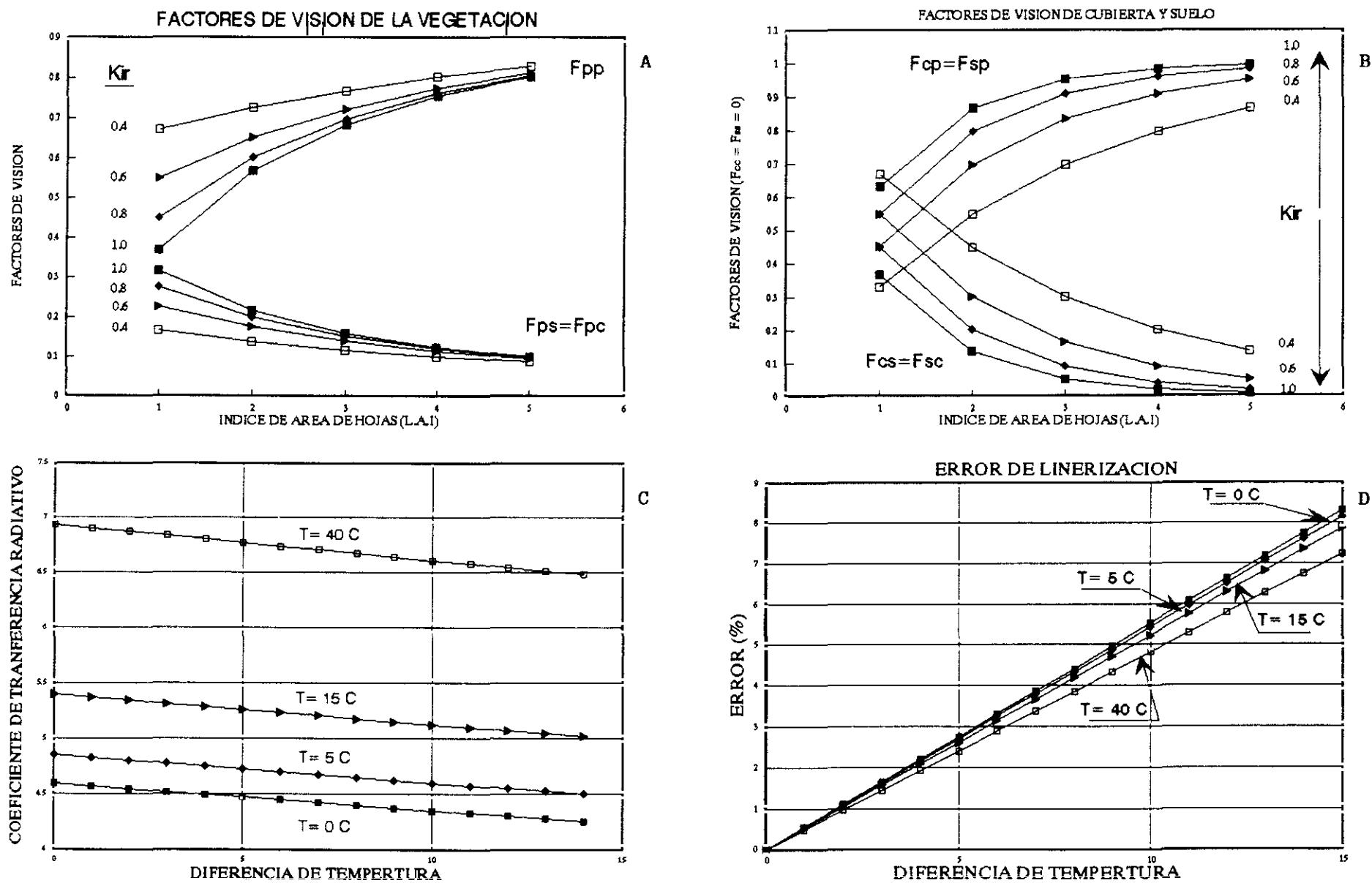
$$\sigma (T_c^4 - T_s^4) = C_1 (T_c - T_s) \quad (3.49)$$

$$\sigma (T_c^4 - T_{sky}^4) = C_2 (T_c - T_{sky}) \quad (3.50)$$

para valores de C_1 y C_2 constantes en el tiempo.

En las figuras 3.4a y 3.5a, aparecen representadas, frente a la hora solar, los valores de temperatura observados dentro y fuera del sistema. Durante el día 5 de septiembre, la cubierta y el aire encerrado por el invernadero

Fig. 3.3.- Intercambios radiativos en el infrarrojo térmico: Factores de visión (A,B) y errores de linealización (C,D).



alcanzan valores de temperatura por encima de los 40°C, mientras que en el día 9 de enero no rebasan los 25°C. En cuanto a las temperaturas mínimas, en el primer día se sitúan en el entorno de los 18-20°C, mientras que en el segundo descienden hasta -2 y 0°C. Al analizar simultáneamente ambos días se consigue barrer un amplio rango de niveles térmicos dentro del sistema. A falta de medidas de la exitancia radiante del cielo, procedimos a estimar la emisividad aparente de éste a partir de las correlaciones empíricas de Berdhal & Martin (1984).

En ambos días, se calcularon ambos miembros de las ecuaciones (3.49) y (3.50) y se representaron el uno frente al otro: $(T_c - T_{sky})$ frente a $\sigma(T_c^4 - T_{sky}^4)$ (fig. 3.4c y 3.5c) y $(T_s - T_c)$ frente a $\sigma(T_s^4 - T_c^4)$ (fig. 3.4d y 3.5d). De la observación de estas figuras se concluye que la aproximación (3.49) es perfectamente asumible, esto es, el coeficiente C_1 pueden ser considerado constante a lo largo de ambas experiencias. Sin embargo, el coeficiente C_2 de (3.50) muestra cierta histéresis o variabilidad temporal.

Puesto que una técnica común de desacoplar radiativamente subsistemas dentro del invernadero, consiste en referir los flujos radiativos en el infrarrojo a la temperatura del aire:

$$q_{IR, i \rightarrow j} = A_i h_{IR, i \rightarrow j} (T_i - T) \quad (3.51)$$

se calcularon también las diferencias de temperatura $(T_c - T)$, $(T_s - T)$ y $(T_c - T_w)$ y se representaron frente a $\sigma(T_s^4 - T_c^4)$, las dos primeras (fig. 3.4d y 3.5d), y frente a $\sigma(T_c^4 - T_{sky}^4)$, la última (fig. 3.4c y 3.5d). De tal representación se desprende que la aproximación (2.51) debe ser acogida con bastante reserva en el caso de flujos radiativos en el interior del sistema. Sin embargo, una aproximación del tipo:

$$q_{IR, i \rightarrow j} = A_i h_{IR, c \rightarrow sky} (T_c - T_w) + C_3 \quad (3.52)$$

siendo C_3 una constante, puede conducir a resultados satisfactorios en la estimación del intercambio radiativo entre cubierta y cielo.

Fig. 3.4.- Análisis experimental. Linearización de los flujos radiativos de onda larga.

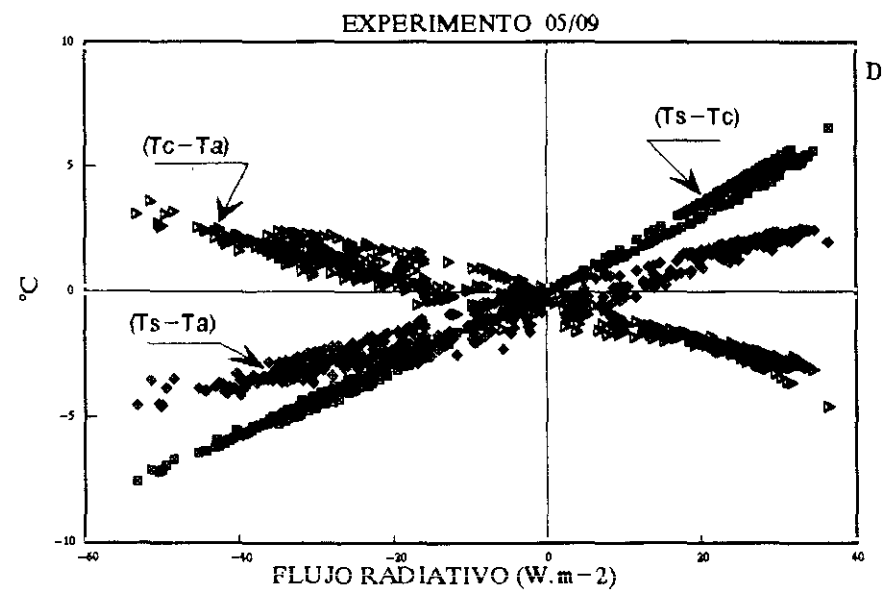
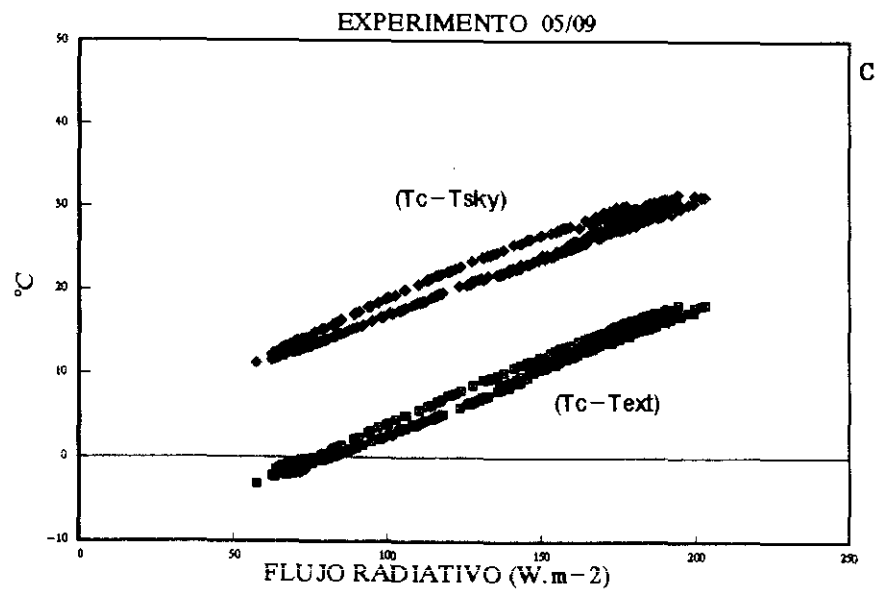
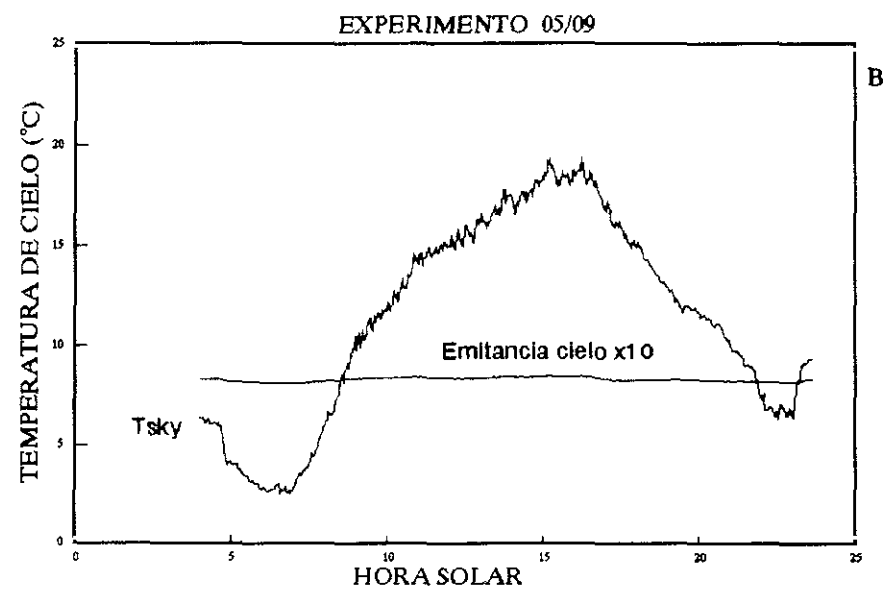
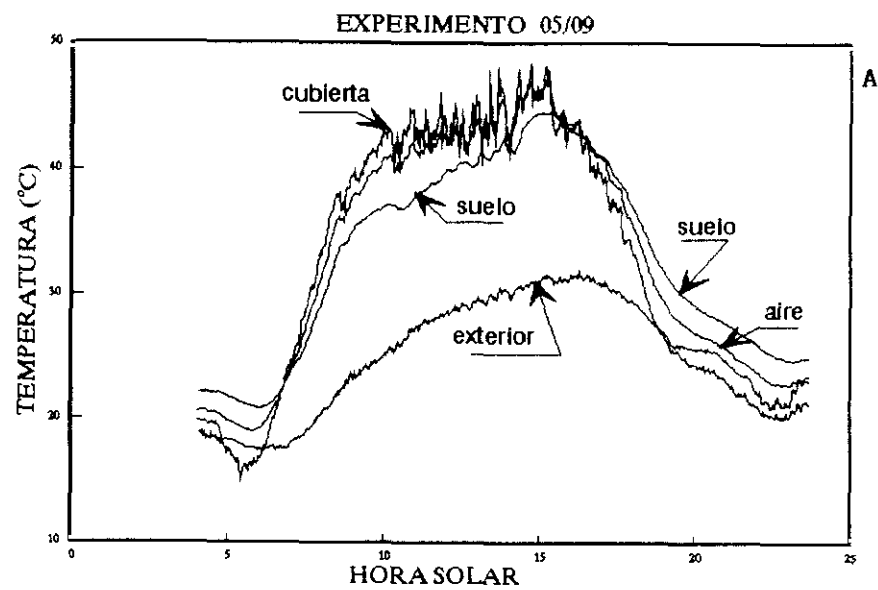
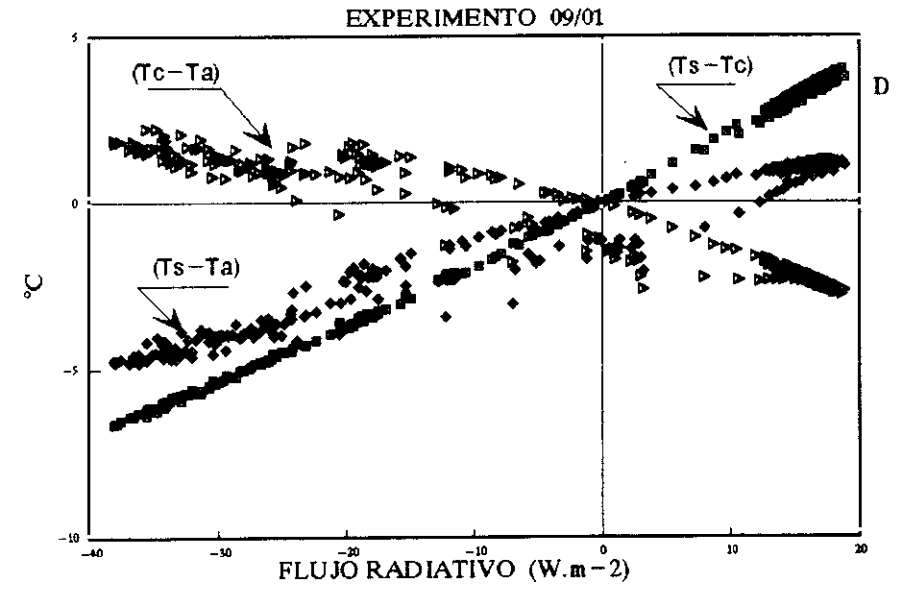
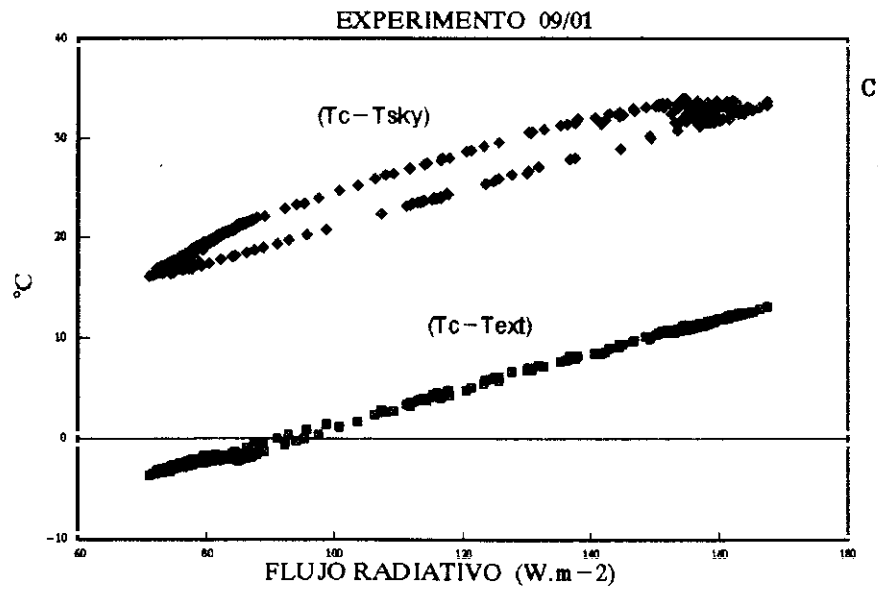
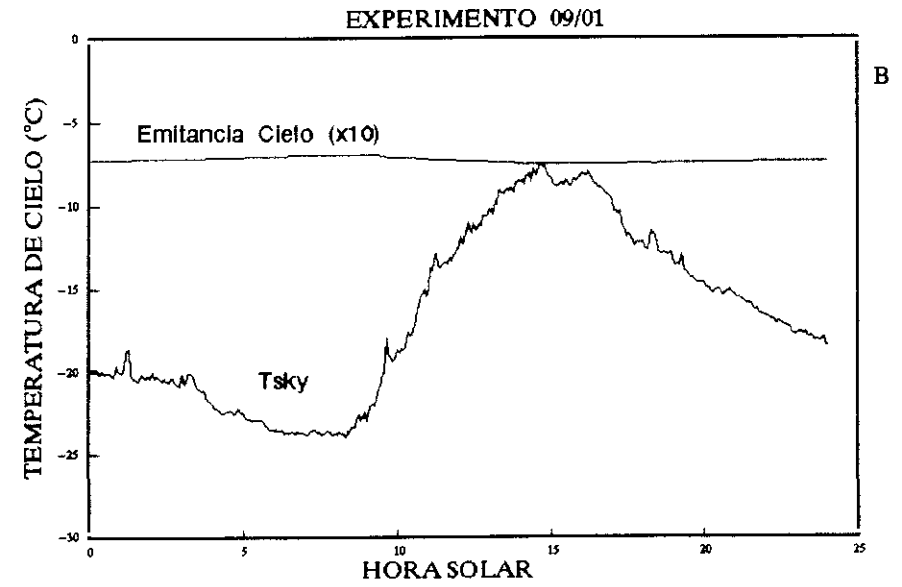
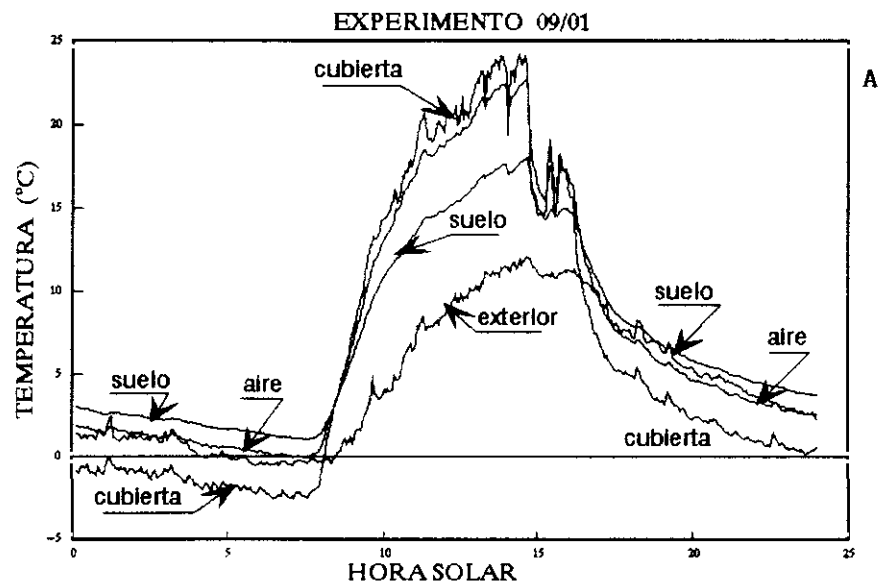


Fig. 3.5.- Análisis experimental. Linearización de los flujos radiati-
vos de onda larga.



3.3. FLUJOS CONVECTIVOS DE CALOR

El transporte de calor sensible a través de una capa de aire puede tener lugar por los mecanismos de conducción y de convección. La conducción representa un intercambio de energía a nivel molecular, mientras que la convección se produce por desplazamiento físico de parcelas de ese aire hacia regiones con diferente temperatura. La convección puede inducirse artificialmente (convección forzada) o ser causada por diferencias de densidad entre distintas regiones del fluido (convección natural o libre). En los invernaderos, la convección se presenta frente a la conducción como mecanismo mucho más eficiente en el proceso de transporte de calor en aire.

3.3.1. Flujos de Transporte Difusivo-Convectivos.

La determinación de los flujos de transporte de vapor de agua y de calor entre fases no ofrecería dificultad si pudiesemos establecer, en cada caso particular, los perfiles de velocidad, temperatura y concentración en cualquiera de las fases mediante las correspondientes ecuaciones de conservación. Ahora bien, como la integración de éstas últimas todavía no es viable en el caso de régimen turbulento, ni en el caso de transporte meramente molecular si la geometría del sistema es complicada, no queda más remedio que recurrir al establecimiento de ecuaciones empíricas para su descripción. A tal fin, ha resultado de gran utilidad la introducción de los conceptos de coeficientes de transporte y de coeficiente de transferencia.

Coeficientes de transporte y de transferencia.

De forma general, para cualquiera de las tres propiedades fundamentales, los coeficientes de transporte individual local (ϵ), individual medio (ϵ_m), global local (E) y global medio (E_m) se definen a partir de las ecuaciones (ej. Costa Novella, 1984):

$$\begin{aligned} d\Gamma_o &= \epsilon \, dA \, (\Pi_o - \Pi_m) ; & \Gamma_o &= \epsilon_m \, A \, (\Pi_o - \Pi_m)_m ; \\ d\Gamma_o &= E \, dA \, (\Pi_I - \Pi_{II}) ; & \Gamma_o &= E_m \, A \, (\Pi_I - \Pi_{II})_m ; & E &= \left(\frac{1}{\epsilon_I} + \frac{1}{\epsilon_{II}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.53)$$

respectivamente, siendo:

A = Área de la superficie interfacial definida por el contacto entre un fluido y un sólido, en nuestro caso el aire y la cubierta, la vegetación o el suelo respectivamente.

dA = Elemento diferencial de área de la superficie interfacial que contiene a un punto genérico P de la misma.

Π_o = Concentración de propiedad en el punto P de la superficie interfacial.

Π_m = Concentración de propiedad en el seno del fluido. Viene dada por: a) La concentración de propiedad fuera de la capa límite en el caso de flujo externo del fluido. b) La concentración media másica de propiedad en el caso de flujo interno.

Π_I, Π_{II} = Concentración de propiedad en el seno de las fases I y II, cuyo contacto define la superficie interfacial.

$d\Gamma_o$ = Flujo de propiedad a través de dA normal a la superficie interfacial en P .

$(\Pi_o - \Pi_m)_m$ = Valor medio en A de la diferencia de concentraciones $(\Pi_o - \Pi_m)$.

Aunque estas expresiones no representan ley física alguna, sino que son meras ecuaciones de definición de los antecitados coeficientes de transporte, han demostrado ser de gran utilidad en la estimación de los flujos de transporte de propiedad a través de superficies interfaciales. Las dos primeras ecuaciones se utilizan cuando Π_o no ofrece dificultad a la hora de ser determinado. En caso contrario, siempre y cuando se pueda despreciar la resistencia que opone al transporte la propia superficie interfacial y sea posible asumir la existencia de régimen

estacionario de transporte a su través, se emplean las dos últimas ecuaciones.

En los casos particulares de transporte de calor y de vapor de agua, las concentraciones de propiedad de referencia vienen dadas por:

$$\Pi_x = \rho c_p T_x \quad \text{y} \quad \Pi_x = \rho \theta_x \quad (3.54)$$

respectivamente, siendo ρ la densidad del aire, T la temperatura y θ la concentración másica de vapor de agua en aire, también denominada humedad específica del aire (masa de vapor por unidad de masa de aire). Designando mediante ϵ_q y ϵ_v a sus respectivos coeficientes individuales locales de transporte, el **coeficiente de transferencia de calor individual local**, h [$M.T^{-3}.K^{-1}$], se define como: $h = \rho.c_p.\epsilon_q$; y el **coeficiente de transferencia de vapor individual local**, k [$M.L^{-2}.T^{-1}$], mediante: $k = \rho.\epsilon_v$. Los flujos de transporte $d\Gamma_o$ de ambas magnitudes a través de un elemento diferencial de superficie interfacial podrán ser expresados en la forma:

$$d\Gamma_o \equiv d q_o = h dA (T_o - T_m); \quad d\Gamma_o \equiv j_v dA = k dA (\theta_o - \theta_m) \quad (3.55)$$

respectivamente.

Al igual que en los casos de los denominados coeficientes de transporte, cabe la posibilidad de definir, para superficies finitas, sendos coeficientes de transferencia medios, h_m y k_m , que serán los que utilicemos normalmente dada la disponibilidad de correlaciones empíricas para su estimación. De este modo el cálculo de los flujos de calor y de vapor de agua se efectuará por medio de las ecuaciones de definición:

$$q_o = h_m A (T_o - T_m)_m \quad [M L^2 T^{-3}] \quad (3.56)$$

y

$$q_v = k_m A (\theta_o - \theta_m)_m \quad [M T^{-1}] \quad (3.57)$$

respectivamente. Esta forma de expresar dichos flujos lleva implícita la hipótesis de inexistencia de acoplamiento entre ambos, por lo que su utilización exige que el número adimensional de Lewis tome valores próximos a la unidad, siendo éste un requisito que se satisface en los casos que más tarde nos ocupan.

Convección libre/forzada - Régimen laminar/turbulento.

Tanto la teoría como la experimentación establecen acusadas diferencias entre las denominadas convección libre y convección forzada, así como entre los regímenes laminar y turbulento que pueden aparecer en cualquiera de ellas. Para la convección libre, la diferencia de temperaturas entre la superficie y el aire constituye un parámetro de primera importancia, mientras que para la convección forzada el principal parámetro es la velocidad del aire. El análisis de la convección se realiza mediante el empleo de determinados números adimensionales, como son el de Prandtl (Pr), el de Reynolds (Re) y el de Grasoff (Gr), que permiten establecer similitudes entre sistemas heterogéneos y reducir, en consecuencia, aunque muy limitadamente, la experimentación a que obliga el tipo de representación adoptado para estos flujos de transporte. El número de Reynolds

$$Re = \frac{u l}{\nu} \quad (3.58)$$

es función de la velocidad del aire fuera de la capa límite (u), de la denominada dimensión característica de la superficie (l) y de la viscosidad cinemática del aire (ν). El número de Grasoff

$$Gr = \frac{g \beta l^3}{\nu^2} (T_o - T_a) \quad (3.59)$$

depende de la diferencia de temperaturas existente entre la superficie y el aire, de la viscosidad cinemática de este último, de su coeficiente de expansión térmica (β), de la dimensión característica de la superficie y de la aceleración de la gravedad (g). Ambos números se relacionan con el coeficiente de transferencia medio a través del número de Nusselt

$$Nu = \frac{\rho_a c_p l}{\lambda_a Re} = \frac{h l}{\lambda_a} \quad (3.60)$$

que puede ser escrito en función de cualquiera de ellos o de una combinación de ambos. Son expresiones usuales en este sentido:

$$Nu = C_1 Re^n Pr^m + D_1 \quad \text{para convección forzada} \quad (3.61)$$

y

$$Nu = C_2 Gr^a Pr^b + D_2 \quad \text{para convección libre} \quad (3.62)$$

donde los parámetros C_1 , C_2 , n , m , a , b , D_1 y D_2 dependen de la geometría de la superficie y de las características del flujo de aire en su entorno (ver por ej. Gröber, 1967). D_1 y D_2 suelen ser igual a 0, y C_1 y C_2 constantes para determinados rangos de valores de los números Re y Gr . Para superficies planas horizontales, o ligeramente inclinadas, a dichos parámetros se les atribuyen valores de:

$$\begin{array}{ll} n = \frac{1}{2} ; \quad m = \frac{1}{3} ; \quad C_1 = 0.66 & \text{régimen laminar } (Re < 10^5) \\ n \approx 0.8 ; \quad m = \frac{1}{3} ; \quad C_1 = 0.036 & \text{régimen turbulento } (10^5 < Re < 10^7) \end{array} \quad (3.63)$$

en el caso de convección forzada. En convección natural, el exponente de Gr toma valores de $1/4$, en régimen laminar, e inferiores a $1/3$, en régimen turbulento.

Para un sistema dado, la frontera entre convección natural y forzada se establece analizando el valor que adoptan determinadas combinaciones de los números de Reynolds y Grashof, mientras que la determinación del régimen vigente, laminar o turbulento, viene dada por el valor que adopta uno u otro, según sea el caso. La mayor parte de los criterios que existen para efectuar la primera distinción pueden ser condensados en las siguientes inecuaciones:

$$\begin{array}{ll} Gr > C_3 Re^q & \text{convección natural} \\ Gr < C_4 Re^q & \text{convección forzada} \end{array} \quad (3.64)$$

donde q toma valores en el entorno de 2 y C_3 y C_4 valores próximos a la unidad.

3.3.2. Transporte Convectivo de Calor entre la Vegetación y el Aire

Aplicando la definición de coeficiente individual medio de transferencia de calor, el flujo de calor a través de la superficie interfacial definida por el contacto entre el aire y la vegetación vendrá dado por:

$$\phi_{\text{CALOR}} = - h_p S_p (T_p - T_a) \quad (3.65)$$

siendo T_p la temperatura media superficial de la vegetación contenida en el volumen de control que estamos considerando y T_a la temperatura media másica del aire confinado dentro del mismo. S_p , que representa la superficie de vegetación, suele ser expresado en función del denominado índice de área de hojas (LAI). Este se define a través de la ecuación:

$$S_p = 2 \text{ LAI } S_s \quad (3.66)$$

donde S_s es el área de suelo contenida en el volumen de control de referencia. Por lo tanto, LAI es un número adimensional que representa la mitad del área de la superficie de las hojas (haz o envés solamente) expresado por unidad de área de suelo de cultivo.

Los procesos convectivos de transporte de calor asociados a la vegetación del invernadero presentan características extremadamente particulares y específicas, que dificultan el establecimiento de correlaciones empíricas para la estimación de h_p :

1. Convección forzada vs. Convección natural: Las hojas del cultivo están expuestas a velocidades de aire muy pequeñas y su diferencia de temperatura con el ambiente es sólo de unos pocos grados. Esto supone, en la inmensa mayoría de los casos, que el proceso de transporte de calor entre la vegetación y el aire se produce simultáneamente por los mecanismos de convección natural y forzada, sin que prevalezca ninguno de ellos. Por ejemplo, para una hoja de 5 cm. de dimensión característica, a 2°C por encima del ambiente, inmersa en una masa de aire a 20°C de temperatura ($v = 1.51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) que se desplaza con una velocidad media de $0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, los números de Reynolds y Grasoff adoptan valores de 3.5×10^4 y 3.5×10^2 , respectivamente. Introduciendo sendos valores en diferentes expresiones del tipo (3.64) nos encontramos con que ninguna de ellas se satisface. De este modo, para $Re < 1000$, Kuiper (1961), Slatyer (1964) y Pearman (1972), encuentran que las relaciones del tipo (3.61-62) entre los números adimensionales Nu, Re y Gr no son de aplicación al caso de transporte convectivo de calor entre la vegetación y el aire del invernadero. En 1987, Stranghellini aplicó un procedimiento, ya utilizado anteriormente por otros autores, para solventar esta dificultad. Propone atribuir a los números adimensionales puestos en juego un carácter vectorial, dotándoles de una orientación tal que sea representativa del flujo convectivo (natural o forzado) al que van asociados. Define un número de Reynolds equivalente (Re') para la convección natural y calcula el número de Nusselt como el módulo de la suma vectorial de Re y Re' .

2. Régimen laminar y régimen turbulento: Otro aspecto particular del transporte convectivo de calor entre la vegetación y el aire del invernadero es la presencia de fuentes externas de turbulencia. La transición de régimen laminar a turbulento comienza para valores del número de Reynolds inferiores a los que predice la teoría de estabilidad, probablemente debido a la rugosidad de la superficie de la hoja y a la presencia de otras hojas en los alrededores. Haseba (1973) y Chamberlain (1974) observan flujos de transporte superiores en un 25-30% a los esperables bajo el supuesto de régimen laminar que, en principio, cabría presuponer para los números de Reynolds manejados.

Bajo estas condiciones: escaso movimiento del aire, débil diferencia térmica entre la superficie de la hoja y el ambiente y presencia de fuentes externas de turbulencia, los datos experimentales que procura la bibliografía referente al tema no son concluyentes a la hora de establecer un único tipo de representación del coeficiente de transferencia medio de calor entre la vegetación y el aire. En lo que sigue, de cara a analizar la magnitud de las no linealidades asociadas a dicho coeficiente, asumiremos las experiencias realizadas por Stanghellini (1987) sobre un cultivo de tomate, por ser éste el establecido en nuestro prototipo experimental. Esta autora realizó 14 experimentos, de 24 horas cada uno, con hojas sintéticas metálicas calefactadas, de diferentes tamaños y formas, que distribuyó por entre la vegetación del cultivo de tomate. El rango de velocidad del aire explorado fue de 4 a $10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ y el de diferencia de temperatura entre la superficie de las hojas y el entorno de 2 a 17 °C. Observó que,

con independencia del tamaño y forma de la hoja, aplicando un procedimiento análogo al propuesto por Börner, era posible establecer la siguiente relación empírica entre los números adimensionales de Nu, Gr y Re:

$$Nu = 0.37 (Gr + 6.92 Re^2)^{0.25} \quad (3.67)$$

Como siempre que se habla de convección, la dispersión de los puntos experimentales sobre los ajustes propuestos fué grande, y el mejor coeficiente de correlación obtenido de 0.7. No obstante, a partir de la ecuación anterior y de la de definición del número de Nusselt, Stanghellini propuso la siguiente expresión para la resistencia media a la transferencia de calor ($h = \rho_a c_p / r_e$) entre la vegetación de un cultivo de tomate y el aire del invernadero:

$$r_e = \frac{1174 \sqrt{l}}{(l | T_p - T_a | + 207 u^2)^{0.5}} \quad (3.68)$$

donde l , u , $(T_p - T_a)$ y r_e vienen dados en unidades del sistema internacional. Aunque esta ecuación dista mucho de ser definitiva (aún en el supuesto de un cultivo de tomate ha de ser aplicada con la reserva que aconseja la complejidad e incertidumbre que acompañan al tema), sí que puede ser empleada para establecer de forma cualitativa la importancia del coeficiente de transporte de calor entre vegetación y aire como fuente de no linealidad. En las figuras 3.6a y 3.6b, donde se ha representado el valor de r_e calculado a partir de (3.68) frente a los valores de u y l , observamos que cuanto mayor es la velocidad del aire y menor el tamaño de la hoja, tanto más insensible es dicha resistencia a las variaciones del salto térmico entre vegetación y ambiente, resultando prácticamente insensible, en los rangos usuales de variación de dicho salto térmico (0 a 7°C), para valores de u superiores a 1.5-2 cm.s⁻¹. Por contra, para velocidades del aire en el entorno de 5 cm.s⁻¹ y dimensiones características superiores a 10 cm, nos encontramos con una acusada sensibilidad de r_e frente al salto térmico.

3.3.3. Transporte Convectivo de Calor entre la Cubierta y su Entorno

Normalmente, el flujo de transporte convectivo de calor entre la cubierta y su entorno se supone proporcional a la diferencia de temperaturas existente entre su superficie y el aire que la circunda:

$$\phi_{\text{CALOR}} = - S_c h_c (T_c - T_a) \quad (3.69)$$

y al coeficiente de proporcionalidad de dicha representación, coeficiente de transferencia medio según la terminología adoptada en este trabajo, se le atribuye¹: a) En el caso de intercambios con el aire exterior, una dependencia lineal o potencial con la velocidad de viento (fig. 3.6c). b) En el caso de intercambios con el aire interior, una dependencia potencial con la diferencia de temperaturas existente entre la superficie de la cubierta y el aire interior del invernadero (fig. 3.6d).

Son numerosos los trabajos experimentales ocupados en determinar un coeficiente global de pérdidas térmicas del sistema, definido como el cociente entre la potencia de calefacción suministrada al invernadero para mantenerlo a temperatura constante y la diferencia de temperaturas existente entre el aire interior y el exterior. En dicho coeficiente se aglutinan los procesos de transporte de calor por los mecanismos de convección y radiación térmica, sin hacer distinción entre ambos. Por esta razón, aunque todos los autores coinciden en atribuir a este coeficiente una dependencia lineal con la velocidad de viento, en todos los casos, las correlaciones empíricas propuestas están afectadas de una notable dispersión de los valores medidos respecto de los calculados.

Los trabajos experimentales que deslidan ambos mecanismos de transporte son relativamente escasos. Entre los encontrados en la bibliografía cabe destacar el de Iqbal y Khatry (1977) y el de Bot (1983). Los dos primeros

¹

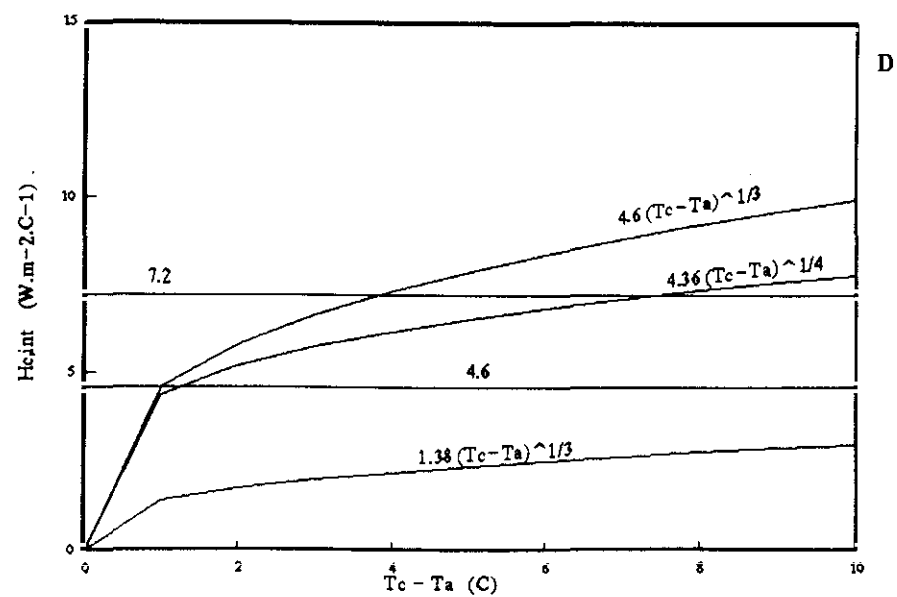
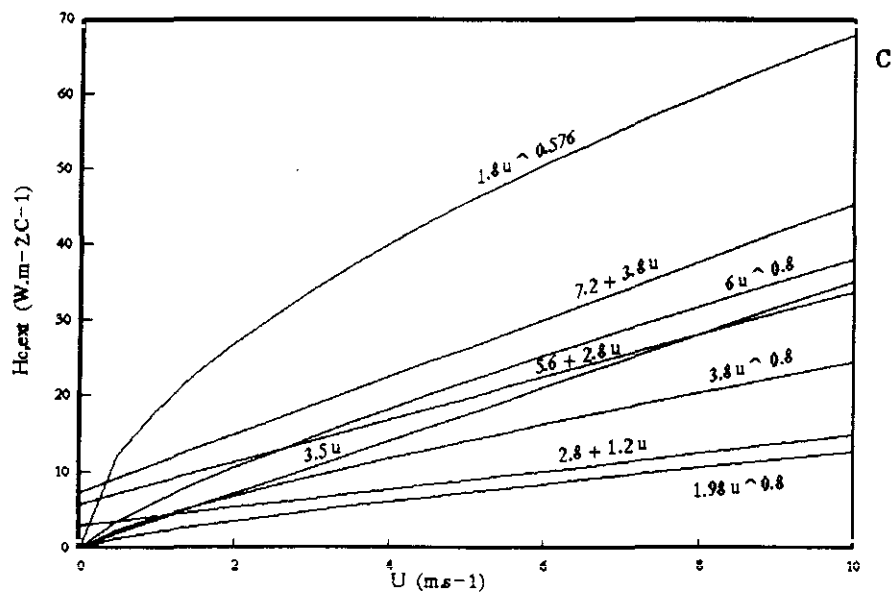
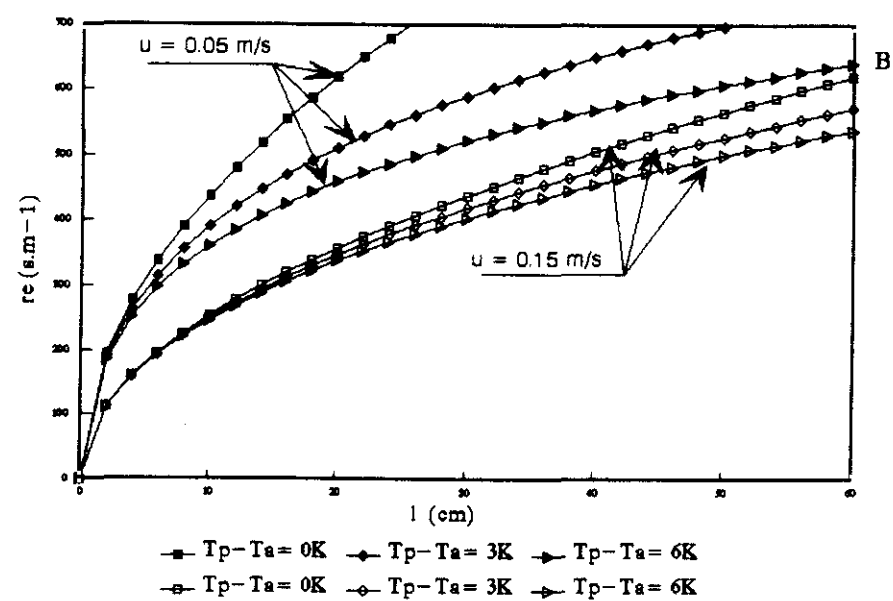
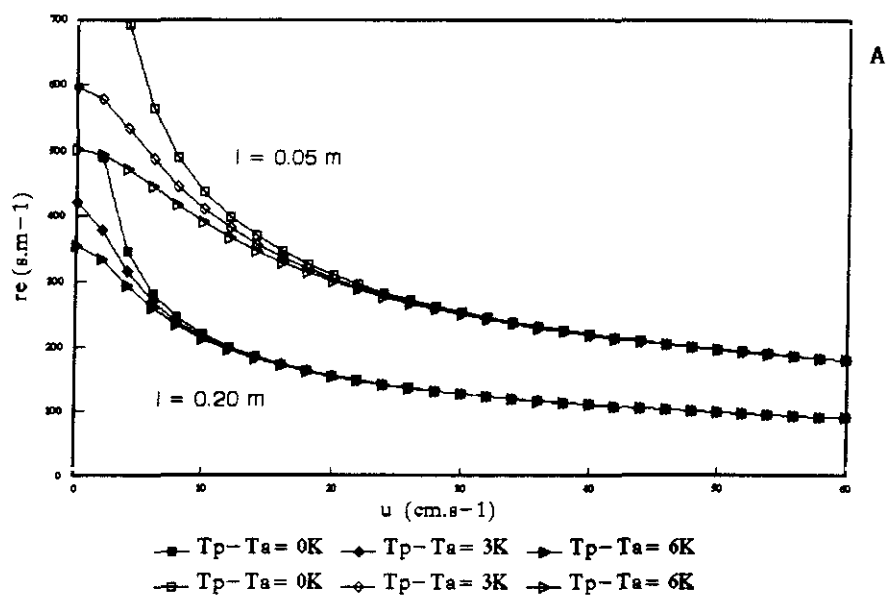
Ej: Takakura, 1971; Seguin, 1971; Kimball, 1973; Kindelan, 1980; Garzoli, 1981; Van Bavel, 1981; Bot, 1983.

autores realizan sus experimentos en túnel de viento, con modelos a escala 1/200 del invernadero y velocidades máximas de aire de 20 m.s^{-1} , de forma que, llevados a escala real, sus resultados sólo son de aplicación para muy bajas velocidades de viento. El segundo autor, trabaja sobre un invernadero múltiple real. Para velocidades de viento de 0 a 4 m.s^{-1} , medidas a 3 m de altura sobre el nivel del suelo, encuentra una excelente correlación lineal entre el coeficiente de transferencia medio y la velocidad de viento (U), aplicable en base horaria e independiente de la dirección del viento:

$$h_{c, \text{ext}} = 2.8 + 1.2 U$$

Como puede apreciarse en las figuras 3.6c y 3.6d, entre las expresiones utilizadas para la estimación de ambos coeficientes, $h_{c, \text{ext}}$ y $h_{c, \text{int}}$, existen fuertes disparidades. Esto podría ser consecuencia de las diferentes geometrías y condiciones de movimiento de aire en el entorno del invernadero para las que fueron probadas. En cualquier caso, pasando al tema que nos ocupa, vemos que existe gran acuerdo a la hora de representar el coeficiente de transferencia exterior como una función de la velocidad de viento y, por tanto, su dependencia temporal estará supeditada a la variabilidad de una magnitud totalmente independiente del sistema: la velocidad de viento.

Fig. 3.6.- Coeficientes de intercambio convectivo entre vegetación y aire (A,B) y entre cubierta y aire (C,D).



3.4. TRANSPIRACION

En cualquiera de las superficies interfaciales del invernadero (cubierta-aire, vegetación-aire y suelo-aire) pueden desarrollarse fenómenos de evaporación-condensación de vapor de agua. Sin embargo, en condiciones normales de funcionamiento del invernadero, el proceso de evaporación y transporte del vapor de agua desde las hojas del cultivo hacia la atmósfera del sistema (fenómeno de transpiración), es, por su magnitud, el más importante.

3.4.1. Flujo de Transpiración

Al abordar el estudio teórico de este fenómeno, así como el de balance energético en cultivo, los investigadores se han encontrado con serios inconvenientes que imposibilitan, en la actualidad, su análisis riguroso. La heterogénea distribución espacial del follaje, la naturaleza turbulenta del movimiento del aire en su entorno y la participación activa del cultivo en el proceso, obligan a representaciones extremadamente simplificadas del mismo que requieren, aún hoy, de una experimentación sistemática y extensa para su confirmación. Existe, no obstante, abundante bibliografía de aproximación al problema de la transpiración, en la que algunas de esas dificultades se soslayan suponiendo verticales los flujos de transporte de materia y energía entre la vegetación y el aire y aplicando un tratamiento uninodal a ambos subsistemas.

Definiciones.

Puesto que no resulta fácil determinar la concentración de vapor de agua en la superficie interfacial vegetación-aire, para la descripción del flujo de transpiración utilizaremos la ecuación de definición del coeficiente de transferencia global medio en sustitución de la del coeficiente de transferencia individual medio. Un procedimiento similar fue empleado por Menenti (1984) en el análisis del fenómeno de evaporación en suelos y posteriormente por Stanghellini (1987) en su Tesis Doctoral sobre transpiración de los cultivos en invernaderos.

Si suponemos que la resistencia que opone al paso del vapor la propia superficie de la vegetación es despreciable frente a la opuesta por las regiones inmediatas de aire y de vegetación y, además aceptamos que el régimen de transporte del vapor de agua en las inmediaciones de la misma es estacionario, designando mediante $h_{p,int}^m$ y $h_{p,ext}^m$ a los coeficientes de transferencia de energía de cambio de fase individuales medios correspondientes a la vegetación y al aire respectivamente, nos encontramos que:

$$\phi_{TRANSP} = - S_p h_{p,int}^m (\theta_{p,int}^* - \theta_p) = - S_p h_{p,ext}^m (\theta_p - \theta_a) \quad (3.70)$$

donde $\theta_{p,int}^*$ representa la concentración másica saturante de vapor de agua a la temperatura $T_{p,int}$, siendo ésta la correspondiente al interior de la vegetación en la superficie ficticia donde realmente se da el cambio de fase líquido-vapor (fase-interfase); θ_p representa la concentración volumétrica de vapor de agua en la superficie interfacial vegetación-aire; y θ_a es la ya mencionada humedad específica media del aire.

Eliminando θ_p de las igualdades anteriores, resulta la siguiente ecuación para la estimación del flujo de energía interna a través de la vegetación debido al proceso de transpiración:

$$\phi_{TRANSP} = - S_p h_p^m (\theta_{p,int}^* - \theta_a) \quad (3.71)$$

siendo

$$h_p^m = \left(\frac{1}{h_{p,int}^m} + \frac{1}{h_{p,ext}^m} \right)^{-1} \quad (3.72)$$

el coeficiente de transferencia global medio.

De forma análoga podríamos definir el coeficiente de transferencia de calor global medio como:

$$\phi_{\text{CALOR}} = - S_p h_p (T_{p, \text{int}} - T_a) \quad (3.73)$$

relacionado con los correspondientes coeficientes individuales medios a través de la expresión:

$$h_p = \left(\frac{1}{h_{p, \text{int}}} + \frac{1}{h_{p, \text{ext}}} \right)^{-1} \quad (3.74)$$

Como $h_{p, \text{int}} \gg h_{p, \text{ext}}$ resulta que $h_p \approx h_{p, \text{ext}}$, o lo que es igual, $T_p \approx T_{p, \text{int}}$ y, por lo tanto, $\theta_p \approx \theta_{p, \text{int}} \approx \theta_p^*$. De este modo la expresión del flujo de energía interna debido al fenómeno de transpiración adopta la forma:

$$\phi_{\text{TRANSP}} = - S_p h_p^m (\theta_p^* - \theta_a) \quad (3.75)$$

Siendo el número de Lewis en el aire aproximadamente igual a la unidad, la relación que liga al coeficiente de transferencia de calor entre vegetación y aire, $h_{p, \text{ext}}$, con el coeficiente de transferencia de energía interna debida al cambio de fase líquido-vapor, $h_{p, \text{ext}}^m$, será:

$$h_{p, \text{ext}}^m = \frac{L}{c_p} h_{p, \text{ext}} \quad (3.76)$$

Y, siendo, $h_{p, \text{ext}} \approx h_p$, la relación existente entre los coeficientes h_p y h_p^m :

$$h_p^m = \left(\frac{1}{h_{p, \text{int}}^m} + \frac{1}{\left(\frac{L}{c_p}\right) h_p} \right)^{-1} \quad (3.77)$$

De forma análoga a como se define la resistencia externa (o aerodinámica) de la vegetación,

$$h_p = \frac{\rho c_p}{r_e} \quad (3.78)$$

se define su resistencia interna (a veces llamada estomática) como:

$$h_{p, \text{int}}^m = \frac{\rho L}{r_i} \quad (3.79)$$

De este modo, la ecuación (3.72) puede reescribirse como:

$$h_p^m = \frac{\rho L}{r_i + r_e} = \frac{h_p}{\frac{c_p}{L} \left(1 + \frac{r_i}{r_e} \right)} \quad (3.80)$$

Diferencia de concentraciones de vapor

Como muestra la ecuación (2.71), el flujo de transpiración se considera proporcional a la diferencia entre la concentración saturante de vapor a la temperatura superficial de la hoja y la concentración de vapor de agua en aire. Así pues, nos encontramos con una primera no linealidad asociada a este flujo de transporte, que intentaremos

solventar y, en cualquier caso, evaluar.

Aplicando el Teorema de Lagrange, la diferencia entre la concentración saturante de vapor de agua a la temperatura de la vegetación (T_p) y la concentración de vapor en aire puede expresarse como:

$$(\theta_p^* - \theta_a) = \delta' (T_p - T_a) + (\theta_a^* - \theta_a) \quad (3.81)$$

donde δ' es la pendiente de la curva de saturación calculada a una temperatura T' intermedia entre T_p y T_a .

Dando por buena esta aproximación, el flujo de transpiración se expresará como:

$$\phi_{\text{TRANSP}} = -2 \text{ LAI } h_p^m \{ \delta' (T_p - T_a) + (\theta_a^* - \theta_a) \} \quad (3.82)$$

El error relativo que se comete al estimar el flujo de transpiración mediante (3.82) en sustitución de (3.75), presenta las siguientes características:

- Para igual humedad relativa en ambiente, es tanto mayor cuanto mayor es la diferencia de temperaturas entre hoja y ambiente.
- Para igual valor de salto térmico $T_p - T_a$, aumenta al aumentar la humedad relativa ambiente y al disminuir la temperatura superficial del cultivo.
- Para valores de $T_p - T_a$ de 1K, es siempre inferior al 3%, mientras que, para valores de dicho salto térmico de 3 K y temperatura superficial de cultivo de 10 °C, supera al 8%. Sin embargo, bajo estas condiciones, es evidente que el flujo de transpiración pierde importancia y, en consecuencia, es posible que pudiéramos seguir empleando el método de linearización propuesto.

Términos radiativo y aerodinámico del flujo de transpiración.

Normalmente, el coeficiente medio de transferencia h_p^m no resulta fácil de estimar. De otra parte, ni T_p ni θ_p^* son magnitudes conocidas o fácilmente medibles. Por ambas razones, tanto la ecuación (3.75) como la (3.82) de estimación del flujo de transpiración suelen resultar inmanejables. Sin embargo, por adaptación del método desarrollado por Penman (1948) para la estimación de la denominada evapotranspiración potencial ("método combinado"), mas tarde generalizado por Monteith (1965) y Rijtema (1965) y de uso ampliamente extendido en la actualidad, podremos llegar a describir el flujo de transpiración en cultivo a través de una ecuación que no contenga explícitamente a las variables de estado de la vegetación y que enmascare, en cierta medida, al coeficiente h_p^m .

Suponiendo verticales los flujos de transporte de materia y energía entre la vegetación y el aire, y aplicando un tratamiento uninodal a ambos subsistemas, la ecuación de balance energético en cultivo, bajo condiciones de régimen estacionario de funcionamiento, vendrá dada por:

$$0 = \phi_{\text{RAD}} + \phi_{\text{CALOR}} + \phi_{\text{TRANSP}} \quad (3.83)$$

donde ϕ_{RAD} es el flujo radiativo neto (solar y térmico) en cultivo, ϕ_{CALOR} el flujo convectivo de calor entre cultivo y aire (ec. 3.73), y ϕ_{TRANSP} el flujo de transpiración expresado en términos de energía (ec. 3.75).

A partir de (3.83) y (3.73), se obtiene que

$$(T_p - T_a) = \frac{\phi_{RAD} + \phi_{CALOR}}{2 LAI h_p} \quad (3.84)$$

E introduciendo (3.84) en (3.82), el flujo de transpiración en cultivo, referido a la unidad de área de suelo, adoptará la forma:

$$\phi_{TRANSP} = - \{ K_R \phi_{RAD} + K_A (\theta_a^* - \theta_a) \} \quad (3.85)$$

siendo,

$$K_R = \frac{k}{1+k}; \quad k = \frac{\delta_a h_p^m}{h_p}; \quad K_A = \frac{2 LAI h_p^m}{1+k} \quad (3.86)$$

De este modo, el flujo de transpiración queda descompuesto en dos sumandos que no contienen explícitamente variables de estado de la vegetación (T_p ó θ_p^*). El primer sumando, denominado "término radiativo", independiente del contenido de humedad en el aire, representa el flujo de transpiración que tendría lugar en una atmósfera saturada debido a la diferencia de temperaturas, $T_p - T_a$, que se origina entre la vegetación y el aire circundante como resultado de un flujo radiativo neto no nulo en cultivo. El segundo sumando, denominado "término aerodinámico", independiente del flujo radiativo neto, representa el ritmo de transpiración de la vegetación inmersa en un aire no saturado de vapor, supuesto $\phi_{RAD} = 0$. K_R y K_A recibirán en lo sucesivo la denominación de coeficientes radiativo y aerodinámico, respectivamente, del flujo de transpiración.

3.4.2. Resistencia Interna

La denominada resistencia interna (ec. 3.79) representa la resistencia que opone la hoja al transporte del vapor desde la llamada fase-interfase a su superficie exterior. En principio, podría ser contemplada como la resistencia equivalente de un circuito eléctrico resistente en el que cada componente representa la resistencia asociada a cada uno de los elementos constitutivos de la hoja (cutícula, cavidad subestomática, estomas, paredes celulares, etc...). Los valores de estas resistencias individuales pueden variar acusadamente de unas especies a otras, entre individuos de una misma especie e incluso entre hojas de una misma planta, y sufrir modificaciones en el tiempo por adaptación a las condiciones climáticas y al habitat. Sin embargo, de todas ellas, sólo la estomática muestra un grado importante de variabilidad en el tiempo, ligado a la apertura y cierre de estomas que se produce en la hoja en respuesta a la variación de factores externos o internos. En consecuencia, el análisis de la variación temporal de la resistencia interna estará estrechamente vinculado al de la resistencia estomática, puesto que las restantes resistencias, grandes (cuticular) o pequeñas (cámara subestomática), pueden ser consideradas contantes en periodos relativamente amplios de tiempo.

De este modo, la resistencia interna de la hoja será afectada por los mismos parámetros, fisiológicos y ambientales, que afecten a la resistencia estomática. En el contexto de este trabajo, sólo nos preocuparemos de la influencia de los parámetros ambientales, de entre los que cabe destacar la irradiancia solar, la diferencia de tensiones de vapor entre la superficie de la hoja y el aire ambiente, la temperatura superficial de la hoja y la concentración de anhídrido carbónico en aire.

Forma funcional

La forma general de la relación funcional existente entre la resistencia interna y cada una de las variables ambientales mencionadas se encuentra, en la actualidad, básicamente establecida a nivel de hoja. Son relaciones de naturaleza empírica obtenidas mediante experimentación en ambientes controlados, donde todas las variables

ambientales permanecen constantes a excepción de aquella cuyo efecto se estudia. El posible alcance de una interacción sinérgica entre variables, que se pondría de manifiesto ante variables ambientales correlacionadas, se desconoce. No obstante, a falta de evidencias experimentales en sentido contrario, Jarvis (1976) adopta la hipótesis más simple de que la resistencia interna observada es el resultado de la influencia de todas las variables de referencia, sin interacción sinérgica alguna, y propone la siguiente representación de r_i :

$$r_i (I_s, T_p, e_p - e_a, CO_2) = r_{min} \bar{r}_i (I_s) \bar{r}_i (T_p) \bar{r}_i (e_p - e_a) \bar{r}_i (CO_2) \quad (3.87)$$

donde r_{min} representa el valor mínimo que puede adoptar la resistencia interna, I_s la irradiancia solar media sobre la vegetación, CO_2 la concentración de anhídrido carbónico en aire, T_p la temperatura superficial de la hoja y $(e_p - e_a)$ la diferencia de tensiones de vapor entre la hoja y el ambiente. Los símbolos $\bar{r}_i (\geq 1)$ son funciones adimensionales que describen la influencia de las distintas variables ambientales sobre r_i . Tanto r_{min} como los parámetros de las funciones \bar{r}_i tienen un origen fisiológico que los hace dependientes de la especie, de la variedad, del individuo e incluso de la hoja.

Con objeto de centrar al lector en el tema de variabilidad de la resistencia interna, daremos a continuación algunos datos de valores máximos y mínimos de ésta encontrados en la bibliografía. Por ejemplo, para plantas de tomate, aunque de distinta variedad, Kuiper (1961) determina experimentalmente un valor de r_{min} de 500 s.m^{-1} . En lo que a valores máximos se refiere, Kuiper habla de 20000 s.m^{-1} para plantas de tomate, Seguinier (1984) de valores en el entorno de 2500 s.m^{-1} para rosales y Zhao (1985) de valores entre 2000 y 6500 s.m^{-1} para crisantemos. El cociente entre los valores máximo y mínimo de la resistencia interna, alcanzables por un mismo individuo en el transcurso de un día (oscuridad/plena luz), puede llegar a ser del orden de 40 y 60.

En 1987, Stanghellini propone el uso de la ecuación (3.87) para la estimación de la resistencia interna del "canopy" (conjunto de hojas del cultivo), adoptando la hipótesis de que ésta viene, a menudo, determinada exclusivamente por la resistencia interna de las hojas que lo componen. Asimismo, presupone que la forma de las funciones \bar{r}_i coincide con las establecidas para hojas aisladas:

$$\begin{aligned} \bar{r}_i (I_s) &= \frac{I_s + C_1}{I_s + C_2} ; & \bar{r}_i (T_p) &= 1 + C_3 (T_p - T_m)^2 \\ \bar{r}_i (CO_2) &= 1 + C_4 (CO_2 - 200)^2 ; & \bar{r}_i (e_p - e_a) &= 1 + C_5 (e_p - e_a) \end{aligned} \quad (3.88)$$

donde T_m es la temperatura a la que $\bar{r}_i (T_p)$ es mínima e I_s la densidad de flujo radiativo solar medio por unidad de área de hoja.

FUNCION	COEFICIENTES	DIA	NOCHE	Unidades
r_{min}		82.0	658.50	s m^{-1}
$\bar{r}_i (I_s)$	C_1	4.30		W m^{-2}
$\bar{r}_i (I_s)$	C_2	0.54		W m^{-2}
$\bar{r}_i (T_p)$	C_3	2.30 E-2	0.5 E-2	K^{-2}
$\bar{r}_i (T_p)$	T_m	24.50	33.6	C
$\bar{r}_i (CO_2)$	C_4	6.10 E-7	1.1 E-11	ppm^{-2}
$\bar{r}_i (e_p - e_a)$	C_5	4.30	5.2	kPa^{-2}

Tabla 3.2. Coeficientes empíricos de las funciones (2.87). Stanghellini, 1987.

Obviamente, tales supuestos requerían de una confrontación con la realidad. Así pues, durante los años 1984 y 1985, Stanghellini llevó a cabo, de forma sistemática, diversas experiencias con plantas de tomate en invernadero que le condujeron a aceptar sus hipótesis de partida y a proponer, para el cultivo investigado, la relación de coeficientes que figuran en la Tabla 3.2., donde se distinguen periodos de luz y de oscuridad. Los valores del coeficiente de correlación múltiple correspondiente a los diferentes ajustes realizados oscilaron entre 0.51 y 0.84. Trabajó con valores de la resistencia interna contenidos entre 250 y 2500 s.m⁻¹, con concentraciones de anhídrido carbónico inferiores a 1100 ppm y con diferencias de tensiones de vapor por debajo de 0.8 kPa.

Variabilidad temporal

Una vez planteado el problema en líneas generales, nos ocuparemos del análisis de la variabilidad temporal de la resistencia interna bajo condiciones reales de funcionamiento del invernadero. Para ello, aplicamos el modelo propuesto por Stanghellini a las observaciones realizadas, durante los días 10 y 11 de junio de 1.988, en el prototipo experimental de invernadero que se describe en el capítulo 7. Para el cálculo de r_i se ha supuesto que la concentración de anhídrido carbónico en aire permanece constante a lo largo del experimento e igual a 600 ppm.

En las figuras 3.7a y 3.7b, se han representado frente al tiempo (frecuencia de medida = 5 min⁻¹) las condiciones de irradiancia solar global sobre superficie horizontal, de temperatura media del aire y de humedad específica imperantes en el interior del invernadero durante el experimento. En los dos días de medida se producen fuertes oscilaciones térmicas y de humedad específica en el interior del sistema y se dan niveles de irradiación solar muy similares, con máximos en el entorno de los 300 W.m⁻². Los valores de resistencia interna del cultivo calculados oscilan entre los 200 s.m⁻¹ y los 4000 s.m⁻¹ (fig. 3.7c), existiendo una marcada diferencia entre periodos de luz y de oscuridad.

De la observación simultánea de las figuras 3.7c y 3.7d, donde aparecen representadas frente al tiempo las distintas funciones \bar{r}_i , se concluye que: a) La irradiancia solar es la responsable de la diferenciación entre periodos de luz y de oscuridad. b) La principal responsable de la variabilidad temporal de r_i a lo largo del día, es la temperatura. c) Durante la noche dicha variabilidad aparece vinculada no sólo a la temperatura sino también al déficit hídrico en ambiente.

Análisis de sensibilidad

En términos de las resistencias externa (r_e) e interna (r_i), la ecuación (3.75), que describe el flujo de transpiración, se escribe como:

$$\phi_{\text{TRANS}} = -2 LAI \frac{\rho L}{r_e + r_i} (\theta_p^* - \theta_a) \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (3.89)$$

En consecuencia, la sensibilidad de dicho flujo de transporte a las variaciones de resistencia interna vendrá dada por:

$$S \equiv \frac{\partial \phi_{\text{TRANS}}}{\partial r_i} = - \frac{\phi_{\text{TRANS}}}{r_e + r_i} \quad [\text{W m}^{-1} \text{s}^{-1}] \quad (3.90)$$

Como pone de manifiesto esta ecuación, el flujo de transpiración es tanto más sensible a las variaciones de la resistencia interna cuanto mayor es el valor del propio flujo. Para un flujo de transpiración dado, la sensibilidad disminuye notablemente al aumentar el valor de r_i , siendo, con independencia del valor del flujo de transpiración, prácticamente insensible para valores de r_i superiores a 1500-2000 s.m⁻¹. Esto significa que durante la noche el parámetro de resistencia interna no ocasionará problemas de variabilidad temporal, máxime teniendo en cuenta que, en tales periodos, la transpiración pierde gran parte de su peso específico dentro del balance energético global del

Fig. 3.7.- Análisis de la variabilidad temporal de la resistencia interna.
terna.

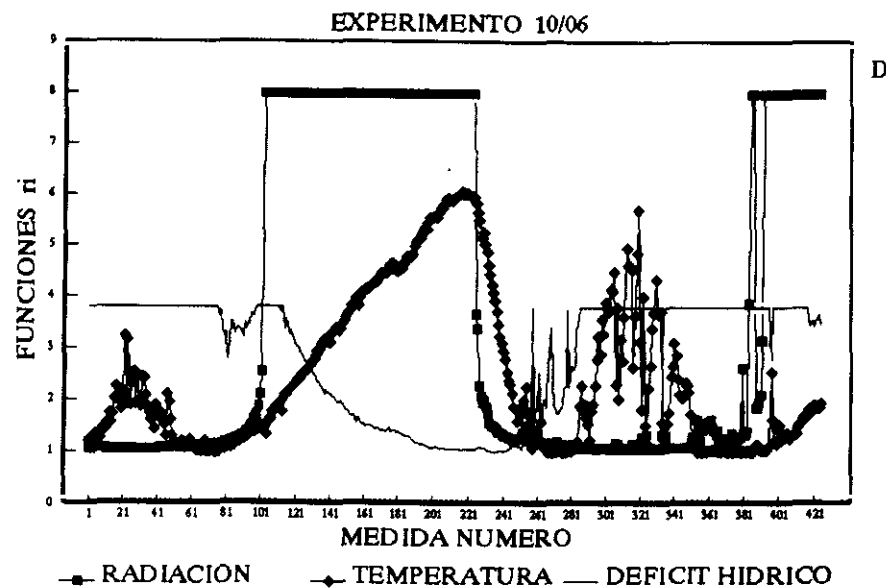
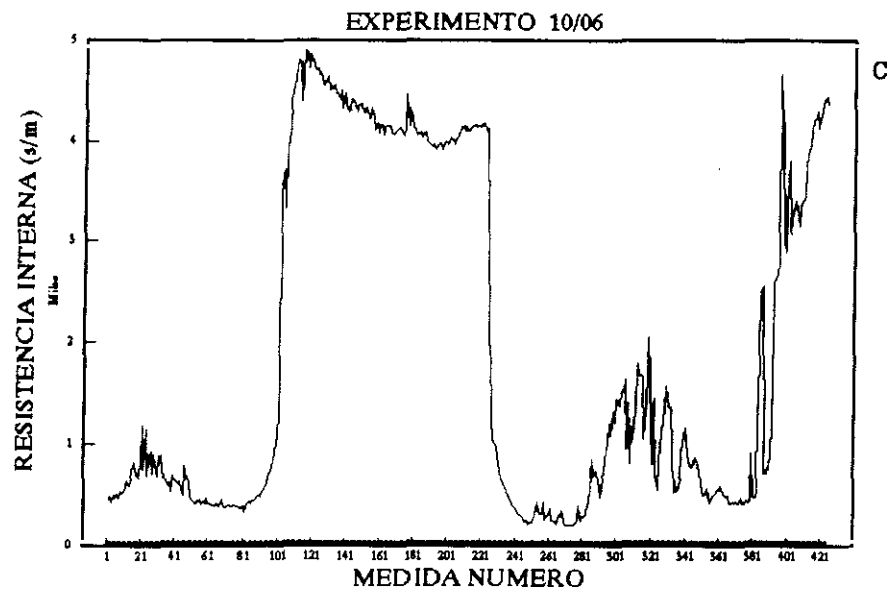
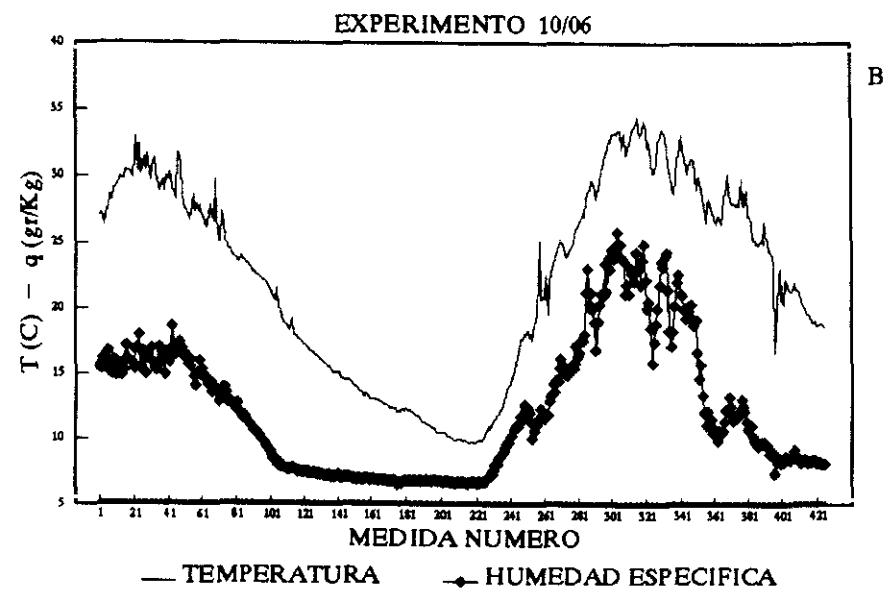
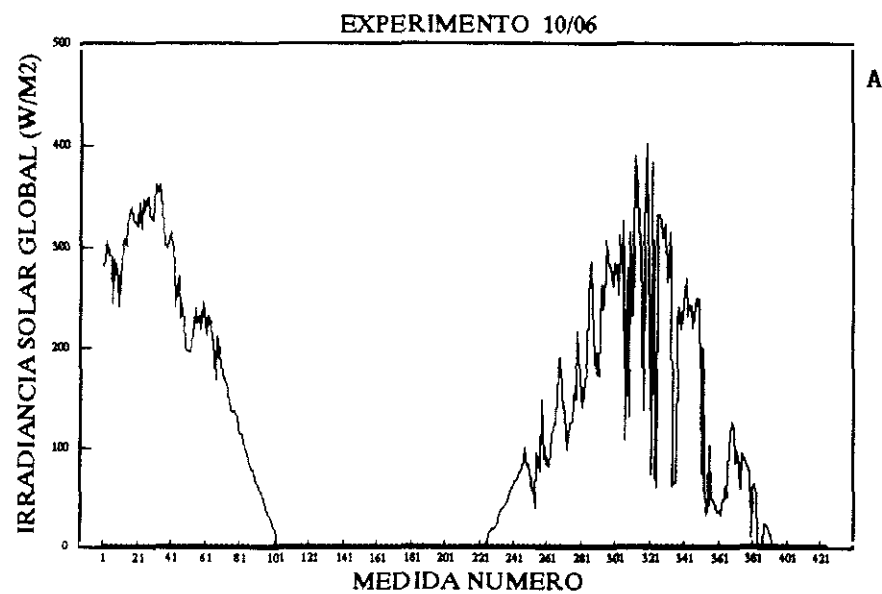
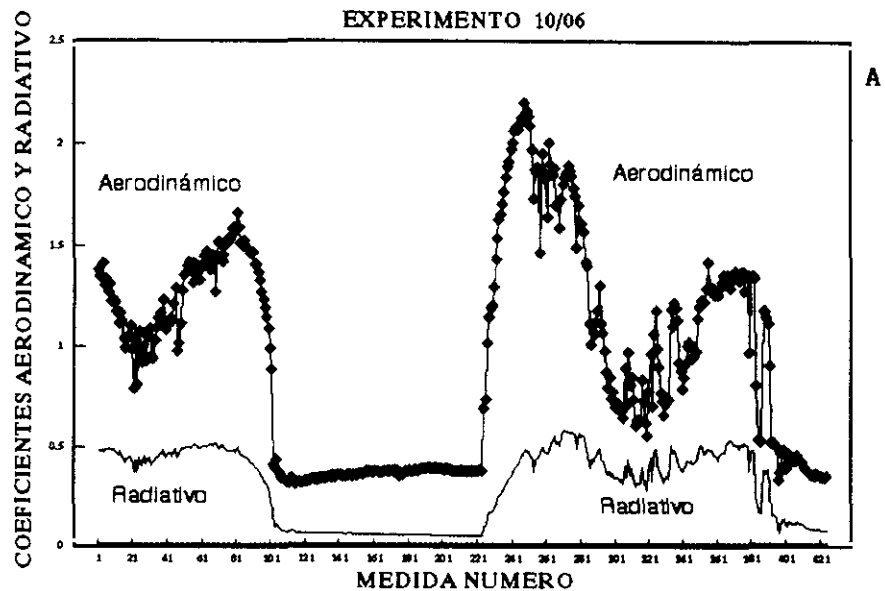
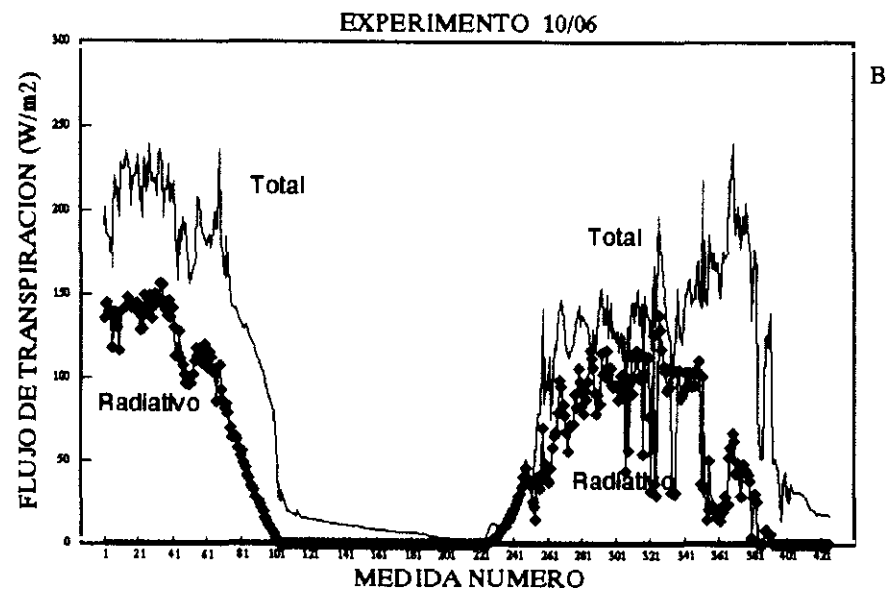


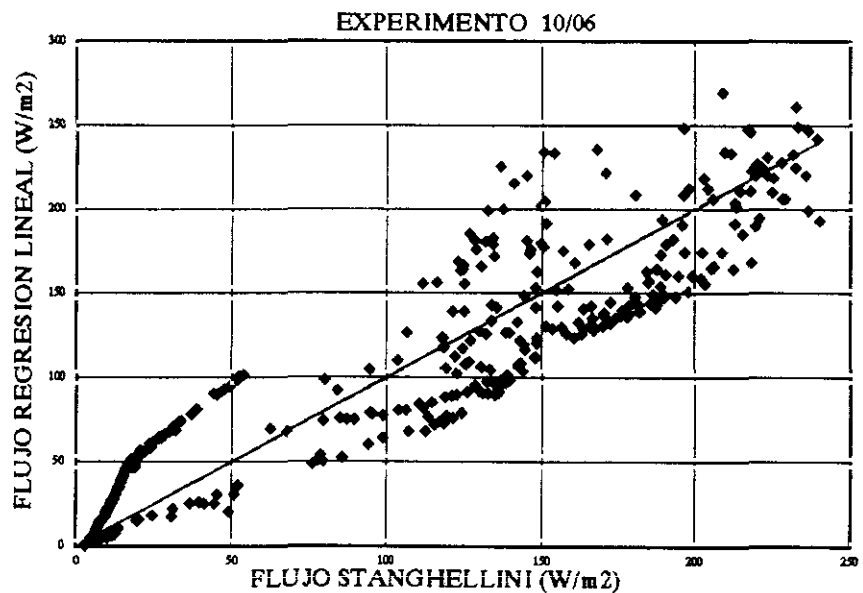
Fig. 3.8.- Flujo de transpiración: Coeficientes y términos aerodinámico y radiativos (A,B). Análisis de linealización (C,D).



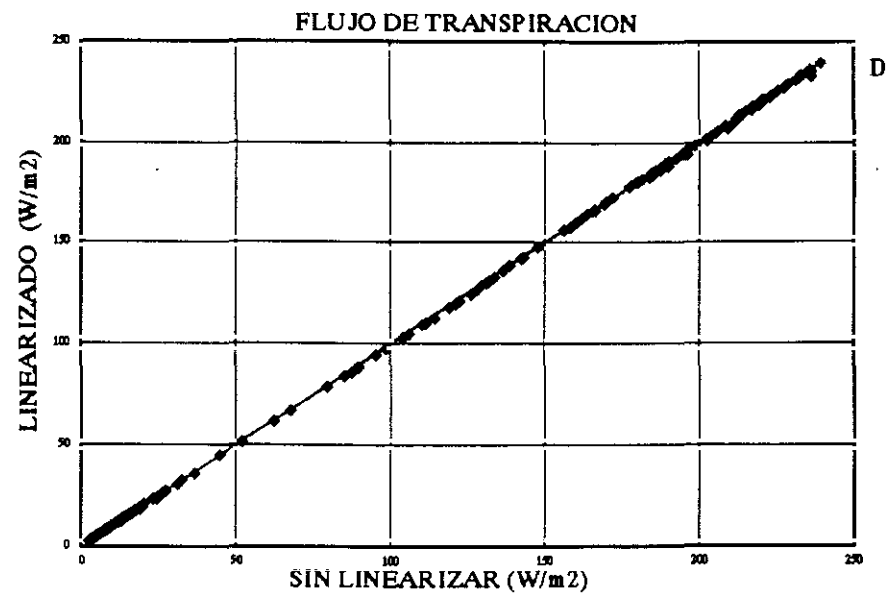
A



B



C



D

sistema. En cambio, durante el día, adoptar un valor constante de r_i puede resultar tremendamente conflictivo. Para analizar este particular procedimos del modo siguiente los experimentos de los días 10 y 11 de junio:

- a) Calculamos los coeficientes aerodinámico (K_A) y radiativo (K_R) del flujo de transpiración, con valores de $r_e = 200 \text{ s.m}^{-1}$ y $\text{LAI} = 3$, siendo los valores de r_i utilizados los estimados anteriormente. Los resultados obtenidos aparecen graficados en la figura 3.8a. En ella se observa que la variabilidad temporal de r_i afecta principalmente al coeficiente aerodinámico, manteniéndose el radiativo bastante estable durante las horas de luz.
- b) A partir de (3.89) se estimó el flujo total de transpiración y, utilizando (3.85-86), sus componentes radiativa y aerodinámica. Como puede apreciarse claramente en la figura 3.8b, la primera predomina sobre la última, hecho que parece no ser exclusivo de nuestro invernadero-experimento (Stanghellini, 1987).
- c) El flujo de transpiración calculado en b) se ajustó a una ecuación lineal del tipo:

$$\phi_{\text{TRANSP}} = a I + b (\theta_a^* - \theta_a) \quad (3.91)$$

siendo I la irradiancia solar global sobre superficie horizontal dentro del invernadero. Los resultados obtenidos (fig. 3.8c) fueron:

$$a = 0.357 \pm 0.013 \quad (-) ; \quad b = 9922 \pm 329 \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{Kg.Kg}^{-1}]$$

con un valor del coeficiente de correlación de 0.86 y una desviación standard de 29 W.m^{-2} . Cabe destacar que los valores medios (días 10 y 11) de los coeficientes K_R y K_A , calculados en a), son 0.30 y 9452, respectivamente.

d) Finalmente, se procedió a la estimación del flujo de transpiración aplicando la técnica de linearización expuesta (ec. 3.82), calculando δ_a a la temperatura media del aire del invernadero. Confrontando los valores de transpiración obtenidos por este procedimiento con los provenientes del apartado b) (fig. 3.8d), observamos la gran concordancia existente entre ellos. Por lo tanto, las discrepancias que se observan en 3.8c, entre los flujos de transpiración estimados mediante (3.82) y (3.91), están asociadas en exclusiva a la resistencia interna del cultivo.

De todo lo anterior, concluimos que el flujo de transpiración es susceptible de ser representado, con precisión relativamente aceptable, a través de un modelo lineal y estacionario del tipo (3.91). O, dicho de otro modo, la ecuación (3.85) de estimación del flujo de transpiración parece admitir la sustitución de los coeficientes radiativo (K_R) y aerodinámico (K_A) instantáneos (variables en el tiempo) por sus valores medios en un periodo de tiempo considerablemente largo (día). Esta simplificación es posible debido a que: 1) La variabilidad temporal de r_i afecta sustancialmente a K_A ; 2) El término radiativo del flujo de transpiración suele predominar sobre el término aerodinámico.

3.4.3. Análisis Experimental

Concluimos el análisis del fenómeno de transpiración con un estudio experimental conducente, como los estudios previos, a dilucidar la importancia de las fuentes de no linealidades o variabilidad temporal asociadas al mismo. En lugar de las técnicas convencionales de medida de la transpiración (lisímetros o porómetros), que procuran medidas a nivel de hoja o para un número reducido de plantas, se utilizó un procedimiento indirecto de medida global (en todo el invernadero) de la transpiración instantánea (Palomo, 1987 a). El método tiene serios inconvenientes que limitan su utilización fuera del contexto en el que fue empleado: a) Requiere de invernaderos de pequeñas dimensiones y valores altos del cociente volumen de vegetación/volumen de aire encerrado por el sistema. b) Es preciso poder establecer circulación forzada de aire a su través. c) Debe inhibirse la evaporación de agua en la superficie del suelo o sustrato. d) Durante las experiencias, tanto la irradiancia solar como la temperatura del aire en el exterior deben variar lentamente.

Fundamento del método de ensayo.

En un invernadero estanco, sin circulación natural o forzada de aire a su través, ni filtraciones por fisuras de puertas o ventanas, la ecuación de balance de vapor de agua en aire, expresada en términos de energía, adopta la forma:

$$\rho L \frac{V}{A} \frac{d \theta_a}{d t} = - \sum_i \phi_{v, i} \quad [W.m^{-2}] \quad (3.92)$$

siendo θ_a la humedad específica media espacial de la atmósfera del invernadero, V el volumen de aire encerrado por ésta, A el área de suelo cubierta, L el calor latente de vaporización del agua y $\phi_{v, i}$ los diferentes flujos de vapor entre el aire del invernadero y sus superficies interiores.

En el caso en que no existan fenómenos de evaporación-condensación en cubierta o de evaporación en la superficie del suelo, la ecuación anterior se reescribe como:

$$\rho L \frac{V}{A} \frac{d \theta_a}{d t} = - \phi_{\text{TRANSP}} \quad [W.m^{-2}] \quad (3.93)$$

o, teniendo en cuenta (3.85), como:

$$\rho L \frac{V}{A} \frac{d \theta_a}{d t} = K_R \phi_{\text{RAD}} + K_A (\theta_a^* - \theta_a) \quad (3.94)$$

Reordenando términos en (3.94), se obtiene la siguiente ecuación general de evolución temporal para la concentración de vapor en aire:

$$\frac{d \theta_a}{d t} + m \theta_a = f(t) \quad (3.95)$$

siendo

$$m = \frac{K_A}{\rho L \frac{V}{A}} ; \quad f(t) = \frac{K_R \phi_{\text{RAD}} + K_A \theta_a^*}{\rho L \frac{V}{A}} \quad (3.96)$$

La solución general de (3.95) es

$$\theta_a(t) = \theta_{a,0} e^{m t} + \frac{1}{m} \int_0^t g(t-\tau) f(\tau) d\tau \quad (3.97)$$

con $\theta_{a,0} = \theta_a(t=0)$ y $g(t) = \exp(mt)$.

Si f y g son funciones continuas en un intervalo de tiempo [0,T] y g no cambia de signo en el mismo, como ocurre realmente, existe un t' en [0,T] (Teorma del valor medio ponderado para integrales) que nos permite reescribir (3.97) como:

$$\theta_a(t) = \theta_{a,0} e^{m t} + \frac{1}{m} f(t') (1 - e^{m t}) \quad (3.98)$$

Así pues, bajo las condiciones descritas, la solución de la ecuación (3.95) vendrá dada por:

$$(\theta_{a,\max} - \theta_a) = (\theta_{a,\max} - \theta_{a,0}) e^{m t}; \quad \theta_{a,\max} = \frac{1}{m} f(t') \quad (3.99)$$

donde $\theta_{a,\max}$ y $\theta_{a,0}$ son los valores máximo e inicial en $[0,T]$ de concentración de vapor de agua en aire, respectivamente. Cuando se satisfagan las hipótesis establecidas para su deducción, esta ecuación podrá ser empleada para determinar el flujo instantáneo de transpiración por el procedimiento que en el apartado siguiente se indica.

Ensayos realizados.

Los ensayos se realizaron en un invernadero de 32 m² de superficie, con cubierta semicircular de polietileno, con orientación N-S, dotado de un ventilador centrífugo capaz de establecer un flujo máximo de aire a través del sistema de 2100 m³ h⁻¹ (ver Capítulo 7). Durante las experiencias que aquí se mencionan se procuró: a) Que el cultivo de tomate establecido (3 plantas/m²) estuviese plenamente desarrollado. De esta forma se potenciaba el fenómeno de transpiración y se conseguía una relación volumen de aire/volumen de vegetación en el interior del sistema favorable para la detección de incrementos relativamente pequeños de concentración de vapor en aire. b) Inhibir la evaporación de agua en la superficie del suelo. Para ello, las bolsas de plástico utilizadas como contenedores de las plantas se cerraron en torno a la base del tallo de éstas. c) Seleccionar periodos de medida en los que las condiciones meteorológicas variasen escasa y lentamente, de forma que el término de almacenamiento térmico en cultivo fuese despreciable y de aplicación la ecuación (3.99) de evolución temporal de la humedad específica ambiente. d) Suficiente hermeticidad del sistema durante los periodos de tiempo en que el ventilador permanecía, como se explica más adelante, parado.

Los ensayos se realizaron en los días 10 y 13 de agosto de 1988. En el transcurso de los mismos, el sistema se sometía a pulsos cuadrados de caudal de aire, encendiendo y apagando de forma alternativa (cada 30 min.) el ventilador. Cada 30 segundos se efectuaba la medida de las siguientes magnitudes: a) temperatura seca en 8 secciones transversales del invernadero; b) humedad específica en 8 puntos de la atmósfera del invernadero; c) irradiancia solar global sobre superficie horizontal dentro y fuera del sistema.

Estas medidas se promediaban y registraban cada 2.5 min. A partir de los promedios temporales resultantes se calcularon, en cada intervalo de tiempo (2.5 min.), los valores medios espaciales de temperatura seca y humedad específica de la atmósfera del invernadero. De todo el registro de medidas, se seleccionaron para su análisis dos periodos de 180 min. y 280 min. de duración, correspondientes a los días 10 y 13, respectivamente. En las figuras 3.9a, 3.9b, 3.10a y 3.10b, aparecen representadas frente al tiempo las condiciones de irradiancia solar global, temperatura y humedad específica imperantes, dentro y fuera del sistema, durante sendos periodos.

Resultados.

Puesto que las condiciones bajo las cuales se llevaron a cabo los experimentos reunían los requisitos exigidos por el método de medida de transpiración propuesto, procedimos a ajustar los valores de humedad específica observados dentro del sistema en los periodos de estancamiento (ventilador apagado) a ecuaciones del tipo (3.99). Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 3.3.

En las figuras 3.9c y 3.10c aparecen graficados frente al tiempo los puntos de humedad específica observados, en los ocho periodos de tiempo analizados, junto a sus ajustes correspondientes. Es de destacar la gran concordancia existente entre observaciones y simulaciones: el coeficiente de correlación múltiple se sitúa, en todos los casos, por encima de 0.96, y la desviación típica adquiere valores muy por debajo de los errores experimentales previsibles. En las figuras 3.9d y 3.10d se recogen los valores de transpiración calculados mediante

Fig. 3.9.- Experimento 10/08: Determinación del flujo de transpiración.

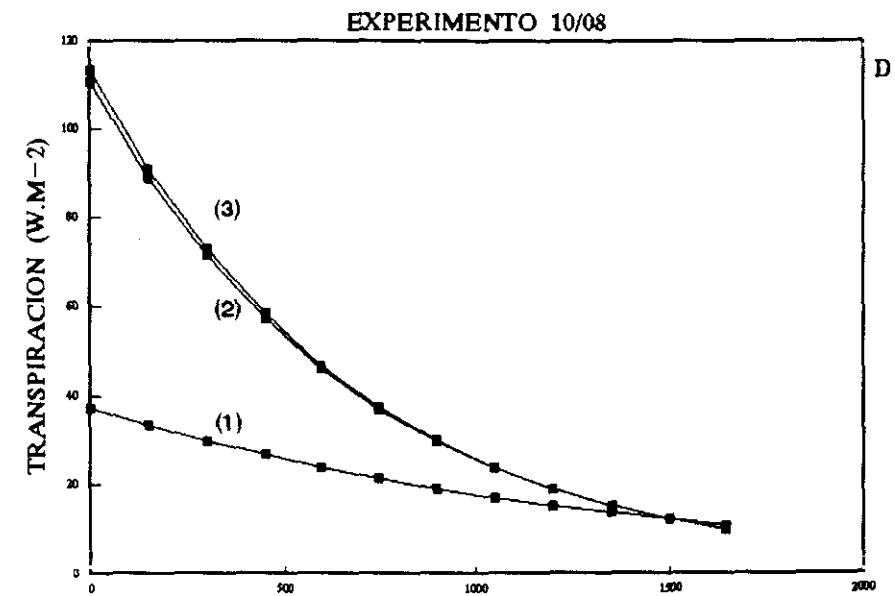
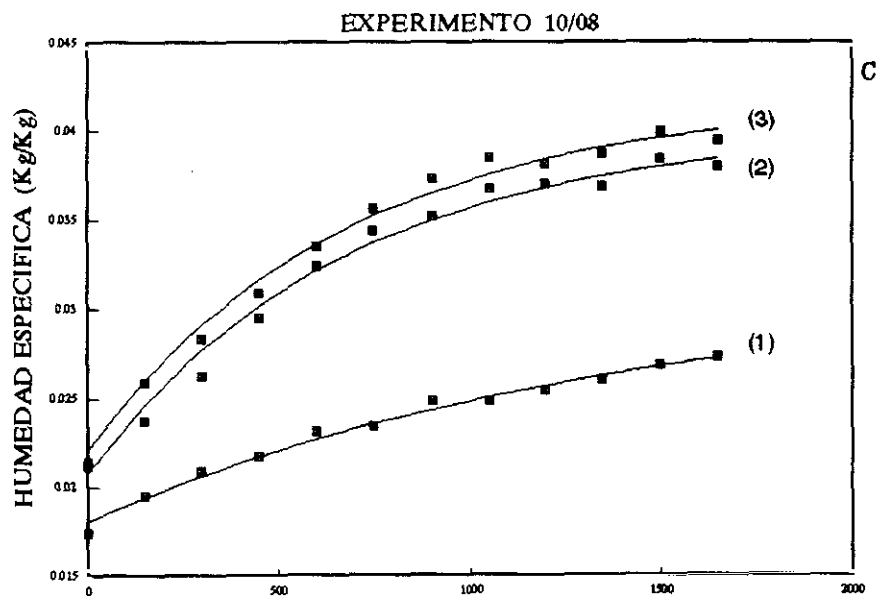
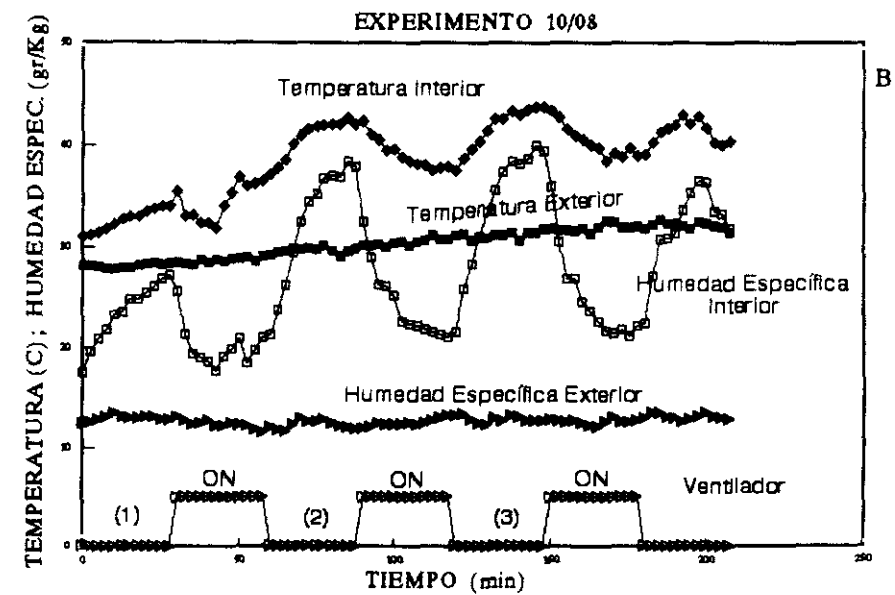
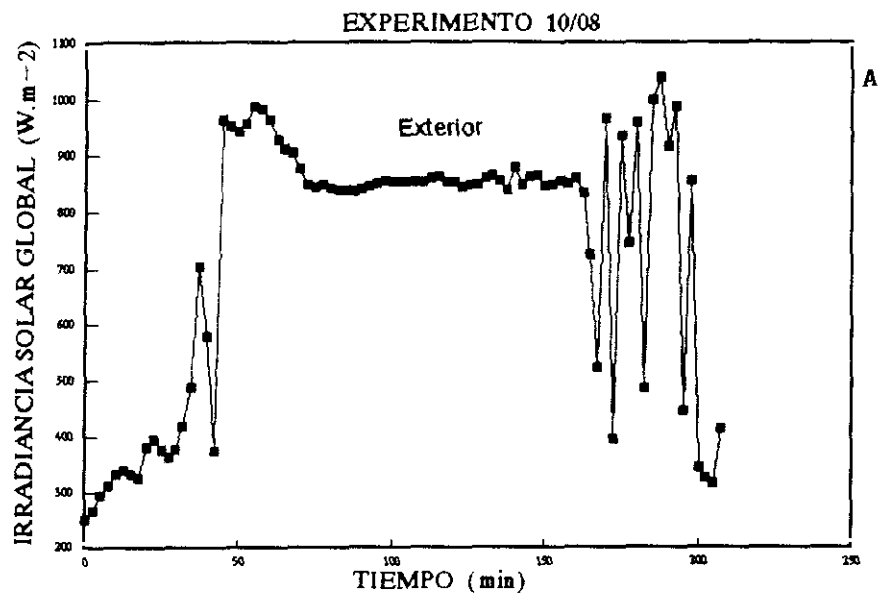
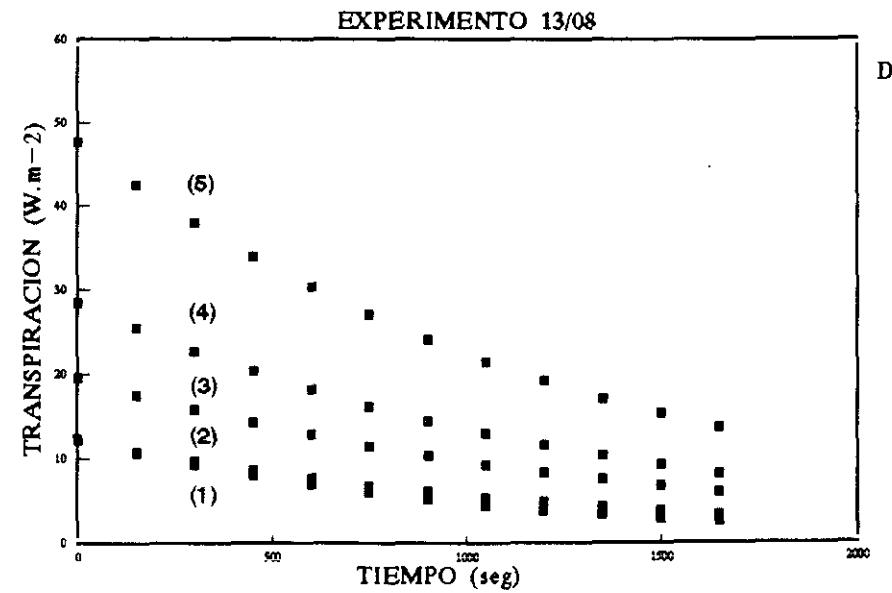
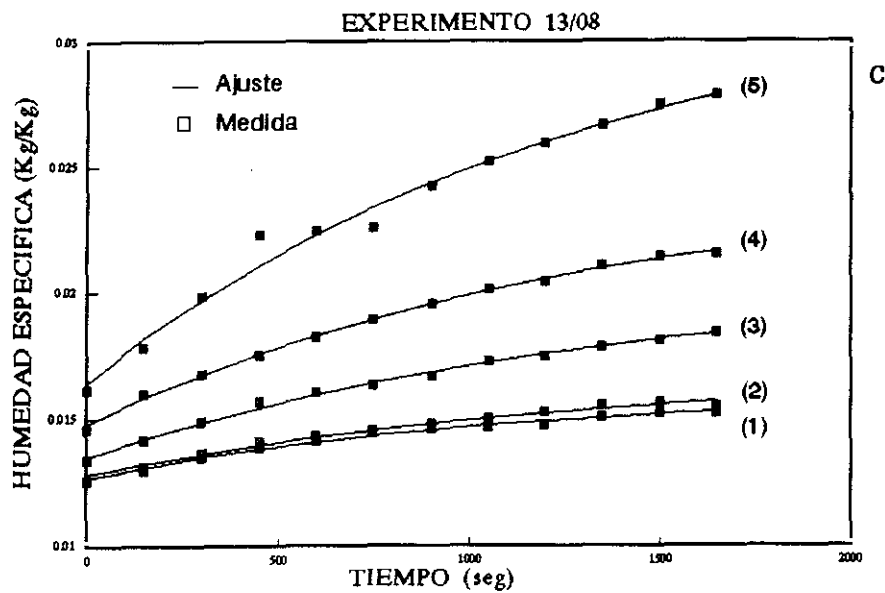
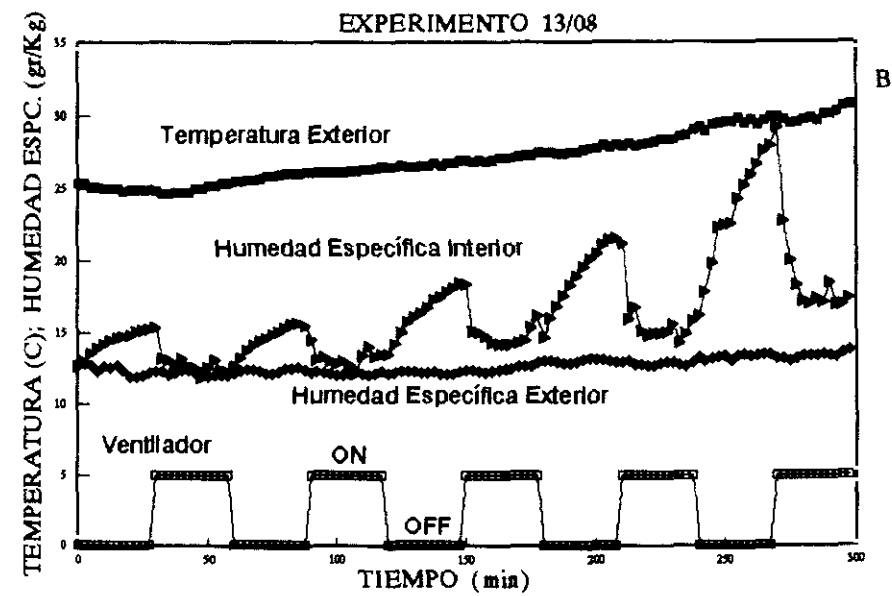
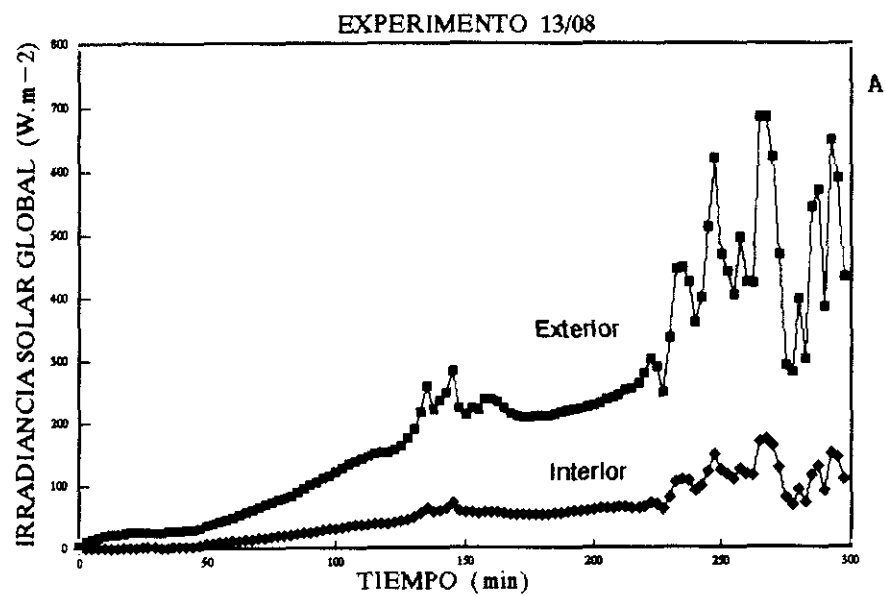


Fig. 3.10.- Experimento 13/08: Determinación del flujo de transpiración.



$$\phi_{\text{TRANSP}} = \rho c_p \frac{V}{A} \frac{d \theta_a}{d t} \quad (3.100)$$

$$(\theta_{a,\text{max}} - \theta_a) = (\theta_{a,\text{max}} - \theta_{a0}) e^{m t}$$

con los valores de $\theta_{a,\text{max}}$ y m que figuran en la tabla 3.3, $A = 32 \text{ m}^2$ y $V = 40.2 \text{ m}^3$.

DIA	PERIODO	$\theta_{a,\text{max}}$ (gr/Kg)	$\theta_{a,\text{max}} - \theta_{a,0}$ (gr/Kg)	$m \text{ (x } 10^3)$ (s ⁻¹)	r^2
10	1	31.0	12.9	- 0.73	0.9898
10	2	40.1	19.2	- 1.46	0.9687
10	3	41.7	19.5	- 1.47	0.0675
13	1	15.9	3.2	- 0.96	0.9888
13	2	16.7	3.9	- 0.77	0.9965
13	3	20.5	6.9	- 0.71	0.9958
13	4	24.4	9.6	- 0.75	0.9965
13	5	32.4	15.9	- 0.75	0.9875

Tabla. 3.3. Resultados del ajuste a $(\theta_{a,\text{max}} - \theta_a) = (\theta_{a,\text{max}} - \theta_{a0}) \exp (mt)$

3.5. ALMACENAMIENTO TERMICO EN SUELO.

En relación con la atmósfera del invernadero, el suelo juega un papel fundamental como regulador térmico. Es el principal responsable de la inercia térmica del sistema. Las dificultades con las que nos encontramos al abordar el transporte de energía térmica en su seno están ligadas a: 1) la alta variabilidad temporal del medio y su compleja constitución; 2) la multiplicidad de mecanismos de transporte que concurren (conducción en sólidos, conducción y convección en líquidos y transporte de energía de cambio de fase por difusión de vapor en los poros); 3) el acoplamiento entre los fenómenos de transporte de calor y agua; y 4) las no linealidades asociadas a algunos de los mecanismos de transporte puestos en juego.

3.5.1. Flujos de Transporte de Agua y Calor en Suelos.

Hipótesis relativas a flujos de transporte en suelos.

Las hipótesis que normalmente se aplican a la hora de representar los flujos de transporte de calor y de agua en suelo son: 1) Existen cuatro componentes básicos en el suelo: elementos sólidos (s), agua líquida (w), vapor de agua (v) y aire (a). 2) Hay equilibrio mecánico en el suelo, por lo que serán de aplicación las ecuaciones referentes a flujos de transporte. 3) El flujo total de aire en suelo, J_a , es prácticamente nulo. 4) Hay equilibrio local entre las fases líquida y de vapor del agua, circunstancia que nos permite igualar los potenciales químicos de ambas: $\phi_v = \phi_l = \phi_w$. 5.- No hay variaciones apreciables de presión total en su seno ($\nabla P = 0$).

Flujos de calor y agua en suelos.

Los primeros trabajos en los que se propone un formalismo teórico para describir el transporte de materia y energía en suelos, son los de Luikov (1950) y Philip (1957). Ambos autores expresan los flujos de agua, J_w y de calor, q , a través de ecuaciones de la forma:

$$J_w = -D_T \nabla T - D_\theta \nabla \theta + K g \quad (3.101)$$

$$q = \lambda_{eff} \nabla T \quad (3.102)$$

siendo $D_T = D_{Tv} + D_{Tl}$ y $D_\theta = D_{\theta v} + D_{\theta l}$. A D_{Tv} y D_{Tl} se les denomina difusividad térmica del vapor y del agua líquida respectivamente; a $D_{\theta v}$ y $D_{\theta l}$, simplemente, difusividad de ambos componentes; y K y λ_{eff} son la conductividad hidráulica y térmica efectiva del suelo, respectivamente.

Despreciando el efecto del campo gravitatorio sobre el transporte de calor y de vapor de agua (Nielsen, 1972; Chu, 1983) y como el efecto del transporte isoterma de vapor sobre el flujo de calor sólo tiene cierta entidad en suelos muy secos (Chu, 1983), en nuestro análisis podemos considerar coincidentes la conductividad térmica del suelo, y la conductividad térmica efectiva que aparece en la ecuación (3.102).

Flujos de vapor de agua.

La ecuación propuesta por Philip (1957) para describir el flujo de vapor en suelos, es:

$$J_v = -D_{Tv} \nabla T - D_{\theta v} \nabla \theta_w \quad (3.103)$$

Utilizando expresiones equivalentes a la anterior, De Vries (1958) y Sepashka (1979), coinciden en señalar que, para suelos húmedos y relativamente secos, el término dominante en dicha ecuación es el correspondiente al gradiente térmico.

3.5.2. Ecuaciones de Conservación.

Teniendo en cuenta (3.101), la ecuación de conservación de agua en el suelo se reescribirá como:

$$\rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \nabla (D_T \nabla T + D_\theta \nabla \theta_w + K g) - \phi \quad (3.104)$$

donde ϕ (sumidero) representa el término de absorción de agua por el sistema radicular de la planta. Esta ecuación ha sido utilizada con anterioridad por Philips (1957), Hayhoe (1981), Avissar (1982) y otros.

De otra parte, la ecuación de conservación de la energía interna para este subsistema vendrá dada por:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \nabla q - L \nabla J_v \quad (3.105)$$

siendo L el calor de cambio de fase líquido-vapor del agua. Si describimos J_v a través de (3.103), la ecuación anterior se reduce a:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \nabla (- \lambda_s \nabla T) \quad (3.106)$$

donde $\lambda_s = \lambda_{eff} + L D_{Tv}$ recibe el nombre de conductividad térmica aparente del suelo. Esta magnitud puede ser descrita, en numerosas ocasiones, a través de una relación lineal del tipo:

$$\lambda_s = a T + b \quad (3.107)$$

cuyos coeficientes a y b dependen de las propiedades del suelo y del contenido medio de humedad del mismo. Esta dependencia pone de manifiesto el creciente peso específico del mecanismo de cambio de fase del agua en el transporte de energía en suelos al aumentar la temperatura.

3.5.3. Flujo de Calor Superficial: Hipótesis de Uniformidad.

Como es bien sabido, la capacidad calorífica y la conductividad térmica aparente del suelo dependen de la composición (contenido en materia mineral, materia orgánica y agua) y de la temperatura de éste, siendo particularmente sensibles al contenido de agua y a la temperatura. De este modo es previsible que se produzcan variaciones de ambas magnitudes con la profundidad. La hipótesis de uniformidad consiste en suponer ambas propiedades físicas constantes en el seno del suelo.

Aunque pueda parecer drástica, esta aproximación queda avalada por los trabajos de Horton & Wirenga (1983a; 1983b). Antes de pasar a exponer brevemente el fundamento de la misma, conviene hacer notar que: A) Dentro del suelo los gradientes térmicos y de humedad cobran especial importancia en las proximidades de la superficie. B) A igualdad de otras condiciones, son más acusados en suelos desnudos que con vegetación, en suelos relativamente secos que en suelos relativamente húmedos y en suelos pesados antes que en suelos ligeros. En el caso que nos ocupa (invernaderos), trabajaremos con suelos ligeros, bien regados y con cobertura vegetal, por lo tanto, escasamente propensos al desarrollo de fuertes gradientes térmicos y de humedad. De otra parte, nuestro interés no es tanto la predicción de los perfiles de ambas magnitudes en el seno del suelo, como el análisis de la incidencia de éste sobre el balance energético global del invernadero en su calidad de amortiguador térmico. De este modo, nuestra atención se centrará sobre la predicción o simulación del flujo de calor en superficie.

El trabajo de Horton & Wirenga (1983a) versa precisamente sobre la estimación del flujo de calor superficial a partir de medidas de temperatura a distintas profundidades, tanto en suelos relativamente uniformes como en suelos claramente no uniformes, aplicando la hipótesis de uniformidad arriba expresada. Suponen como ecuación de

propagación del calor en el suelo la de Fourier unidimensional con valor constante de la difusividad térmica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (3.108)$$

con condiciones de contorno:

$$T(0,t) = \langle T \rangle + \sum_{n=1}^M A_{on} \sin \left(n\omega t + \phi_{on} - z \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}} \right) \quad (3.109)$$

y

$$\lim_{z \rightarrow \infty} T(z,t) = \langle T \rangle \quad (3.110)$$

resultando (Carslaw & Jaeger, 1959), por tanto:

$$T(z,t) = \langle T \rangle + \sum_{n=1}^M \left\{ A_{on} e^{-z \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}}} \sin \left(n\omega t + \phi_{on} + z \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}} \right) \right\} \quad (3.111)$$

y

$$G(z,t) \equiv -\lambda \left(\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right)_{z=0} = \sum_{n=1}^M A_{on} c \sqrt{n\omega\alpha} e^{-z \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}}} \sin \left(n\omega t + \phi_{on} + \frac{\pi}{4} + z \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}} \right) \quad (3.112)$$

donde $\langle T \rangle$ es la temperatura media temporal a cualquier profundidad; α la difusividad aparente del suelo; c la capacidad calorífica volumétrica; M el número de armónicos; A_{on} y ϕ_{on} la amplitud y fase, respectivamente, del armónico n de la temperatura superficial; $\omega = 2\pi/P$ la frecuencia angular; P el periodo fundamental y $G(z,t)$ el flujo de calor a la profundidad z .

Tanto en lo que denominan Experimento 1 (suelo relativamente uniforme) como en el llamado Experimento 2 (suelo claramente no uniforme) proceden del modo siguiente:

- Descomponen en series de senos y cosenos de Fourier (ec. 3.109) los valores de temperatura superficial (medidos a 1 cm), obteniendo los valores de A_{on} y ϕ_{on} para $1 \leq n \leq M$.
- Conocidos A_{on} y ϕ_{on} ($1 \leq n \leq M$), determinan los valores medios diarios de c y α en la ecuación (3.111), ajustando por mínimos cuadrados a los valores medios horarios de temperatura medidos a 1, 3, 5, 10, 15, 25, 35, 50 y 60 cm (Horton & Wirenga, 1983b).
- Introducen los valores estimados de c y α en la ecuación (3.112) y simulan $G(0,t)$ durante el periodo de tiempo considerado.
- Finalmente comparan los resultados de la etapa anterior con los valores de flujo de calor superficial resultantes de aplicar el método de la temperatura integral a los valores de temperatura medidos.

El resultado es una excelente concordancia entre los flujos calculados mediante (3.112) y los flujos de calor superficiales determinados empíricamente, tanto en el caso del experimento 1 como en el caso del experimento 2

(con suelo seco y mojado), donde los perfiles de capacidad calorífica volumétrica y conductividad térmica detectados empíricamente por los autores distan mucho de ser uniformes. Podemos concluir, por lo tanto, que la hipótesis de uniformidad enunciada al comienzo de este apartado es de aplicación al cálculo del flujo de calor superficial en suelos, siempre y cuando se utilicen valores adecuados de c y α .

3.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Este capítulo se inició con el doble objetivo de:

1. Introducir los fenómenos físicos que contribuyen de forma más relevante a la definición del microclima del invernadero, resaltando la complejidad que su análisis o representación conlleva.
2. Localizar las fuentes de no linealidad y variabilidad temporal que puedan llegar a condicionar el curso de este trabajo.

De este modo, se procedió al análisis de los fenómenos de: a) Absorción y penetración de la radiación solar; b) Intercambios radiativos en el infrarrojo térmico; c) Flujos convectivos de calor en superficies interfaciales; d) Transpiración; y e) Almacenamiento térmico en suelo.

Las conclusiones, en relación con el segundo de nuestros objetivos, casi siempre referidas a la forma de representación adoptada para el correspondiente fenómeno, son:

Absorción y Penetración de la Radiación Solar.

1. El carácter direccional de las propiedades ópticas de la cubierta implica la variación temporal (diaria y estacional) de los parámetros de los modelos de transmisión de la radiación solar.
2. Cuando el modelo de transmisión contempla como única entrada la irradiancia global, la transmitancia total del sistema contiene una nueva fuente de variabilidad temporal, independiente del sistema y de carácter pseudo-aleatorio: la proporción de radiación solar difusa frente a la radiación solar total.
3. En nuestro prototipo experimental, con cubierta de plástico y malla de sombreo, el parámetro de transmitancia total puede ser considerado invariable respecto del tiempo.

Intercambios Radiativos en el Infrarrojo Térmico.

1. Las no linealidades asociadas al flujo radiativo neto en cualquiera de las superficies del invernadero son relativamente débiles. Esto quiere decir que, en los rangos de amplitud térmica en los que nos moveremos, prodrán linearizarse sin excesiva pérdida de precisión.
2. Son fuentes de variabilidad temporal:
 - a) A largo plazo (quizás meses) el crecimiento del cultivo, que modifica sustancialmente los factores de visión entre las distintas superficies del invernadero.
 - b) La emitancia aparente del cielo, cuando se incluya como parámetro en el modelo.
 - c) El propio proceso de linearización de los flujos, que introduce coeficientes de transferencia radiativos que variarán, en mayor o menor medida, al variar el nivel térmico de operación del sistema.
3. En nuestro prototipo experimental, analizando condiciones extremas en lo tocante a amplitud térmica diaria observada en el sistema, vimos que:
 - a) Los flujos radiativos, en el transcurso de un día, pueden ser representados con precisión suficiente mediante relaciones lineales e invariables respecto al tiempo.
 - b) El procedimiento usual de desacoplar radiativamente los subsistemas del invernadero no parece adecuado.

Flujos Convectivos de Calor.

1. Cultivo-Aire: Las no linealidades asociadas al coeficiente de transferencia medio son tanto más acusadas cuanto menor es la velocidad del aire en el entorno del cultivo y mayor el tamaño de las hojas. Este coeficiente es prácticamente insensible a la diferencia de temperaturas existente entre vegetación y aire para velocidades de aire superiores a 1.5 m/s. Por contra para valores de velocidad inferiores a 5 cm/s y longitud característica de las hojas inferior a 10 cm, muestra una acusada sensibilidad.
2. Cubierta-Aire: Lo más destacado en relación con la cubierta, es la dependencia que muestra el denominado coeficiente de transferencia medio exterior con la velocidad de viento. Esto supone la existencia de una fuente de variabilidad temporal de difícil predicción.

Transpiración.

1. En relación con este proceso y con la representación adoptada para el mismo, son de destacar como fuentes de no linealidad y de variabilidad temporal las asociadas a la denominada resistencia interna de la vegetación. La no linealidad que introduce la humedad específica saturante a la temperatura superficial del cultivo puede solventarse sin mayores problemas.
2. La resistencia interna depende fundamentalmente del nivel de radiación solar que incide sobre el cultivo y de la temperatura de éste. En lo tocante a este parámetro, la radiación solar juega el papel de llave de todo o nada, diferenciando claramente periodos de luz y de oscuridad. En cambio, la responsable de las variaciones que experimenta la resistencia interna en sendos periodos es la temperatura.
3. La sensibilidad del flujo de transpiración a la resistencia interna es tanto mayor cuanto mayor es el propio flujo. Esto hace que, durante la noche, la resistencia interna no constituya un parámetro crítico. En cambio, durante el día, adoptar un valor constante de resistencia interna puede llegar a ser conflictivo.
4. Las variaciones de la resistencia interna afectan fundamentalmente al denominado coeficiente aerodinámico del flujo de transpiración, permaneciendo el coeficiente radiativo prácticamente constante durante las horas de sol. De otra parte, en condiciones normales de operación, el denominado término radiativo del flujo de transpiración predomina claramente sobre el término aerodinámico. La conjunción de ambos particulares hace que, en determinadas ocasiones, no resulte excesivamente penoso representar el flujo de transpiración a través de expresiones del tipo:

$$\Phi_{\text{TRASP}} = a I + b (\theta_a^* - \theta_a)$$

con a y b constantes y aproximadamente iguales a los valores medios, en el periodo de tiempo considerado, de los coeficientes radiativo y aerodinámico, respectivamente.

6. En nuestro prototipo experimental, mediante la técnica indirecta de medida de la transpiración descrita en 3.4.3, se detecta claramente la dependencia del coeficiente aerodinámico con la temperatura.

Almacenamiento Térmico en Suelos.

1. Tanto la capacidad calorífica como la denominada conductividad térmica aparente del suelo dependen de la composición, del contenido de humedad y de la temperatura del medio. De su dependencia con el contenido de humedad se deriva, para un mismo suelo, la variabilidad en el tiempo y el espacio de ambas propiedades. Su dependencia con la temperatura es la causa principal del carácter no lineal de la ecuación de conservación de energía térmica en suelos.
2. Si bien lo anterior es cierto, en suelos ligeros, bien regados y con cobertura vegetal, escasamente propensos al desarrollo de fuertes gradientes de humedad y de temperatura, las hipótesis de uniformidad y linealidad resultan acertadas, en periodos de tiempo relativamente cortos (días), si nuestro objetivo se centra, no en la predicción del perfil de temperatura en el seno del suelo, sino en la predicción del flujo de calor a través de su superficie.

CAPITULO 4

Modelos de Referencia

4.1. INTRODUCCION

Este capítulo es el hilo conductor de los dos siguientes y, junto con ellos, gran parte del corazón de nuestro trabajo. En él propondremos una formulación matemática general del problema que nos ocupa, a partir de la cual, de forma rigurosa y sistemática, podamos derivar modelos y estructuras adecuados para el proceso de identificación.

La importancia de este modo de proceder se irá viendo paulatinamente a lo largo de los capítulos 4, 5 y 6. Sin embargo, adelantaremos aquí alguno de los aspectos intrínsecos al problema general de la identificación de sistemas dinámicos que han contribuido a determinar el curso de estos capítulos:

1) Como indicamos en el primer capítulo, los modelos contruidos por la vía de la identificación suelen ser mucho más simples y reducidos en dimensión que los contruidos por la vía de la modelización. La razón de esta diferencia atiende al hecho de que la información contenida en los experimentos es siempre limitada. Normalmente el experimento se diseña y orienta hacia el estudio de algún extremo particular del sistema. Pretender abarcarlo todo es utópico. Por ejemplo, *hacer observación y registro del campo completo de temperatura de un sistema es materialmente imposible*, siempre recurriremos a la observación discreta de éste. Muchas veces, el nivel de información del experimento guarda estrecha relación con la complejidad y el coste del mismo, resultando que su diseño es a menudo un compromiso entre el objetivo del análisis y el coste del experimento. Sea cual sea el nivel de información resultante y las causas que impusieron cota a nuestro conocimiento, ha de existir un cierto acuerdo entre la riqueza de información del experimento y la complejidad del modelo para que este último sea identificable sobre los datos provenientes del primero.

2) La representación del objeto real a que normalmente obliga la identificación, suele ser tremendamente simple y reducida comparada con la complejidad y dimensión del objeto en estudio. Por esta razón, la fase de selección de modelos es una de las más conflictivas del proceso de identificación, sobre la cual iteraremos continuamente. A parte de fortuitamente, sólo será posible reducir sustancialmente el número de iteraciones precisas para conseguir una representación aceptable de lo observado, haciendo que los modelos seleccionados como candidatos, manteniendo un grado de complejidad y una dimensión compatibles con su identificación, contemplen, explícita o implícitamente, los aspectos físicos y estructurales más sobresalientes del proceso en estudio.

3) Fácilmente los modelos contruidos por métodos indirectos carecen de sentido físico, siendo meras herramientas de representación de lo observado. Subsanar esta deficiencia, recobrando parte de la física de nuestro problema es algo que resultará tanto más difícil cuanto más hayamos reducido y simplificado la representación del objeto real y cuanto más hayamos difuminado la estructura interna del mismo. En la fase de interpretación y de análisis, será de gran ayuda el haber seguido un procedimiento formal y sistemático en el proceso de simplificación y reducción de la representación del objeto real.

4) Aún en el supuesto de que todo nuestro interés se centre en conseguir una herramienta capaz de reproducir aceptablemente lo observado, sin ánimo de análisis físico alguno, acotar el campo de búsqueda de estructuras paramétricas no es una tarea fácil. Por ejemplo, en el caso más simple de sistemas lineales, son infinitas las posibilidades de representación disponibles "a priori". Sólo el conocimiento de la estructura interna del sistema, así como del acoplamiento entre sus partes, podrá permitirnos acotar ese campo infinito de posibles representaciones.

5) Otros aspectos importantes del problema de identificación, que vuelven a indicarnos la conveniencia de un proceder formal y sistemático en la fase de obtención de estructuras adecuadas para la identificación, son los concernientes a la validación de los modelos finalmente ajustados y al diseño del experimento. Una vez más será el conocimiento de la estructura interna del sistema y de las simplificaciones y reducciones realizadas hasta llegar a la representación final del objeto bajo estudio, el que nos dictará las pautas a seguir para corregir modelos deficientes o para diseñar experimentos que sean suficientemente informativos en relación con el objetivo que nos hayamos propuesto.

El desarrollo de este capítulo se apoya en gran medida en los trabajos del Centro de Energética de la Escuela de Minas de París (CE-EMP) sobre análisis, reducción y síntesis modal. En los apartados 4.2 y 4.3, reproducimos parte de estos trabajos, incluyendo todos los aspectos relativos al formalismo del método modal y a los principios de la síntesis que hemos considerados esenciales para el entendimiento del contenido de 4.5. y 4.6. Las razones que nos indujeron a este tipo de representación son tres:

- a) El método modal permite la reducción formal y sistemática de la representación de sistemas lineales, siendo éste un aspecto esencial en el proceso de identificación.
- b) Ha demostrado ser una herramienta de gran utilidad en el análisis de las propiedades dinámicas y estáticas del sistema. Nótese que siempre existen numerosas posibilidades de representación matemática de una misma realidad y que no todas serán igualmente indicadas para el análisis ni ofrecerán las posibilidades de reducción formal que ofrece el método modal.
- c) La síntesis modal facilita el tratamiento de sistemas complejos de gran dimensión, manteniendo la ventaja expresada en a) y abriendo nuevas perspectivas de análisis, distintas a las propias del método modal directo.

En el apartado 4.4 se anuncian los problemas de análisis y de síntesis modal que serán abordados en el contexto de este trabajo. El apartado 4.5. se ha reservado al tratamiento de un caso particular de síntesis modal, correspondiente a una concepción del sistema termodinámico análoga a la que luego emplearemos en el estudio del invernadero. Finalmente, el apartado 4.6 se ha dedicado a la extensión del método de síntesis modal al caso de sistemas que presentan acoplamientos no lineales entre sus partes, siendo éstas subsistemas lineales e invariables respecto al tiempo. Los desarrollos del CE-EMP, a que venimos haciendo referencia, se refieren única y exclusivamente a sistemas lineales e invariables respecto al tiempo.

Antes de entrar en materia, conviene puntualizar que, en lo relativo a modelización, el contenido de este trabajo se sitúa en las capas denominadas TECHNOS, THEOROS y ANALOGON (ver apartado 1.4.1). Recuérdese que nuestra intención no es procurar una herramienta acabada de simulación, sino llegar a proponer estructuras matemáticas adecuadas para el proceso de identificación. Por esta razón, en muchas ocasiones, se omitirá la descripción detallada de algunas de las entidades matemáticas utilizadas, quedándonos en la descripción de sus características más señaladas. Sólo nos detendremos en aquellos aspectos de las mismas que contribuyan a la consecución del objetivo que nos ocupa.

4.2. FORMALISMO DEL ANALISIS MODAL

El análisis modal del comportamiento de un sistema físico en régimen de evolución variable se fundamenta en el método de separación de variables. Aunque su nombre evoca esencialmente sus aplicaciones en mecánica vibratoria, este método se utiliza hoy en más de un dominio de la física: análisis de estructuras, dinámica molecular, magnetohidrodinámica, sistemas eléctricos de potencia, etc.

En el dominio de la térmica, la resolución analítica del problema de conducción de calor por el método de separación de variables (ver por ej. Özisik, 1980) anunciaba ya los principios del método modal. Sin embargo, el desarrollo y exploración de los aspectos teóricos fundamentales concernientes a la representación y al análisis modal de sistemas térmicos puede atribuirse principalmente al Centro de Energética de la Escuela de Minas de París, en cuyos trabajos fundamentamos gran parte del nuestro: (Bacot, 1984), que fué el pionero, propone el método, analiza sus ventajas e indica numerosas aplicaciones potenciales del mismo; más tarde (Sicard, 1984), desarrolla un *formalismo analítico adaptado al problema de análisis térmico de edificios*; (Salgon, 1987) explora el método modal en problemas de conducción multidimensional; y el análisis y la reducción de modelos modales de edificios completos fueron estudiados en profundidad por (Lefebvre, 1987), y más tarde por (Neirac, 1989).

En todos los casos arriba mencionados, son tres las hipótesis que se imponen a las leyes de transporte de energía: linealidad, invariabilidad temporal y reciprocidad. Las dos primeras son clásicas y de significado conocido. La tercera hace referencia a que el motor del transporte de energía entre dos puntos cualesquiera del sistema es la diferencia de temperatura existente entre ambos. Resulta evidente que la hipótesis de reciprocidad no es de aplicación a sistemas térmicos con transporte de energía por convección forzada de masa. La formulación modal de estos problemas de difusión térmica fué abordada por (Khoury, 1989).

Este apartado contiene una síntesis de las nociones más sobresalientes relativas al análisis modal y un resumen del fundamento del método. Utilizaremos para ello el formalismo analítico propuesto por (Khoury, 1989).

4.2.1. Hipótesis y Terminología.

1. Se considera el dominio del sistema D constituido por q subsistemas D_k (sólidos y/o fluidos). El conjunto de puntos interiores a un subdominio D_k se designa como D_k^o . Cada subdominio está separado del medio exterior D' de D por una frontera Γ_{ke} . Las superficies de contacto entre subsistemas (interfases) se designan como Γ_{kjc} (contacto entre los subsistemas k y j).

2. En el interior de cualquiera de los subdominios (D_k^o ; $k=1..q$), se supone que las propiedades termofísicas y mecánicas (tensor de conductividad térmica, capacidad calorífica, campo de velocidad, ...) son estacionarias (invariables respecto al tiempo) e independientes de la temperatura (hipótesis de linealidad).

En lo concerniente a los subdominios fluidos, la estacionariedad del campo de velocidad implica que los problemas térmico y mecánico están desacoplados. Supondremos también que son fluidos newtonianos, incompresibles y no dilatables.

3. Se supone conocido el estado termodinámico del entorno D' de D en todo punto y todo instante de tiempo.

4. Se asume que los campos de temperatura y de flujo son uniformes en cualquiera de las interfases de acoplamiento. Para el tratamiento de problemas fuertemente multidimensionales, remitimos al lector a (Flament, 1991).

5. Las solicitaciones que actúan sobre cualquier subdominio D_k se diferenciarán de acuerdo con los criterios siguientes: a) Si actúan sobre la interfase de contacto de D_k con D' , reciben el nombre de solicitaciones externas

y se designan como $U_{ke}(M,t)$. b) Si actúan sobre una interfase de acoplamiento Γ_{kjc} se denominan solicitaciones de acoplamiento y se designan mediante $U_{kc}(t)$.

4.2.2. Ecuaciones de Conservación.

El estado térmico del sistema, como el de cualquiera de sus subdominios, queda perfectamente determinado cuando se conoce el campo completo de temperaturas. Aplicando el principio de conservación de la energía en un dominio genérico D_k , en cuyo seno se da el transporte de energía por los mecanismos de conducción, convección y radiación¹ simultáneamente, obtendremos la siguiente ecuación de evolución del campo térmico:

$$\forall M \in D_k^0 \quad k=1, \dots, q$$

$$\nabla [K_k(M) \nabla T_k(M,t)] - \bar{u}_k(M) \nabla T_k(M,t) + \int_{D_k} r(M,M') T(M',t) dM' + U_k^i(M,t) = C_k(M) \frac{\partial T_k(M,t)}{\partial t} \quad (4.1)$$

siendo:

$$C_k(M) \frac{\partial T_k(M,t)}{\partial t} \quad \text{término de almacenamiento térmico}$$

$$\nabla [K_k(M) \nabla T_k(M,t)] \quad \text{término de transporte conductivo}$$

$$\bar{u}_k(M) \nabla T_k(M,t) \quad \text{término de transporte convectivo}$$

$$\int_{D_k} r(M,M') T_k(M',t) dM' \quad \text{densidad volumétrica de flujo radiativo}$$

$$U_k^i(M,t) = \sigma_k(M,t) + \int_{D'} r(M,M') T(M',t) dM'$$

$$\sigma_k(M,t) \quad \text{densidad volumétrica de energía debida a fenómenos no térmicos}$$

$$\int_{D'} r(M,M') T(M',t) dM' \quad \text{densidad volumétrica de flujo radiativo proveniente del exterior} \quad (4.2)$$

con:

$$C_k(M) = \text{capacidad calorífica}; \quad K_k(M) = \text{tensor de conductividad térmica}$$

$$\bar{u}_k(M) = C_k(M) \bar{v}_k; \quad \bar{v}_k = \text{velocidad local}; \quad r(M,M') = \text{núcleo de transporte radiativo} \quad (4.3)$$

Las condiciones de contorno del problema, vendrán dadas por ecuaciones de la forma genérica:

¹ Suponemos que existe un modelo lineal de representación de los flujos radiativos en función del campo térmico.

$$\forall M \in \Gamma_{kjc} \quad (k = 1, \dots, q; \quad j = 1, \dots, N_{kc}) : \quad -K_k(M) \nabla T_k(M, t) \cdot \vec{n}_{kjc} - \sigma_{kjc} T_k(M, t) = U_{kjc}(t) \quad (4.4)$$

$$\forall M \in \Gamma_{ke} \quad (k = 1, \dots, q) : \quad -K_k(M) \nabla T_k(M, t) \cdot \vec{n}_{ke} - \sigma_{ke} T_k(M, t) = U_{ke}(t)$$

Las condiciones de Newman y Dirichlet se obtienen dando valores particulares a σ_{kjc} y σ_{ke} . Por ejemplo, si $\sigma_{kjc} = 0$, la sollicitación U_{kjc} es un flujo (condición de Newman). Por el contrario, si $\sigma_{kjc} \rightarrow \infty$, nos encontramos ante una condición de Dirichlet.

Aplicando el operador espacial del calor, \mathcal{L}_k , y el operador de condiciones de contorno, \mathcal{F}_k , introducidos por (Khoury, 1989), las ecuaciones (4.1) y (4.4) se reescriben como:

$$\mathcal{L}_k [T_k(M, t)] + U_k^i(M, t) = C_k(M) \frac{\partial T_k(M, t)}{\partial t} \quad \forall M \in D_k^o \quad (4.5)$$

$$\mathcal{F}_k [T_k(M, t)] = U_k(M, t) \quad \forall M \in \Gamma_{kjc} \text{ ó } \Gamma_{ke}$$

Estas ecuaciones sólo son de aplicación en el caso de intercambios recíprocos. El caso de intercambios no recíprocos, también abordable en el marco del análisis modal (Khoury, 1989), no será tratado en esta tesis.

4.2.3. El Campo Térmico.

El campo de temperaturas solución de (4.5) se describe como la superposición de un régimen "deslizante", $T_k^g(M, t)$, y de un régimen "dinámico", $T_k^d(M, t)$:

$$T_k(M, t) = T_k^g(M, t) + T_k^d(M, t) \quad \forall M \in D_k \quad (4.6)$$

El término "deslizante" del campo de temperaturas, $T_k^g(M, t)$, es la solución del sistema:

$$M \in D_k^o ; \quad \mathcal{L}_k [T_k^g(M, t)] + U_k^i(M, t) = 0 \quad (4.7)$$

$$M \in \Gamma_k ; \quad \mathcal{F}_k [T_k^g(M, t)] = U_k(M, t)$$

y puede expresarse bajo la forma integral:

$$T_k^g(M, t) = \int_{\Gamma_k} S_k(M, M') U_k(M', t) dM' \quad (4.8)$$

donde la función de Green S_k es un campo de temperaturas que satisface, en cualquier punto del dominio D_k , las ecuaciones (4.7) con sollicitaciones del tipo delta de Dirac.

En el caso de uniformidad de temperatura y flujos en las interfases, la ecuación (4.8) se reescribe como:

$$T_k^g(M, t) = S_k(M) U_k(t) \quad (4.9)$$

$$S_k(M) = \int_{\Gamma_k} S_k(M, M') dM'$$

El término "dinámico" del campo de temperaturas, $T_k^d(M, t)$, representa la respuesta libre del sistema y es la solución del problema homogéneo asociado a (4.5):

$$M \in D_k^0; \quad \mathcal{L}_k [T_k^d(M,t)] - C_k(M) \frac{\partial T_k^d(M,t)}{\partial t} = C_k(M) \frac{\partial T_k^d(M,t)}{\partial t} \quad (4.10)$$

$$M \in \Gamma_{kjc}; \quad \mathcal{B}_k [T_k^d(M,t)] = 0$$

Puesto que satisface condiciones de contorno homogéneas, este término podrá descomponerse sobre la familia de funciones propias.

4.2.4. La Base Modal.

La resolución del problema homogéneo se reduce a la búsqueda de los elementos propios del sistema. El término dinámico del campo de temperaturas se descompone sobre la base de funciones propias del operador del calor:

$$T_k^d(M,t) = \sum_{l=1}^{n_k} X_{kl}(t) V_{kl}(M) \quad (4.11)$$

A los coeficientes de la descomposición X_{kl} se les denomina estados de excitación de los modos propios V_{kl} o, simplemente, variables de estado.

Los elementos propios del modelo local k , se determinan a partir de:

$$\begin{aligned} \forall M \in D_k^0: \quad \mathcal{L}_k [V_{kl}(M)] &= \lambda_{kl} C_k V_{kl}(M) \\ \forall M \in \Gamma_{kjc}: \quad \mathcal{B}_k [V_{kl}(M)] &= 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

siendo

$V_{kl}(M)$: función propia l del operador espacial del calor en k .
 λ_{kl} : valor propio l del operador espacial del calor en k .

La ecuación de estado modal del modelo local k se obtiene a partir de (4.10), (4.11) y (4.12), resultando:

$$\dot{X}_{kl}(t) = \lambda_{kl} X_{kl}(t) - \dot{U}_k(t) \int_{D_k^0} S_k(M) V_{kl}(M) C_k(M) dM \quad (4.13)$$

4.2.5. Discretización Espacial del Continuo.

En la práctica el problema arriba expuesto se resuelve en forma discreta y la representación modal de los fenómenos térmicos en sistemas lineales se lleva a cabo mediante un cambio de base sobre la representación del campo de temperaturas.

Métodos de discretización.

Existen numerosos procedimientos de discretización espacial de la ecuación (4.1) (ver ej. Patankar, 1980). Lefebvre (1987) utiliza el método de diferencias finitas y analiza en profundidad la influencia de distintos esquemas de discretización sobre la calidad de los elementos propios del sistema térmico resultantes. Un estudio más pormenorizado del tema puede encontrarse en (Chen, 1989). Este autor analiza la precisión del modelo modal que resulta de discretizar la ecuación de evolución térmica utilizando diferentes métodos numéricos clásicos (diferencias

finitas, residuos ponderados y elementos finitos), con distintas mallas de discretización. Ambos autores concluyen que, siempre que se utilice una malla suficientemente fina, la discretización espacial de un sistema térmico es un método eficaz y fiable para obtener los elementos propios del sistema.

El campo térmico.

Cualquiera que sea el método empleado, el campo discreto de temperaturas quedará representado en la forma siguiente²:

$$C \dot{T} = A T + E U \quad (4.14)$$

con:

T	campo discreto de temperaturas (n nodos)
C	matriz diagonal de las n capacidades caloríficas de la malla de discretización o de las masas fluídas.
A	matriz (nxn) de intercambios en el seno de la estructura. Simétrica y definida positiva,
U	matriz columna (qx1) de solicitaciones
E	matriz (nxq) que caracteriza el efecto de las solicitaciones sobre la estructura.

La precisión de este modelo aproximado dependerá más de la finura de la discretización que del método empleado.

El régimen deslizante se define como el estado que alcanzaría el sistema en régimen permanente si las solicitaciones fuesen constantes e iguales al valor de las solicitaciones en el instante de tiempo t. Bajo este supuesto, la ecuación (4.14) se expresa como:

$$T = S_T U ; \quad S_T = - A^{-1} E \quad (4.15)$$

y el régimen dinámico ($T = T^0 - S_T U$) se regirá por la ecuación:

$$C \dot{T}^0 = A T^0 - C S_T \dot{U} \quad (4.16)$$

La base modal.

El paso a la base modal discreta se efectúa transformando el campo dinámico de temperaturas, T^0 , en un vector de estado, X, mediante la relación (análoga a 4.11) siguiente:

$$T^0 = P X \quad (4.17)$$

donde P es la matriz de paso formada por los vectores propios de $C^{-1}A$ (en columnas).

En la base propia formada por los vectores propios normalizados con respecto a C, la ecuación (4.16) adopta una forma análoga a la (4.13):

$$\dot{X} = F X + B \dot{U} \quad (4.18)$$

siendo $F = P^{-1} C^{-1} A P$ la matriz diagonal de valores propios y $B = P^{-1} A^{-1} E$.

² Los detalles del paso de (4.1) a (4.14) pueden encontrarse en (Lefebvre, 1987), (Chen, 1989) y (Khoury, 1989)

Modelos modales locales.

Sin más que distinguir entre solicitaciones internas y externas, la ecuación de estado del modelo local k se escribirá como:

$$\dot{X}_k = F_k X_k + B_{kc} \dot{U}_{kc} + B_k \dot{U}_{ke} \quad (4.19)$$

siendo

U_{kc} vector de solicitaciones sobre las fronteras donde se aplican las condiciones de contorno.
 U_{ke} vector de solicitaciones exteriores

Las salidas del modelo local k vendrán dadas por relaciones del tipo:

$$\begin{aligned} Y_{kr} &= H_{kr} X_k + G_{krc} U_{kc} + G_{kr} U_{ke} \\ Y_k &= H_k X_k + G_{kc} U_{kc} + G_k U_{ke} \end{aligned} \quad (4.20)$$

con:

Y_{kr} vector de salidas sobre las fronteras interiores
 Y_k vector de las restantes salidas

Finalmente, el campo de temperaturas del modelo local k se expresará como:

$$T_k = P_k X_k + S_{kc} U_{kc} + S_k U_{ke} \quad (4.21)$$

4.2.6. Interés de la Representación Modal.

Un mismo objeto real admite numerosas representaciones matemáticas. Aún en el caso en que todas ellas proporcionen igual precisión en la simulación de la respuesta del sistema, no todas ellas ofrecen iguales ventajas a la hora de ser utilizadas con el propósito que nosotros nos hemos marcado; esto es, el de derivar estructuras matemáticas adecuadas para el proceso de identificación, que se caracterizan por su simplicidad y reducida dimensión.

Las ventajas que a este respecto ofrece el método modal³ son dos:

- 1) Permite reducir formal y sistemáticamente la dimensión del modelo de representación del sistema. No todos los modos del sistema contribuyen con igual peso específico a determinar la respuesta dinámica del sistema ante un escenario dado de solicitaciones. Sobre este hecho fundamental se apoyan los distintos métodos de reducción propuestos por el CE-EMP (ver por ej. Lefebvre, 1987).
- 2) Ofrece posibilidades de análisis de gran interés en relación con una de las fases de la identificación, la de diseño de los experimentos. Los modos propios son entidades características del sistema que dependen, única y exclusivamente, de la estructura interna del mismo y de sus condiciones de contorno. El análisis de su influencia sobre la respuesta dinámica del sistema a distintas solicitaciones, como son el flujo solar o la temperatura ambiente, permite distinguir los modos dominantes.

³ Siempre en el dominio de sistemas lineales e invariables respecto al tiempo.

4.3. PRINCIPIOS DE LA SINTESIS MODAL

La síntesis modal es una técnica desarrollada en el Centro de Energética de la Escuela de Minas de París que surge de la necesidad de tratar sistemas térmicos complejos de gran dimensión: El sistema se divide en subsistemas o elementos y se construye, para cada uno de ellos, un modelo modal de evolución (modelos locales). Más tarde, en la etapa de síntesis propiamente dicha, se conectan estos modelos locales originando el modelo modal del sistema completo (modelo global).

Más de una son las ventajas que ofrece esta técnica frente a la aplicación del método modal directamente sobre el sistema completo:

- La primera es de índole práctico. En sistemas complejos la aplicación directa del método modal (método modal directo en lo sucesivo) obliga normalmente a la inversión de una matriz de gran dimensión en la búsqueda de los elementos propios. El método de descomposición y síntesis traslada este problema a la inversión de un número mayor de matrices, pero de dimensión mucho menor, lo que supone una reducción sustancial del tiempo de cálculo necesario.
- De otra parte, mientras que el método modal directo sólo permite el análisis térmico del sistema a nivel global, el método de síntesis abre nuevas perspectivas de análisis. Temas tan importantes en identificación como el acoplamiento dinámico entre subsistemas o la influencia de cada uno de ellos por separado sobre la respuesta dinámica del sistema, podrían ser abordados por este método de representación.
- Finalmente, la síntesis modal constituye una aproximación modular al problema de la modelización, que permite, en consecuencia, capitalizar el conocimiento y el desarrollo.

El formalismo general de la síntesis modal lo estableció B.Flament en SYMBOL⁴ a partir del problema de síntesis de elementos en contacto directo y perfecto. Mientras que este autor contempla una única fase de síntesis o conexión de modelos locales, (Chen, 1989) analiza, también en el caso de contacto perfecto entre elementos, el problema de conexión en cascada. Otro tipo de acoplamiento entre subsistemas, denominado acoplamiento por recubrimiento, fue abordado por (Blanc-Sommereux, 1991).

A continuación, pasamos a describir someramente las cuatro fases que podemos distinguir en el proceso de síntesis modal: yuxtaposición, conexión, ensamblado y reconstitución de la forma modal.

4.3.1. Yuxtaposición.

La yuxtaposición permite agrupar todos los modelos locales bajo una única representación matricial. La ecuación de estado, la de variables de observación y la del campo térmico del modelo global yuxtapuesto son:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= F X + B_c \dot{U}_c + B_e \dot{U}_e \\ Y &= H X + G_c U_c + G_e U_e \\ T &= P X + S_c U_c + S_e U_e\end{aligned}\tag{4.22}$$

respectivamente, donde F , B_c , B_e , H , G_c , G_e , P , S_c y S_e son hipermatrices del tipo:

⁴ Blanc-Sommereux, I., Caplain, G., Ebert, R., Flament, B., Lefebvre, G., Neveu, A. y Peuportier, B., 1989, Rapport AFME/ARMINES 1988/89 project SYMBOL.

$$M = \begin{bmatrix} [M_1] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [M_2] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & [M_M] \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

con $M \equiv F, B_c, B_e, H, G_c, G_e, P, S_c \text{ ó } S_e$

Esta fase de la síntesis modal es independiente del tipo de acoplamiento.

4.3.2. Conexión.

El modelo global proveniente de la fase de yuxtaposición estaría totalmente determinado si las solicitaciones de acoplamiento U_c fuesen conocidas. Sin embargo, sólo las solicitaciones exteriores al sistema lo son. El objetivo de la fase de conexión es llegar a expresar las solicitaciones internas (U_c) en función de los vectores de estado locales y de las solicitaciones exteriores al sistema (ecuación de conexión), haciendo de este modo desaparecer dichas variables intermedias.

La ecuación de conexión será una traducción al lenguaje matemático de los fenómenos físicos que determinan el acoplamiento entre subdominios y existirán, por tanto, tantas ecuaciones de conexión como tipos de acoplamientos.

Como ya indicamos anteriormente, el acoplamiento por contacto perfecto fué analizado por (Chen, 1989) y Flament (SYMBOL), y el denominado acoplamiento por recubrimiento por (Blanc-Sommereux, 1991). Para problemas monodimensionales, las condiciones físicas correspondientes al primer tipo de acoplamiento son: a) Igualdad geométrica de las fronteras de acoplamiento; b) continuidad del campo térmico en la frontera; c) no acumulación de energía en la interfase. En el caso de acoplamiento por recubrimiento, las condiciones físicas necesarias se reducen a la identidad geométrica de las fronteras de la parte común y a la igualdad de los campos de temperatura en ellas. En ambos casos, se demuestra que la ecuación de conexión adopta la forma genérica:

$$U_c = G_{rc}^{-1} H_r X + G_{rc}^{-1} G_{re} U_e \quad (4.24)$$

donde G_{rc}^{-1} constituye la transcripción matemática del acoplamiento físico de los elementos.

4.3.3. Ensamblado.

Al igual que la fase de yuxtaposición, la fase de ensamblado es independiente de la naturaleza de los acoplamientos. Una vez determinada la ecuación de conexión (4.24), ésta será llevada a (4.22) para obtener el denominado modelo de síntesis:

$$\begin{aligned}
N \dot{X} &= F X + B_A \dot{U}_e \\
Y &= H_A X + G_A U_e \\
T &= P_A X + S_A U_e
\end{aligned}
\tag{4.25}$$

con:

$$\begin{aligned}
N &= I - B_c G_{rc}^{-1} H_r ; & B_A &= B_c G_{cr}^{-1} G_{re} + B_e \\
H_A &= G_c G_{rc}^{-1} H_r + H ; & G_A &= G_c G_{rc}^{-1} G_{re} + G_e \\
S_A &= S_c G_{rc}^{-1} G_{re} + S_e ; & P_A &= S_c G_{rc}^{-1} H_r + P
\end{aligned}$$

Este modelo es completamente independiente del tipo de acoplamiento. Sólo la composición de sus matrices se verá afectada por la naturaleza de éste.

4.3.4. Reconstitución de la Forma Modal.

La presencia en (4.25) de la matriz N , no diagonal, hace que el modelo de síntesis obtenido en la fase anterior no tenga una forma modal. Sin embargo, siendo diagonalizable la matriz $N^{-1}F$, podrá recuperarse la forma modal (modelo modal de síntesis reconstituído). La equivalencia entre el modelo modal de síntesis reconstituído y el modelo modal global, obtenido por aplicación del método modal al sistema completo, fue demostrada por (Flament, 1989) y (Blanc-Sommereux, 1991).

Efectuando el cambio de variables

$$X = [p] \chi ; \quad [p] = \text{vectores propios de } N^{-1} F \tag{4.26}$$

las ecuaciones (4.25) adoptan la forma modal:

$$\begin{aligned}
\dot{\chi} &= \Gamma \chi + B \dot{U}_e \\
Y &= H \chi + S U_e ; & T &= \Pi \chi + S_p U_e
\end{aligned}
\tag{4.27}$$

con:

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \text{matriz diagonal de valores propios } z_i \text{ del modelo modal } (= [p]^{-1} N^{-1} F [p]) \\
B &= [p]^{-1} N^{-1} B_A ; & H &= H_A [p] ; & S &= G_A ; & S_p &= S_A ; & \Pi &= (P + S_c G_{rc}^{-1} H_r) [p]
\end{aligned}$$

4.4. PROBLEMAS DE SINTESIS MODAL QUE SERAN ABORDADOS EN ESTE TRABAJO.

A partir de este momento el capítulo se irá orientando progresivamente hacia el problema particular que nos ocupa (representación del microclima de la atmósfera del invernadero).

En 4.5. abordaremos un tipo particular de acoplamiento que, como más adelante veremos (capítulo 5), será el utilizado para el estudio del invernadero. Mantendremos como hipótesis fundamentales la linealidad, invariabilidad temporal y reciprocidad de los flujos de transporte de energía. Dos son los aspectos que nos distinguen de los autores que nos han precedido en el tema de síntesis modal:

- a) El tipo de acoplamiento analizado: El sistema se concibe como el conjunto de Q subsistemas sólidos capacitivos y un subsistema fluido (aire) al que suponemos con inercia térmica despreciable. Los subsistemas sólidos se acoplan entre sí por medio de intercambios de energía radiante, y con el aire por medio del transporte convectivo de energía térmica y de energía de cambio de fase (agua líquida-vapor de agua) en sus interfaces.
- b) La naturaleza de las magnitudes físicas transportadas en las interfaces: Contemplaremos no sólo el transporte de energía térmica, sino también el transporte de energía de cambio de fase .

A lo largo del capítulo 3, hemos visto que en el invernadero aparecen diversos problemas de transporte de carácter no lineal. Esto quiere decir que, en principio, el método modal, en su actual estado de desarrollo, no sería de aplicación al caso de análisis y representación del microclima de los invernaderos. Sin embargo, éstos presentan ciertas particularidades (ver capítulo 3) que van a permitir la extensión del método a cierta clase de problemas no lineales:

- a) Los subdominios sólidos del invernadero (cubierta, vegetación y suelo) pueden ser asimilados a sistemas térmicos lineales e invariables respecto al tiempo.
- b) Las no linealidades, asociadas normalmente a la representación de flujos radiativos y convectivos de transporte, sólo están presentes en las interfaces y fronteras de esos subdominios sólidos y juegan un papel de elementos estáticos del sistema.
- c) Son no linealidades de carácter débil.

En el apartado 4.6 se propone la extensión del método modal al caso de sistemas con acoplamientos no lineales entre subdominios, que poseen propiedades termofísicas y mecánicas estacionarias e independientes de la temperatura.

4.5. ACOPLAMIENTO CONVECTIVO ENTRE SUBSISTEMAS MASIVOS Y EL AIRE.

4.5.1. El Sistema.

Suponemos que el sistema está constituido por Q subsistemas sólidos capacitivos y un subsistema fluido (aire) de inercia despreciable. Los subsistemas sólidos se acoplan dinámicamente entre sí mediante el intercambio de energía radiante en el infrarrojo térmico. El acoplamiento entre los subsistemas masivos y el aire viene dictado por el transporte convectivo de energía térmica y de cambio de fase que tiene lugar en las interfaces de contacto sólido-aire. El sistema se acopla al entorno exterior, a través de las denominadas fronteras, intercambiando con éste energía radiante y térmica.

4.5.2. Modelos Locales.

Con ánimo de aligerar la exposición, supondremos que los subdominios sólidos son opacos a la radiación solar y a la radiación infrarroja térmica⁵. De este modo, la ecuación de evolución de cualquiera de estos subdominios vendrá dada por:

⁵ Esta hipótesis no alterará las conclusiones a las que llegaremos tras los desarrollos matemáticos que siguen.

$$\nabla [K_k(M) \nabla T_k(M,t)] = C_k(M) \frac{\partial T_k(M,t)}{\partial t} \quad \forall M \in D_k^o \quad (4.28)$$

A esta ecuación le asignaremos condiciones de contorno de tipo Dirichlet

$$T_k(M,t) = T_{kc}(t) \quad \forall M \in \Gamma_{kc}; \quad T_k(M,t) = T_{ke}(t) \quad \forall M \in \Gamma_{ke} \quad (4.29)$$

Consideraremos como salidas o variables de observación los flujos conductivos de calor en las fronteras e interfaces:

$$\begin{aligned} Y_{kc} &= -K(M) \nabla T_k(M,t) \cdot \vec{n}_{kc} \quad \forall M \in \Gamma_{kc} \\ Y_{ke} &= -K(M) \nabla T_k(M,t) \cdot \vec{n}_{ke} \quad \forall M \in \Gamma_{ke} \end{aligned} \quad (4.30)$$

De (4.11) y (4.21) se deriva la siguiente representación modal del campo térmico:

$$T_k(M,t) = \sum_{l=1}^{n_k} X_{kl}(t) V_{kl}(M,t) + S_{kc}(M,t) T_{kc}(t) + S_{ke}(M,t) T_{ke}(t) \quad (4.31)$$

y la de las variables de observación:

$$Y_{kc} = -K(M) \sum_{l=1}^{n_k} \nabla V_{kl}(M,t) \cdot \vec{n}_{kc} X_{kl}(t) - K(M) \nabla S_{kc}(M,t) \cdot \vec{n}_{kc} T_{kc}(t) - K(M) \nabla S_{ke}(M,t) \cdot \vec{n}_{kc} T_{ke}(t) \quad (4.32)$$

$$Y_{ke} = -K(M) \sum_{l=1}^{n_k} \nabla V_{kl}(M,t) \cdot \vec{n}_{ke} X_{kl}(t) - K(M) \nabla S_{ke}(M,t) \cdot \vec{n}_{ke} T_{ke}(t) - K(M) \nabla S_{kc}(M,t) \cdot \vec{n}_{ke} T_{kc}(t) \quad (4.33)$$

El modelo modal discreto asociado a cualquiera de los subdominios sólidos vendrá dado por:

$$\dot{X}_k = F_k X_k + B_{kc} \dot{T}_{kc} + B_{ke} \dot{T}_{ke} \quad (4.34)$$

$$Y_{kc} = H_{kc} X_k + G_{kcc} T_{kc} + G_{kce} T_{ke}; \quad Y_{ke} = H_{ke} X_k + G_{kec} T_{kc} + G_{kee} T_{ke}$$

En lo que al aire se refiere, barajaremos simultáneamente dos situaciones. En la primera supondremos que no hay movimiento forzado de éste y que además no presenta conexión directa con el exterior (filtraciones). En la segunda consideraremos que el aire se desplaza con un campo estacionario y uniforme de velocidades. El planteamiento de las correspondientes ecuaciones de evolución se pospone a los apartados 4.5.4 y 4.5.5.

4.5.3. Condiciones de Acoplamiento Físico entre Elementos.

La condición física que describe el acoplamiento entre subsistemas es la de flujo de energía cero en las fronteras y en las interfaces:

$$\phi^{cd} + \phi^{rt} + \phi^{rs} + \phi^{cv} + \phi^{ev} = 0 \quad (4.35)$$

En cualquiera de estas superficies (fronteras o interfaces), a las que en este apartado nos referiremos con el subíndice genérico "s", el flujo de conducción vendrá dado por:

$$\phi^{cd}(M,t) = \int_{\Gamma} K(M) \nabla T(M,t) \cdot \vec{n} \quad (4.36)$$

o, referido a la base modal, por (4.34).

El flujo radiativo neto en el infrarrojo térmico se expresará como:

$$\phi^{rt}(t) = - \sum_{j=1}^a h_{kj}^{rt} (T_{ks} - T_{js}) \quad (4.37)$$

siendo h_{kj}^{rt} el factor de transferencia radiativa de la superficie Γ_{js} a la superficie Γ_{ks} .

El flujo solar neto, si existiera, vendría representado mediante:

$$\phi^{rs}(t) = \alpha_{ks} I_{ks} \quad (4.38)$$

siendo α_{ks} la absorptancia solar superficial en Γ_s e I_{ks} la irradiancia global solar sobre dicha superficie.

Contemplamos asimismo la existencia de dos tipos de flujos convectivos entre las superficies de acoplamiento y el aire que se halla en contacto con las mismas. Un flujo de energía térmica, que expresamos mediante la ley de Newton:

$$\phi^{cv}(t) = - h_{ko}^{cv} (T_{ks} - T_o) ; \quad T_o = \text{Temperatura del aire en contacto con } \Gamma_s \quad (4.39)$$

y un flujo de energía de cambio de fase que, como vimos en 3.4, vendrá representado por una ecuación análoga a la anterior:

$$\phi^{ev}(t) = - h_{ko}^{ev} (\hat{\theta}_{ks} - \theta_o) \quad (4.40)$$

$\hat{\theta}_{ks}$ representa la humedad específica saturante correspondiente a la temperatura T_{ks} y θ_o es la humedad específica del aire en contacto con Γ_s .

Por el procedimiento de linearización indicado en 3.4.1, la ecuación anterior se transforma en:

$$\phi^{ev}(t) = - h_{ko}^{ev} [\delta_{ko} (T_{ks} - T_o) + (\hat{\theta}_o - \theta_o)] \quad (4.41)$$

siendo δ_{ko} la pendiente de la curva de saturación en un punto indeterminado del intervalo térmico $[T_o, T_{ks}]$.

Nótese que e.. las ecuaciones (4.37) a (4.41) está presente la hipótesis de que tanto el campo de temperaturas como el campo de flujos son uniformes en las superficies de acoplamiento.

4.5.4. Ecuación de Conexión sin Circulación Forzada de Aire.

Procederemos en tres etapas antes de llegar a la ecuación final de conexión. En la primera, plantearemos la ecuación que expresa las condiciones físicas de acoplamiento en las interfases de los subdominios sólidos. De forma análoga, en la segunda etapa, se plantean las ecuaciones de acoplamiento asociadas a las fronteras de dichos subdominios. En la tercera etapa, plantearemos las ecuaciones de balance energético en aire. Finalmente, con los resultados provenientes de estas tres etapas, obtendremos la ecuación de conexión.

Condiciones de acoplamiento en las interfases de los elementos sólidos.

Teniendo en cuenta (4.34) y (4.35-4.41), la ecuación de flujo cero en las interfases de los subdominios sólidos se escribe como:

$$H_{kc} X_k + G_{kcc} T_{kc} + G_{kce} T_{ke} - \sum_{j=1}^Q h_{kcj}^{rt} (T_{kc} - T_{jc}) - h_{ko}^{cv+ev} (T_{kc} - T_o) - h_{ko}^{ev} (\hat{\theta}_o - \theta_o) = 0 \quad (4.42)$$

Agrupando las Q ecuaciones del tipo (4.42), asociadas a los Q subdominios sólidos del sistema, en una única ecuación matricial obtendremos:

$$H_c X + G_{cc} T_c + G_{ce} T_e + G_{co} U_o = 0 \quad (4.43)$$

donde:

$$H_c = \begin{bmatrix} H_{1c} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_{2c} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & H_{Qc} \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_Q \end{bmatrix}; \quad G_{ce} = \begin{bmatrix} G_{1ce} & \dots & 0 & \dots \\ \dots & G_{2ce} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & G_{Qce} \end{bmatrix}; \quad T_e = \begin{bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ \dots \\ T_{Qe} \end{bmatrix}$$

$$G_{cc} = \begin{bmatrix} \{G_{1cc} - \sum_{j=1}^Q h_{1cj}^{rt} - h_{1o}^{cv+ev}\} & h_{1c2}^{rt} & \dots & h_{1cQ}^{rt} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{Qc1}^{rt} & \dots & \dots & \{G_{Qcc} - \sum_{j=1}^Q h_{Qcj}^{rt} - h_{Qo}^{cv+ev}\} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$G_{co} = \begin{bmatrix} h_{1o}^{cv+ev} & -h_{1o}^{ev} \\ \dots & \dots \\ h_{Qo}^{cv+ev} & -h_{Qo}^{ev} \end{bmatrix}; \quad U_o = \begin{bmatrix} T_o \\ \hat{\theta}_o - \theta_o \end{bmatrix}; \quad T_c = \begin{bmatrix} T_{1c} \\ T_{2c} \\ \dots \\ T_{Qc} \end{bmatrix}$$

Condiciones de acoplamiento en las fronteras de los elementos sólidos.

La ecuación de conexión que traduce las condiciones de acoplamiento de cada subsistema con el exterior son de la forma:

$$H_{ke} X_k + G_{kec} T_{kc} + G_{kee} T_{ke} - h_{ke\infty}^{rt} (T_{ke} - T_{k\infty}^{rt}) - h_{ke\infty}^{cv} (T_{ke} - T_{k\infty}) + \eta_{ke} I_{ke} = 0 \quad (4.45)$$

Nótese que suponemos un sólo entorno radiativo-convectivo por subsistema y que no existe acoplamiento entre las fronteras de los distintos subsistemas. El entorno radiativo viene determinado por una temperatura radiante $T_{k\infty}^{rt}$, y el convectivo por la temperatura de una masa de aire $T_{k\infty}$.

Reagrupando las q (número de subsistemas sólidos) ecuaciones del tipo (4.45) en una única expresión matricial, nos encontramos con:

$$H_e X + G_{ee} T_e + G_{ec} T_c + G_{eo} U_o = 0 \quad (4.46)$$

siendo:

$$\begin{aligned}
H_e &= \begin{bmatrix} H_{1e} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & H_{2e} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & H_{qe} \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_q \end{bmatrix}; \quad G_{ec} = \begin{bmatrix} G_{1ec} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & G_{2ec} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & G_{qec} \end{bmatrix}; \quad T_c = \begin{bmatrix} T_{1c} \\ T_{2c} \\ \dots \\ T_{qc} \end{bmatrix} \\
G_{ee} &= \begin{bmatrix} \{G_{1ee} - h_{1e\infty}^{rt} - h_{1e\infty}^{cv}\} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \{G_{qee} - h_{qe\infty}^{rt} - h_{qe\infty}^{cr}\} \end{bmatrix}; \quad T_e = \begin{bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ \dots \\ T_{qe} \end{bmatrix} \quad (4.47) \\
G_{e\infty} &= \begin{bmatrix} \eta_{1e} & h_{1e\infty}^{cv} & h_{1e\infty}^{rt} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_{qe} & h_{qe\infty}^{cv} & h_{qe\infty}^{rt} \end{bmatrix}; \quad U_\infty = [I_{1e} \quad T_{1\infty} \quad T_{1\infty}^{rt} \quad \dots \quad I_{qe} \quad T_{q\infty} \quad T_{q\infty}^{rt}]^T
\end{aligned}$$

Ecuaciones de balance energético en aire.

Pasamos a continuación a analizar el acoplamiento entre subsistemas sólidos y el aire. Supondremos en relación con este último que no se halla en movimiento forzado y que no presenta un acoplamiento directo con el exterior. El problema de filtraciones será tratado como un caso particular de 4.5.5.

Las ecuaciones de balance de energía térmica y de energía de cambio de fase en aire, vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^q \phi_j^{cv}(t) &\equiv \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} (T_{jc} - T_o) = 0 \\
\sum_{j=1}^q \phi_j^{ev}(t) &\equiv \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} [\delta_{jo} (T_{jc} - T_o) + (\hat{\theta}_o - \theta_o)] = 0
\end{aligned} \quad (4.48)$$

respectivamente. De donde se deduce:

$$U_o = - G_{o1}^{-1} G_{o2} T_c \quad (4.49)$$

con:

$$G_{o1} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} & 0 \\ \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} \delta_{jo} & -\sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} \end{bmatrix}; \quad U_o = \begin{bmatrix} T_o \\ \hat{\theta}_o - \theta_o \end{bmatrix}; \quad (4.50)$$

$$G_{o2} = \begin{bmatrix} h_{1o}^{cv} & h_{2o}^{cv} & \dots & h_{qo}^{cv} \\ h_{1o}^{ev} \delta_{1o} & h_{2o}^{ev} \delta_{2o} & \dots & h_{qo}^{ev} \delta_{qo} \end{bmatrix}; \quad T_c = \begin{bmatrix} T_{1c} \\ T_{2c} \\ \dots \\ T_{qc} \end{bmatrix}$$

Ecuación de conexión.

Finalmente, de (4.43), (4.46) y (4.49) se deriva la siguiente ecuación de conexión:

$$\begin{bmatrix} \{G_{cc} - G_{co} G_{o1}^{-1} G_{o2}\} & G_{ce} \\ G_{ec} & G_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_c \\ T_e \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_c \\ H_e \end{bmatrix} X - \begin{bmatrix} 0 \\ G_{eo} \end{bmatrix} U_o \quad (4.51)$$

que, como bien puede apreciarse, es análoga a (4.24).

4.5.5. Ecuaciones de Conexión con Circulación Forzada de Aire.

La única variante respecto al caso anterior la constituye el tratamiento del aire. Las condiciones físicas de acoplamiento en las interfases y fronteras de los elementos sólidos del sistema se mantienen, siendo las ecuaciones (4.43) a (4.47) las que transcriben al lenguaje matemático dichas condiciones. Pasamos, pues, sin mayor dilación, a plantear las ecuaciones de balance energético en aire.

Ecuaciones de balance energético en aire.

Las hipótesis fundamentales en las que se sustentan los desarrollos que siguen son:

- 1) Suponemos que los elementos sólidos del sistema se disponen en el espacio formando un conducto por el que circula el aire (ver fig.4.1). Se ha escogido esta distribución espacial de elementos porque será la que aparezca en el invernadero.
- 2) Como ya hemos indicado con anterioridad, despreciamos la capacidad de almacenamiento térmico y de humedad del aire.
- 3) Suponemos que el aire se comporta como un fluido newtoniano, incompresible y no dilatable, que se mueve con un campo uniforme y estacionario de velocidad. A la dirección de movimiento del aire la designamos mediante x y al recorrido del aire en el interior del sistema como l . $\eta = x/l$ es una longitud adimensional (toma valores de 0 a 1) a la que referiremos las ecuaciones de evolución del aire.
- 4) Finalmente, suponemos campos uniformes de temperatura y humedad específica en las secciones transversales a la dirección principal del movimiento del aire.

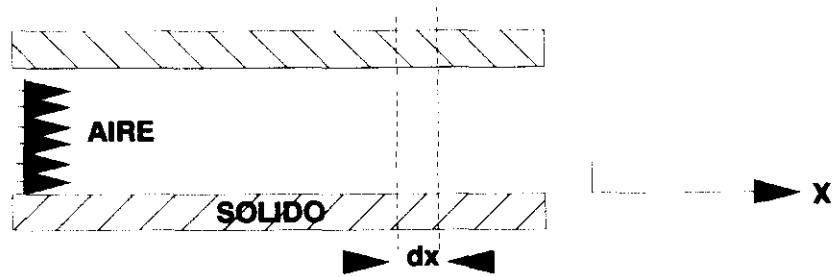


Fig. 4.1.- Esquema del conducto de aire definido por los subsistemas sólidos.

Bajo estos supuestos, las ecuaciones de evolución térmica y de humedad específica del aire vendrán dadas por:

$$m c_p \frac{\partial T_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] \quad (4.52)$$

y

$$m \lambda \frac{\partial \theta_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} \{ \delta_{jo} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] + [\hat{\theta}_o(\eta, t) - \theta_o(\eta, t)] \} \quad (4.53)$$

donde m representa el flujo másico de aire por unidad de área, c_p es el calor específico del aire, λ el calor de cambio de fase líquido-vapor del agua, T_o la temperatura del aire y θ_o su humedad específica.

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial \hat{\theta}_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \frac{d \hat{\theta}_o}{dT} \frac{\partial T_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \delta_o \frac{\partial T_o(\eta, t)}{\partial \eta} \quad (4.54)$$

la ecuación (4.53) podrá reescribirse como:

$$m \lambda \frac{\partial (\hat{\theta}_o - \theta_o)}{\partial \eta} = \gamma \delta_o \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} (T_{jc} - T_o) - \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} [\delta_{jo} (T_{jc} - T_o) + (\hat{\theta}_o - \theta_o)] \quad (4.55)$$

siendo $\gamma = \lambda/c_p$ y T_{jc} , T_o , θ_o y $\hat{\theta}_o$ funciones de η y t .

Integrando (4.52) y (4.55) bajo una misma representación matricial, obtenemos la siguiente ecuación de evolución para el aire:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o + M U_o = R T_c \quad (4.56)$$

con:

$$U_o = [T_o(\eta, t) \quad \hat{\theta}_o(\eta, t) - \theta_o(\eta, t)]^T ; \quad T_c = [T_{1c} \quad T_{2c} \quad \dots \quad T_{qc}]^T$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{mc_p} \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} & 0 \\ \frac{1}{m\lambda} \sum_{j=1}^q \{ \gamma \delta_o h_{jo}^{cv} - \delta_{jo} h_{jo}^{ev} \} & \frac{1}{m\lambda} \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{h_{1o}^{cv}}{mc_p} & \dots & \frac{h_{qo}^{cv}}{mc_p} \\ \frac{\gamma \delta_o h_{1o}^{cv} - \delta_{1o} h_{1o}^{ev}}{m\lambda} & \dots & \frac{\gamma \delta_o h_{qo}^{cv} - \delta_{qo} h_{qo}^{ev}}{m\lambda} \end{bmatrix}$$

Ecuación de conexión.

Para obtener esta ecuación procederemos del modo siguiente:

a) A partir de (4.43) y (4.46) se obtiene la siguiente ecuación para el vector T_c de temperatura de las interfases:

$$T_c = -G_{cc}^{*-1} H_c^* X - G_{cc}^{*-1} G_{ec}^* U_\infty - G_{cc}^{*-1} G_{co} U_o \quad (4.58)$$

$$G_{cc}^* = G_{cc} - G_{ce} G_{ee}^{-1} G_{ec} ; \quad G_{ec}^* = -G_{ce} G_{ee}^{-1} G_{eo} ; \quad H_c^* = H_c - G_{ce} G_{ee}^{-1} H_e$$

b) Llevando (4.58) a (4.56), esta última ecuación se transforma en:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o + [\alpha] U_o = [\beta] X + [\gamma] U_\infty \quad (4.59)$$

$$[\alpha] = M + R G_{cc}^{*-1} G_{co} ; \quad [\beta] = -R G_{cc}^{*-1} H_c^* ; \quad [\gamma] = -R G_{cc}^{*-1} G_{ec}^*$$

c) Se supone que U_o puede ser expresado como suma de un término deslizante, U_o^g , y un término dinámico, U_o^d :

$$U_o = U_o^g + U_o^d$$

De esta forma, (4.59) se desdobra en las dos ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g + [\alpha] U_o^g = [\gamma] U_\infty \quad (4.60)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d + [\alpha] U_o^d = [\beta] X \quad (4.61)$$

d) Siendo U_∞ (vector de sollicitaciones externas conocido) independiente de η , la integral general de (4.60) vendrá dada por:

$$U_o^g(\eta, t) = \Phi(\eta) U_o^g(0, t) + \Phi^*(\eta) [\gamma] U_\infty(t) \quad (4.62)$$

con:

$$\Phi(\eta) = F_1(\eta) \text{Adj}[\alpha] + F_2(\eta); \quad \Phi^*(\eta) = \int_0^\eta \Phi(\eta - u) du \quad (4.63)$$

y

$$F_1(\eta) = \{f_{ij}^{(1)}\}; \quad F_2(\eta) = \{f_{ij}^{(2)}\}; \quad f_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j$$

$$f_{ii}^{(1)} = \frac{e^{-r_2 \eta} - e^{-r_1 \eta}}{r_1 - r_2}; \quad f_{ii}^{(2)} = \frac{r_2(1 - e^{-r_2 \eta}) - r_1(1 - e^{-r_1 \eta})}{r_1 - r_2} \quad (4.64)$$

$$r_1 + r_2 = \alpha_{11} + \alpha_{22}; \quad r_1 r_2 = \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}$$

e) Derivando (4.63) respecto al tiempo y suponiendo despreciable el término de derivada segunda, nos encontramos con:

$$\dot{U}_o^d = [\alpha]^{-1} [\beta] \dot{X} \quad (4.65)$$

f) De acuerdo con (4.64) y (4.65), el vector U_o vendrá dado por:

$$\dot{U}_o = [\alpha]^{-1} [\beta] \dot{X} + \Phi(\eta) \dot{U}_o(\eta, t) + \Phi^*(\eta) \dot{U}_\infty(t) \quad (4.66)$$

g) Finalmente, a partir de (4.66), (4.43) y (4.46), se deriva la siguiente ecuación de conexión:

$$\dot{U}_c = G_{rc}^{-1} H_r \dot{X} + G_{rc}^{-1} G_{re} \dot{U}_e$$

con :

$$U_c = \begin{bmatrix} T_c \\ T_e \end{bmatrix}; \quad U_e = \begin{bmatrix} U_\infty \\ U_{IN} \end{bmatrix}; \quad U_{IN} = U_o(0, t) \quad (4.67)$$

$$G_{rc} = \begin{bmatrix} G_{cc} & G_{ce} \\ G_{ec} & G_{ee} \end{bmatrix}; \quad H_r = - \begin{bmatrix} H_c + G_{co} [\alpha]^{-1} [\beta] \\ H_e \end{bmatrix}; \quad G_{re} = - \begin{bmatrix} G_{co} \Phi^* & G_{co} \Phi \\ G_{eo} & 0 \end{bmatrix}$$

4.5.6. Modelo Modal de Síntesis y Variables de Observación.

Como ya indicáramos en 4.3, las fases de yuxtaposición, ensamblado y reconstitución de la forma modal son totalmente independientes del tipo de acoplamiento. Por esta razón no se han incluido en los apartados precedentes. Sin embargo, con ánimo de resumir el proceso de síntesis modal en el tipo de sistema analizado, procederemos a *continuación a establecer los resultados provenientes de ellas.*

Siguiendo la nomenclatura establecida en 4.3, de la cual nos hemos separado muy ligeramente en este apartado, la ecuación de estado del modelo de yuxtaposición correspondiente al sistema analizado vendrá dada por:

$$\dot{X} = F X + B_c \dot{U}_c$$

(4.68)

$$U_c = \begin{bmatrix} T_c \\ T_e \end{bmatrix} ; B_c = \text{diag} [B_{1c} \dots B_{qc} \quad B_{1e} \dots B_{qe}]$$

Nótese que tal y como fueron definidas las condiciones de contorno de los subdominios sólidos, las solicitaciones externas conocidas (U_e) no aparecerán en la ecuación de estado hasta después de realizado el ensamblado.

En el caso de aire en estancamiento, la ecuación resultante de conexión adopta una forma idéntica a (4.24):

$$U_c = G_{rc}^{-1} H_r X + G_{rc}^{-1} G_{re} U_e ; \quad U_e = U_\infty \quad (4.69)$$

La ecuación de conexión, en el caso de que exista movimiento forzado de aire, viene dada por la derivada temporal de (4.69). Recúrrase a las ecuaciones (4.51) y (4.67), para ver la constitución de las matrices G_{rc} , G_{re} y H_r en cada caso.

La ecuación de estado del modelo de síntesis vendrá dada por (4.25), con la siguiente composición de matrices:

$$N = [I - B_c G_{rc}^{-1} H_r] ; \quad B_A = B_c G_{rc}^{-1} G_{re} \quad (4.70)$$

Finalmente, el modelo modal de síntesis coincide en todos sus términos con el contenido en 4.3.4.

Nos detendremos ahora en las variables de observación. Pensando en el invernadero, definimos como vector de observación al que contiene las variables temperatura y humedad específica del aire (U_o). En adelante, designamos mediante W a la matriz de dimensión ($Q \times 2Q$) tal que $w_{ij} = 1$ si $i=j$ y $w_{ij} = 0$ si $i < j$.

En el caso de aire en estancamiento (sin movimiento forzado), de (4.49) y (4.69) se deriva el siguiente el vector de observación:

$$U_o = H \chi + S U_e \quad (4.71)$$

$$H = G_{o1}^{-1} G_{o2} W G_{rc}^{-1} H_r [p] ; \quad S = G_{o1}^{-1} G_{o2} W G_{rc}^{-1} G_{re}$$

recuérdese que $[p]$ es la matriz de vectores propios de $N^{-1} F$ (ver 4.3.4).

En el supuesto de que exista movimiento forzado de aire, el vector de observación vendrá definido a partir de la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o + M U_o = H^* \chi + S^* U_e \quad (4.72)$$

$$H^* = [\beta] [p] ; \quad S^* = [\gamma] ; \quad M = [\alpha]$$

4.6. SINTESIS MODAL CON ACOPLAMIENTOS NO LINEALES.

4.6.1. El Sistema.

En lo relativo a su constitución y concepción, el sistema sigue siendo considerado como el conjunto de Q subsistemas sólidos capacitivos y un subsistema fluido (aire) al que suponemos inercia térmica despreciable. Como en el caso anterior, el acoplamiento entre subsistemas, y entre éstos y el exterior, lo originan los distintos flujos de transporte de energía (radiación, convección y cambio de fase) que se desarrollan en las interfases y fronteras de los subdominios del sistema. La diferencia esencial entre lo que aquí trataremos y lo ya desarrollado en (4.5), reside en la consideración que haremos acerca de la naturaleza de dichos flujos. Supondremos que estos flujos de acoplamiento, o algunos de ellos, vienen representados por leyes físicas de carácter no lineal. Las hipótesis relativas al tipo de no linealidad se explicitarán en el apartado siguiente. En cuanto al interior de los subdominios, continuaremos con la hipótesis de que sus propiedades termofísicas y mecánicas son estacionarias e independientes de la temperatura (hipótesis de linealidad e invariabilidad temporal). Es importante hacer notar, puesto que será una de las claves de la resolución del problema, que sólo en las fronteras e interfases del sistema se observarán procesos de carácter no lineal.

4.6.2. Flujos de Transporte No Lineales.

Hipótesis y terminología.

1. Se adoptarán representaciones de tipo no lineal para los flujos de transporte de naturaleza convectiva y para los flujos de energía radiante en el infrarrojo térmico. Sin embargo, se suponen de carácter débil dichas no linealidades.
2. Sea $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ una función continua y derivable que representa cualquiera de los flujos no lineales de referencia. Supondremos que esta función puede descomponerse como suma de una función lineal g^L y una función residuo no lineal g^{NL} :

$$g(x_1 \dots x_n) = g^L(x_1 \dots x_n) + \epsilon g^{NL}(x_1 \dots x_n) \quad (4.73)$$

Como más adelante veremos, $g^L(x_1 \dots x_n)$ quedará determinada por técnicas de linearización estadística aplicadas sobre $g(x_1 \dots x_n)$. El residuo resultante definirá la componente no lineal g^{NL} de g .

3. En ocasiones $g(x_1 \dots x_n)$ podrá aproximarse como:

$$g(x_1 \dots x_n) \approx g^L(x_1 \dots x_n) \quad (4.74)$$

Sin embargo, la hipótesis relativa a (4.73) que estableceremos con carácter general es:

$$\epsilon \frac{\partial g^{NL}}{\partial t} < \frac{\partial g^L}{\partial t} \quad (4.75)$$

Dicho de otro modo:

$$\frac{\partial g(x_1 \dots x_n)}{\partial t} \approx \frac{\partial g^L(x_1 \dots x_n)}{\partial t} \quad (4.76)$$

4. La aproximación (4.75) sólo será utilizada en el análisis del régimen dinámico.

Flujos radiativos y convectivos

A lo largo del capítulo 3 hemos señalado como flujos de transporte no lineales los flujos de intercambio radiativo en el infrarrojo térmico y los flujos de naturaleza convectivo-difusiva de calor y vapor de agua que tienen lugar en las interfases suelo-aire, vegetación-aire, cubierta-aire y aire-aire. Aunque, como vimos en 3.2, los flujos radiativos podrán linearizarse sin problemas la mayor parte de las veces, hemos preferido no hacer excepción con ellos e incluirlos también aquí.

Recordamos a continuación el tipo de relaciones funcionales utilizadas para la representación de dichos flujos:

1) Intercambios radiativos de onda larga. Vienen representados por la ley de Stephan-Boltzman. El flujo de intercambio radiativo entre dos superficies cualesquiera (grises y difusoras) viene dado por:

$$\phi_{kj}^{rt} = - f^{rt}(T_k, T_j) [T_k - T_j] ; \quad (4.77)$$

En adelante, en particular en lo que respecta al análisis del régimen dinámico de evolución del sistema, la ecuación anterior se expresará en la forma:

$$\phi_{kj}^{rt} = - h_{kj}^{rt} [T_k - T_j] + \epsilon g^{rt}(T_k - T_j) \quad (4.78)$$

donde h_{kj}^{rt} , el denominado coeficiente radiativo de transferencia medio en 3.2.2, al que supondremos independiente de la temperatura e invariable en el tiempo proviene de la linearización estadística de (4.77). En cuanto al residuo de la linearización $\epsilon g^{rt}(T_k - T_j)$, supondremos que satisface las condiciones establecidas en el apartado anterior de hipótesis.

2) Intercambios convectivos de calor en superficies interfaciales. Vienen representados por la denominada ley de Newton de convección, que la escribiremos en la forma genérica:

$$\phi_{ko}^{cv} = - f^{cv}(u, T_k, T_o) [T_k - T_o] \quad (4.79)$$

siendo f_{cv} una función no lineal de T_k , T_o y de la velocidad local del aire que circunda a la superficie interfacial, u . En adelante, supondremos que esta última es un parámetro de (4.79) y no una variable. De este modo, la ecuación anterior la reescribiremos como:

$$\phi_{ko}^{cv} = - f^{cv}(T_k, T_o) [T_k - T_o] \quad (4.80)$$

Como en el caso anterior, a la hora de analizar el régimen dinámico de evolución del sistema mediante técnicas de linearización estadística, la ecuación anterior se expresará en la forma:

$$\phi_{ko}^{cv} = - h_{ko}^{cv} [T_k - T_o] + \epsilon g^{cv}(T_k, T_o) \quad (4.81)$$

El coeficiente convectivo de transferencia medio, h_{ko}^{cv} , se considera independiente de la temperatura e invariable respecto al tiempo.

3) Intercambios convectivos de vapor de agua en superficies interfaciales ⁶. Suelen describirse mediante expresiones análogas a la ley de Newton de convección:

$$\phi_{ko}^{ev} = - f^{ev}(u, T_k, T_o) [\hat{\theta}_k - \theta_o] \quad (4.82)$$

que, como hemos visto en 3.4.1, puede reescribirse como

$$\phi_{ko}^{ev} = - f^{ev}(u, T_k, T_o) \{ \delta_{ko} [T_k - T_o] + [\hat{\theta}_k - \theta_o] \} \quad (4.83)$$

sin pérdida apreciable de precisión, al menos en las condiciones normales de funcionamiento de un invernadero.

En los invernaderos, el flujo de vapor más conflictivo es el de transpiración (ver 3.4). En este caso, a través de la resistencia interna, la función f^{ev} podría mostrar dependencias con otras variables meteorológicas como es la radiación solar. Sin embargo, vimos en (3.4.2), que es la temperatura de la vegetación (T_k) la que dicta el curso de la evolución diaria de la resistencia interna, mientras que el papel de la radiación solar es el de llave de todo o nada.

Aplicando técnicas de linearización estadística sobre (4.83), dicha ecuación se transformará en:

$$\phi_{ko}^{ev} = - h_{ko}^{ev} [\delta_{ko} (T_k - T_o) + (\hat{\theta}_o - \theta_o)] + \epsilon g^{ev}(T_k, T_o) \quad (4.84)$$

forma en la que será utilizada para el análisis del régimen dinámico de evolución del sistema.

4) Intercambios convectivos aire-aire. Bajo este epígrafe nos referimos a los intercambios de calor y de vapor de agua que tienen lugar entre el aire interior y el exterior debidos al intercambio de masa que se da, a través de huecos y fisuras, entre ambos ambientes (infiltraciones).

Los correspondientes flujos de calor y de energía de cambio de fase vendrán dados por relaciones de la forma:

$$\begin{aligned} \phi_o^{cv} &= - f^{co}(V, T_o, T_\infty) [T_o - T_\infty] \\ \phi_o^{ev} &= - f^{eo}(V, T_o, T_\infty) [\theta_o - \theta_\infty] \end{aligned} \quad (4.85)$$

siendo T_∞ la temperatura del aire exterior, θ_∞ su humedad específica y V la velocidad de viento. Al igual que en (4.79) y (4.82), V no será considerada como variable, sino como parámetro de f^{co} y f^{eo} .

Al igual que en los casos precedentes, ambas ecuaciones se utilizarán bajo la forma:

$$\begin{aligned} \phi_o^{cv} &= - h_o^{cv} [T_o - T_\infty] + \epsilon g^{co}(T_o, T_\infty) \\ \phi_o^{ev} &= - h_o^{ev} [\theta_o - \theta_\infty] + \epsilon g^{eo}(T_o, T_\infty) \end{aligned} \quad (4.86)$$

en el transcurso del análisis del régimen dinámico de evolución del sistema.

⁶ Las ecuaciones relativas a los flujos de vapor los expresamos en términos de energía de cambio de fases.

Técnicas de linearización estadística.

Existen numerosas técnicas de linearización. Una buena síntesis de ellas, junto con la descripción pormenorizada de algunas, así como abundante literatura al respecto, puede encontrarse en (Roberts, 1990). Una forma natural de abordar problemas no lineales consiste en reemplazar el conjunto de ecuaciones no lineales (diferenciales o algebraicas) de descripción del proceso por un conjunto equivalente de ecuaciones lineales, de forma que la diferencia entre ambos conjuntos sea mínima en algún sentido predeterminado y adecuado a nuestros propósitos. Esta técnica, denominada de linearización estadística, utilizada por numerosos autores, tanto en problemas deterministas como estocásticos, es la que aplicaremos en nuestro trabajo.

Las razones que nos indujeron a optar por las técnicas de linearización estadística son esencialmente tres:

- a) Son las que procuran representaciones del tipo (4.73) en las que las hipótesis (4.75) o (4.76) tienen una mayor probabilidad de éxito. Además, son las que ofrecen mayor garantía sobre la invariabilidad temporal de la representación lineal resultante.
- b) Mantienen una gran coherencia con lo que después será el proceso de identificación. La identificación propiamente dicha (fase de ajuste de estructuras matemáticas) y las técnicas de linearización de referencia comparten un mismo fundamento, ambas intentan minimizar de manera conveniente las diferencias entre lo observado y lo predicho (la primera) o entre los resultados provenientes de las representaciones no lineal y lineal equivalente (la segunda).
- c) Son, por último, la clave para entender, como veremos más adelante, cuánto de característicos son los que denominaremos parámetros característicos del sistema, y en qué medida éstos dependen de las solicitaciones aplicadas al sistema.

Para ilustrar el fundamento del método de linearización estadística consideraremos el caso general de un oscilador no lineal:

$$g(y) = x(t) ; \quad y = [y, \dot{y}, \ddot{y}] \quad (4.87)$$

donde y , \dot{y} e \ddot{y} son los términos de desplazamiento, velocidad y aceleración del oscilador; $x(t)$, el término de solicitaciones; y $g(y)$, una función no lineal y arbitraria de y .

El método de linearización estadística consiste en sustituir la ecuación (4.87) por una ecuación lineal de la forma:

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = x(t) \quad (4.88)$$

donde m , c y k son parámetros que provienen de la minimización en algún sentido (ej. mínimos cuadrados) de la denominada "ecuación de error":

$$\epsilon = g(y) - m \ddot{y} - c \dot{y} - k y \quad (4.89)$$

Evidentemente, estos tres parámetros mostrarán dependencias con los valores medios de distintas funciones de y , "a priori" desconocidos. Este problema suele solventarse suponiendo que y es un proceso estocástico gaussiano. Nótese que si $x(t)$ es gaussiana la respuesta del sistema lineal equivalente también lo será, y será aproximadamente gaussiana si $x(t)$ no lo es.

En el caso que nos ocupa, las técnicas de linearización estadística se aplicarán sobre elementos estáticos del sistema (sin memoria) de la forma genérica:

$$y(t) = g(x_1, x_2) [x_1 - x_2] \quad (4.90)$$

Designaremos mediante m_1 y m_2 a los valores medios de los procesos $x_1(t)$ y $x_2(t)$, respectivamente:

$$x_1(t) = x_{01}(t) + m_1 \quad ; \quad x_2(t) = x_{02}(t) + m_2 \quad (4.91)$$

e intentaremos reemplazar (4.90) por una representación lineal del tipo:

$$\hat{y}(t) = a(x_{01} - x_{02}) + b \quad (4.92)$$

con valores constantes de a y de b .

En este caso la llamada ecuación de error vendrá dada por:

$$\epsilon \equiv y - \hat{y} = g(x_1, x_2) [x_1 - x_2] - a(x_{01} - x_{02}) - b \quad (4.93)$$

y los parámetros a y b serán aquéllos que minimicen el error cuadrático medio, $E\{\epsilon^2\}$ ⁷.

Por este procedimiento, obtendremos los resultados siguientes:

$$a = \frac{E\{(x_{01} - x_{02}) y\}}{E\{(x_{01} - x_{02})^2\}}; \quad b = E\{y\} = E\{\hat{y}\} \quad (4.94)$$

En el caso en que $x_1(t)$ y $x_2(t)$ sean procesos gaussianos, $E\{(x_{01} - x_{02}) y\}$ podrá expresarse como (ver por ej. Parzen, 1972):

$$E\{(x_{01} - x_{02}) y\} = E\{(x_{01} - x_{02})^2\} E\left\{\frac{\partial y}{\partial (x_1 - x_2)}\right\} \quad (4.95)$$

y el parámetro a vendrá dado por:

$$a = E\left\{\frac{\partial y}{\partial (x_1 - x_2)}\right\} \quad (4.96)$$

4.6.3. Modelos Locales y Modelo de Yuxtaposición.

Al haber descompuesto el sistema de forma que todos los procesos no lineales quedan relegados a las interfases o fronteras de los subdominios, las ecuaciones de evolución de éstos (modelos locales) en nada diferirán a las ya establecidas en 4.5.2.

En tiempo discreto, los modelos modales asociados a los subdominios sólidos del sistema vienen definidos por (4.34), y el modelo de yuxtaposición por (4.86).

⁷ E representa la esperanza matemática.

4.6.4. Ecuaciones de Conexión sin Movimiento Forzado de Aire.

También en esta ocasión la condición física de acoplamiento entre subsistemas es la de flujo neto de energía cero en las fronteras y en las interfases.

$$\phi^{cd} + \phi^{rt} + \phi^{rs} + \phi^{cv} + \phi^{ev} = 0 \quad (4.97)$$

Sin embargo, ahora, algunos de los términos de (4.97) contendrán funciones no lineales del campo térmico (ej. ϕ^{rt} , ϕ^{cv} y ϕ^{ev}).

Condiciones de acoplamiento en las interfases y fronteras de los elementos sólidos.

De acuerdo con (4.43) y (4.77 a 4.84), las ecuaciones matemáticas que expresan la condición de flujo cero en las fronteras e interfases de los subdominios sólidos serán:

$$H_{kc} X_k + G_{kcc} T_{kc} + G_{kce} T_{ke} + \sum_{j=1}^Q \phi_{kcj}^{rt} + \phi_{kco}^{cv} + \phi_{kco}^{ev} = 0 \quad (4.98)$$

$$H_{ke} X_k + G_{kec} T_{kc} + G_{kee} T_{ke} + \phi_{ke\infty}^{rt} + \phi_{ke\infty}^{cv} + \eta_{ke} I_{ke} = 0$$

respectivamente. Si derivamos respecto al tiempo ambas ecuaciones, teniendo en cuenta (4.78), (4.81) y (4.84), así como la hipótesis 3 contenida en 4.6.2, obtendremos las siguientes relaciones:

$$H_{kc} \dot{X}_k + G_{kcc} \dot{T}_{kc} + G_{kce} \dot{T}_{ke} - \sum_{j=1}^Q h_{kcj}^{rt} (\dot{T}_{kc} - \dot{T}_{jc}) - h_{kco}^{cv+ev} (\dot{T}_{kc} - \dot{T}_o) - h_{kco}^{ev} (\dot{\hat{\theta}}_o - \dot{\theta}_o) = 0$$

$$H_{ke} \dot{X}_k + G_{kec} \dot{T}_{kc} + G_{kee} \dot{T}_{ke} - h_{ke\infty}^{rt} (\dot{T}_{ke} - \dot{T}_{k\infty}^{rt}) - h_{ke\infty}^{cv} (\dot{T}_{ke} - \dot{T}_{k\infty}) + \eta_{ke} \dot{I}_{ke} = 0 \quad (4.99)$$

Agrupando las Q ecuaciones del tipo (4.99), asociadas a los Q subdominios sólidos del sistema, bajo una única representación matricial, las condiciones de acoplamiento en fronteras e interfases quedarán expresadas como:

$$\begin{aligned} H_c \dot{X} + G_{cc} \dot{T}_c + G_{ce} \dot{T}_e + G_{co} \dot{U}_o &= 0 \\ H_e \dot{X} + G_{ec} \dot{T}_c + G_{ee} \dot{T}_e + G_{e\infty} \dot{U}_\infty &= 0 \end{aligned} \quad (4.100)$$

La composición de estas matrices viene definida por (4.44) y (4.47).

Ecuaciones de balance energético en aire.

En esta ocasión, las ecuaciones de balance de energía térmica y de energía de cambio de fase en aire, las expresaremos en la forma genérica:

$$\sum_{j=1}^Q \phi_{jo}^{cv} = 0 \quad ; \quad \sum_{j=1}^Q \phi_{jo}^{ev} = 0 \quad (4.101)$$

Si, como en el caso anterior, derivamos (4.101) respecto al tiempo, teniendo en cuenta (4.81), (4.84) y la hipótesis 3 expresada en 4.6.2, nos encontraremos con:

$$\sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} (\dot{T}_{jc} - \dot{T}_o) = 0 \quad (4.102)$$

$$\sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} [\delta_{jo} (\dot{T}_{jc} - \dot{T}_o) + (\dot{\hat{\theta}}_o - \dot{\theta}_o)] = 0$$

De donde se deduce:

$$\dot{U}_o = - G_{o1}^{-1} G_{o2} \dot{T}_c \quad (4.103)$$

La composición de las matrices U_o , T_c , G_{o1} y G_{o2} viene dada por (4.50).

Ecuación de conexión.

Finalmente, de (4.100) y (4.103) se deriva la siguiente ecuación de conexión:

$$\begin{bmatrix} \{G_{cc} - G_{co} G_{o1}^{-1} G_{o2}\} & G_{ce} \\ G_{ec} & G_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{T}_c \\ \dot{T}_e \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_c \\ H_e \end{bmatrix} \dot{X} - \begin{bmatrix} 0 \\ G_{eo} \end{bmatrix} \dot{U}_o \quad (4.104)$$

análoga en su forma a (4.51).

4.6.5. Ecuaciones de Conexión con Movimiento Forzado de Aire.

A la hora de plantear las ecuaciones de balance energético en aire, mantendremos las mismas hipótesis que establecimos en 4.5.5, resultando⁸:

$$m c_p \frac{\partial T_o(\eta, t)}{\partial \eta} = - \sum_{j=1}^q f^{cv} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] \quad (4.105)$$

y

$$m \lambda \frac{\partial \theta_o(\eta, t)}{\partial \eta} = - \sum_{j=1}^q f^{ev} \{ \delta_{jo} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] + [\hat{\theta}_o(\eta, t) - \theta_o(\eta, t)] \} \quad (4.106)$$

Nótese que en virtud de la hipótesis 3 contenida en 4.6.2, al derivar respecto al tiempo las ecuaciones anteriores nos encontraremos con:

$$m c_p \frac{\partial \dot{T}_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^q h_{jo}^{cv} [\dot{T}_{jc}(\eta, t) - \dot{T}_o(\eta, t)] \quad (4.107)$$

y

⁸ Por razones de claridad en la exposición, omitiremos los argumentos de las funciones $f(T_i, T_j)$.

$$m \lambda \frac{\partial \dot{\theta}_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^q h_{jo}^{ev} \{ \delta_{jo} [\dot{T}_{jc}(\eta, t) - \dot{T}_o(\eta, t)] + [\dot{\hat{\theta}}_o(\eta, t) - \dot{\theta}_o(\eta, t)] \} \quad (4.108)$$

Por un procedimiento idéntico al seguido en el caso de acoplamientos lineales, de (4.107) y (4.108) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= G_{rc}^{-1} H_r \dot{X} + G_{rc}^{-1} G_{re} \dot{U}_e \\ \text{con :} \\ U_c &= \begin{bmatrix} T_c \\ T_e \end{bmatrix}; \quad U_e = \begin{bmatrix} U_\infty \\ U_{IN} \end{bmatrix}; \quad U_{IN} = U_o(0, t) \\ G_{rc} &= \begin{bmatrix} G_{cc} & G_{ce} \\ G_{ec} & G_{ee} \end{bmatrix}; \quad H_r = - \begin{bmatrix} H_c + G_{co} [\alpha]^{-1} [\beta] \\ H_e \end{bmatrix}; \quad G_{er} = - \begin{bmatrix} G_{co} \Phi^* & G_{co} \Phi \\ G_{eo} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.109)$$

como ecuación de conexión. Esta ecuación coincide en todos sus términos con (4.67).

4.6.6. Modelo Modal de Síntesis Reconstituido y Variables de Observación.

En cuanto a la ecuación de estado del modelo modal de síntesis y del modelo de síntesis reconstituido, nada hay que añadir a lo ya dicho en 4.5.6. Dada la forma lineal que han adoptado las ecuaciones de conexión (véase ec. 4.104 y 4.109) y la analogía que guardan con las ecuaciones de conexión del problema lineal, las ecuaciones de estado de los modelos de síntesis provenientes de ambos problemas, lineal y no lineal, coinciden en todos sus términos.

Las diferencias entre uno y otro problema aparecen en la ecuación de las variables de observación, de cuyo análisis pasamos a ocuparnos a continuación. Al igual que en 4.5.6, pensando en el invernadero, consideramos al vector de observaciones constituido por la temperatura y la humedad específica del aire.

Reagrupando las Q ecuaciones de los tipos (4.98), asociadas a los Q subdominios sólidos del sistema, bajo una única representación matricial, obtendremos expresiones de la forma:

$$H_c X + G_{cc} T_c + G_{ce} T_e = \mathcal{J}_c(T_c, U_o) \quad (4.110)$$

para las interfases, y del tipo:

$$H_e X + G_{ec} T_c + G_{ee} T_e = \mathcal{J}_e(T_e, U_\infty) \quad (4.111)$$

para las fronteras, que expresan la condición de flujo neto de energía cero. El primer miembro de ambas ecuaciones es la representación de los flujos conductivos (lineales); y, el segundo, constituido por vectores de funciones no lineales, representa la suma de los restantes flujos de transporte. Por ejemplo, el elemento k de \mathcal{J}_c vendrá dado por:

$$\mathcal{J}_{kc} = \sum_{j=1}^q \phi_{kcj}^{rt} + \phi_{kco}^{cv} + \phi_{kco}^{ev} \quad (4.112)$$

y el elemento k de \mathcal{J}_e por:

$$\mathcal{J}_{ke} = \phi_{ke\infty}^{rt} + \phi_{ke\infty}^{cv} + \eta_{ke} I_{ke} \quad (4.113)$$

La ecuación de evolución del vector de salidas U_o la expresaremos como:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o = G_o (T_c, U_o) \quad (4.114)$$

donde G_o es un vector de funciones no lineales de T_o y U_o cuya composición se deriva de (4.105), (4.106) y (4.54).

Evidentemente, podríamos zanjar la cuestión en este punto. Para cada instante de tiempo, conocido $X=[p]x$, la resolución conjunta e iterativa de (4.110), (4.111) y (4.114) nos procuraría los valores deseados de temperatura y de humedad específica del aire.

Sin embargo, este proceder, que no plantea problema alguno en simulación, no será el más indicado en la identificación. Iremos, por tanto, un poco más adelante en nuestros desarrollos. Para lo cual, los vectores T_c , T_o y U_o se descompondrán en la suma de un "término deslizante", (evolución temporal que experimentarían dichos vectores si el sistema careciese de inercia térmica), y de un "término dinámico":

$$T_c = T_c^g + T_c^d ; \quad T_e = T_e^g + T_e^d ; \quad U_o = U_o^g + U_o^d \quad (4.115)$$

De otra parte, supondremos que \mathcal{F}_c , \mathcal{F}_e y G_o admiten el siguiente desarrollo de Taylor en torno al régimen deslizante:

$$\begin{aligned} G_o (T_c, U_o) &\approx G_o (T_c^g, U_o^g) + \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g T_c^d + \left(\frac{\partial G_o}{\partial U_o} \right)_g U_o^d \\ \mathcal{F}_c (T_c, U_o) &\approx \mathcal{F}_c (T_c^g, U_o^g) + \left(\frac{\partial \mathcal{F}_c}{\partial T_c} \right)_g T_c^d + \left(\frac{\partial \mathcal{F}_c}{\partial U_o} \right)_g U_o^d \\ \mathcal{F}_e (T_e, U_o) &\approx \mathcal{F}_e (T_e^g, U_o) + \left(\frac{\partial \mathcal{F}_e}{\partial T_e} \right)_g T_e^d \end{aligned} \quad (4.116)$$

donde los términos en derivada parcial representan las matrices de Jacobi de los sistemas de funciones contenidas en G_o , \mathcal{F}_c y \mathcal{F}_e , respecto de las variables incluídas en los vectores T_c , T_e y U_o . Nótese que (4.116) constituye una aproximación del mismo orden que la contenida en la hipótesis 3 expresada en 4.6.2, a la que venimos haciendo continuas referencias. Las dos se fundamentan en el supuesto de que las no linealidades presentes son de carácter débil.

Por el procedimiento arriba indicado, el problema iterativo ("problema 0" en adelante) expresado en (4.110), (4.111) y (4.114), se descompone en los dos siguientes:

Problema 1: Obtención del régimen deslizante del vector de salidas.

$$\begin{aligned}
G_{cc} T_c^g + G_{ce} T_e^g &= \mathcal{J}_c (T_c^g, U_o^g) \\
G_{ec} T_c^g + G_{ee} T_e^g &= \mathcal{J}_e (T_e^g, U_o^g) \\
\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g &= G_o (T_c^g, U_o^g)
\end{aligned} \tag{4.117}$$

Problema 2: Obtención del régimen dinámico del vector de salidas.

$$\begin{aligned}
H_c X + G_{cc} T_c^d + G_{ce} T_e^d &= \left(\frac{\partial \mathcal{J}_c}{\partial T_c} \right)_g T_c^d + \left(\frac{\partial \mathcal{J}_c}{\partial U_o} \right)_g U_o^d \\
H_e X + G_{ec} T_c^d + G_{ee} T_e^d &= \left(\frac{\partial \mathcal{J}_e}{\partial T_e} \right)_g T_e^d \\
\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d &= \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g T_c^d + \left(\frac{\partial G_o}{\partial U_o} \right)_g U_o^d
\end{aligned} \tag{4.118}$$

Si bien el "problema 1" sigue siendo de carácter iterativo, a diferencia del "problema 0", es independiente de la dinámica del sistema. Además, en los casos en que no exista movimiento forzado de aire, se reduce a un problema algebraico.

Por el contrario, el llamado "problema 2" no es iterativo. Manipulando convenientemente las ecuaciones (4.118) obtendremos la siguiente ecuación de evolución para el término dinámico del vector de observaciones:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d + [\alpha] U_o^d = [\beta] X \tag{4.119}$$

con:

$$[\alpha] = - \left(\frac{\partial G_o}{\partial U_o} \right)_g - \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g G_{cc}^{*-1} G_{co}^* ; \quad [\beta] = \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g G_{cc}^{*-1} H_c^* \tag{4.120}$$

y

$$\begin{aligned}
G_{cc}^* &= \left[G_{cc} - \left(\frac{\partial \mathcal{J}_c}{\partial T_c} \right)_g \right]^{-1} - G_{ce} \left[G_{ee} - \left(\frac{\partial \mathcal{J}_e}{\partial T_e} \right)_g \right]^{-1} \\
G_{co}^* &= \left(\frac{\partial \mathcal{J}_c}{\partial T_c} \right)_g ; \quad H_c^* = - H_c + G_{ce} \left[G_{ee} - \left(\frac{\partial \mathcal{J}_e}{\partial T_e} \right)_g \right]^{-1} H_e
\end{aligned} \tag{4.121}$$

4.7. RESUMEN Y CONCLUSIONES.

En este apartado intentaremos resumir los aspectos más importantes del problema analizado y los resultados más sobresalientes obtenidos, resaltando las ventajas del método de representación y de derivación seguido.

4.7.1. Tipo de Sistema.

Los desarrollos contenidos en los apartados anteriores se refieren a sistemas constituidos por un número finito de subsistemas sólidos y un subsistema fluido (aire), sobre los que se aplica el siguiente conjunto de hipótesis:

- a) Suponemos que sus propiedades termofísicas y mecánicas son estacionarias e independientes de la temperatura.
- b) El fluido se considera newtoniano, incompresible y no dilatante.
- c) En caso de existir movimiento forzado de aire en el interior del sistema, suponemos campos de velocidades estacionarios y uniformes. Asimismo, se consideran uniformes los campos de temperatura y humedad específica en las secciones transversales a la dirección principal de movimiento.

El acoplamiento entre subsistemas lo definen los flujos de transporte radiativo y los flujos de transporte convectivo (calor sensible y de cambio de fase) que tienen lugar en sus interfases. Respecto a la naturaleza de estos flujos, hemos manejado simultáneamente la hipótesis de linealidad y la hipótesis de flujos no lineales de carácter débil.

La conexión del sistema con el exterior la determinan los flujos de transporte radiativo (solar y térmico) y los flujos de transporte convectivo de calor que se desarrollan en las fronteras de los distintos subsistemas.

4.7.2. Procedimiento de Análisis y Representación Adoptado.

Los principios de la representación adoptada son los de la síntesis modal, que, como ya hemos indicado en 4.3, multiplica las ventajas del método modal directo. Como éste, permite la reducción formal y sistemática de las representaciones y ofrece mayor capacidad de análisis, siendo de especial interés su utilización en los casos de sistemas complejos de gran dimensión.

- a) Para cada uno de los subdominios sólidos del sistema (lineales e invariantes), se construye un modelo modal local. Se denomina modelo de yuxtaposición a la integración de todos estos modelos locales bajo una misma representación matricial.
- b) Se definen las condiciones físicas de acoplamientos en las fronteras e interfases de estos subdominios (condiciones de flujo neto de energía cero) y, a partir de ellas, se establece la denominada ecuación de conexión. Esta ecuación no es más que una traducción al lenguaje matemático de la condición física de acoplamiento, y sirve para eliminar las denominadas solicitaciones internas (variables intermedias) del modelo de yuxtaposición. En nuestro caso, la ecuación de conexión depende de que los flujos de transporte que se desarrollan en las fronteras e interfases sean lineales o no lineales, y de que exista o no movimiento forzado del aire. En cualquiera de los casos la ecuación de conexión resultante es lineal, y entre ellas presentan analogías importantes.
- c) Establecida la ecuación de conexión se construyen, finalmente, los denominados modelos de síntesis y de síntesis reconstituídos.

La aportación más interesante de este trabajo reside en la extensión del método modal de síntesis, hasta ahora sólo aplicable a problemas lineales, a un caso particular de problema no lineal. Se ha demostrado que existe un modelo modal de síntesis para sistemas del tipo especificado en 4.7.1, con acoplamientos no lineales entre sus partes.

4.7.3. Modelos Modales de Síntesis.

Hacemos aquí resumen de los resultados obtenidos en 4.5 y 4.6. Distinguimos para ello los casos de acoplamientos lineales de los casos de acoplamientos no lineales.

Acoplamientos lineales.

Haremos distinción entre los modelos modales obtenidos con y sin movimiento forzado de aire.

a) AIRE EN ESTANCAMIENTO. En este caso, el modelo modal de síntesis resultante es de la forma general:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= F X(t) + B \dot{U}_e(t) \\ U_o(t) &= H X(t) + S U_e(t)\end{aligned}\quad (4.122)$$

X es el denominado vector de estado; U_e el vector de solicitaciones (ej. radiación solar, temperatura ambiente exterior y humedad específica del aire exterior); U_o el vector de observación, formado por la temperatura y la humedad específica del aire interior; F es la matriz de valores propios del sistema; y S la denominada matriz estática. El producto $S U_e$ define el régimen deslizante de funcionamiento del sistema.

b) MOVIMIENTO FORZADO DE AIRE. Cuando existe movimiento forzado de aire en el interior del sistema, el modelo modal de síntesis adopta la forma general:

$$\begin{aligned}\dot{X}(\eta, t) &= F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t) \\ \frac{\partial}{\partial \eta} U_o(\eta, t) + [\alpha] U_o(\eta, t) &= [\beta] X(\eta, t) + [\gamma] U_e(t)\end{aligned}\quad (4.123)$$

que puede también expresarse como:

$$\begin{aligned}\dot{X}(\eta, t) &= F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t) \\ U_o &= U_o^g + U_o^d \\ \frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d(\eta, t) + [\alpha] U_o^d(\eta, t) &= [\beta] X(\eta, t); \quad \frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g(\eta, t) + [\alpha] U_o^g(\eta, t) = [\gamma] U_e(t)\end{aligned}\quad (4.124)$$

Nótese que ahora, el vector de observación viene dado por una ecuación diferencial espacial, y que tanto la matriz B como los vectores X y U_o dependen de la variable espacial η .

Acoplamientos no lineales.

Las no linealidades presentes en el sistema reúnen dos características esenciales: a) son de carácter débil; b) aparecen sólo en las interfases sólido-aire del sistema. De este modo, como quedó demostrado en 4.6, podemos afirmar que existe un modelo modal de síntesis para la representación del proceso, cuya forma general, dependiente de las condiciones de movimiento de aire en el interior del sistema, pasamos a describir.

a) AIRE EN ESTANCAMIENTO. En este caso, el modelo modal de síntesis resultante es de la forma:

$$\dot{X}(\eta, t) = F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t)$$

$$U_o = U_o^d + U_o^g \quad (4.125)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d(\eta, t) + [\alpha] U_o^d = [\beta] X(\eta, t); \quad G_o(U_o, U_e) = 0$$

X es el vector de variables de estado; F es la matriz de valores propios del sistema; U_e el vector de solicitaciones externas; y U_o el vector de observación, constituido por la temperatura y la humedad específica del aire del invernadero. U_o^d es el denominado término dinámico del vector de observación, y U_o^g , el denominado término deslizante del mismo.

b) **MOVIMIENTO FORZADO DE AIRE** El modelo modal de síntesis resultante es:

$$\dot{X}(\eta, t) = F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t)$$

$$U_o = U_o^d + U_o^g \quad (4.126)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d(\eta, t) + [\alpha] U_o^d = [\beta] X(\eta, t); \quad \frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g = G_o(U_o, U_e)$$

X es el vector de variables de estado, que, como vimos en 4.5 y 4.6, dependerá no sólo del tiempo, sino también de la variable espacial η ; F es la matriz de valores propios del sistema; U_e el vector de solicitaciones externas; y U_o el vector de observación.

Nótese que en ambos casos, el problema de representación de la evolución dinámica del estado higrotérmico del aire, se desglosa en:

- Un problema estático no lineal, orientado a la determinación de régimen deslizante de evolución del vector de observaciones, U_o^g .
- Un problema dinámico lineal, orientado a la determinación del régimen variable de dicho vector, U_o^d .

4.7.4. Ventajas del Método de Representación Propuesto

La primera ventaja la encontramos en la propia concepción del sistema, considerado como un conjunto de elementos con propiedades termofísicas y mecánicas estacionarias e independientes de la temperatura, que se acoplan dinámicamente entre sí por medio de flujos de transporte de energía (convección, radiación y cambio de fase) no lineales. Al partir de esta forma el sistema, las no linealidades presentes quedan relegadas a las interfases y fronteras de sus partes.

Esta forma de concebir el sistema, que supone la aplicabilidad de la hipótesis de linealidad e invariabilidad en el interior de los subdominios del sistema, permite la aplicación directa del método modal en la obtención de los modelos locales. Nótese que, una vez construídos éstos, con independencia del tipo de acoplamiento a establecer entre ellos, podríamos proceder a su reducción y al análisis de las propiedades dinámicas y estáticas más sobresalientes de cada uno de estos subdominios, siendo ambas cuestiones esenciales en el proceso de identificación.

La segunda ventaja está condicionada a que las no linealidades presentes sean de carácter débil. Siendo así, hemos demostrado que existe un modelo modal de síntesis reconstituído para el sistema completo, cuya ecuación dinámica (ecuación de estado) es lineal. Esto significa que, nuevamente, sin alterar la descripción del régimen estático de funcionamiento del sistema, podremos reducir la representación de su dinámica y abordar el análisis de las

propiedades dinámicas del sistema completo, incluyendo el análisis de la contribución de cada una de sus partes al comportamiento dinámico del conjunto. Las no linealidades quedan englobadas en la representación del sistema como elementos estáticos del mismo.

Finalmente, como veremos más adelante, la formulación adoptada deja el campo abonado para la derivación de modelos adecuados para el proceso de identificación.

CAPITULO 5

El Invernadero como Colector Solar

5.1. INTRODUCCION.

En este capítulo aplicaremos los resultados obtenidos en el capítulo anterior al sistema particular que nos ocupa. Veremos, en el apartado 5.2, que el invernadero es susceptible de ser representado como un sistema de características análogas a las del sistema analizado en el capítulo 4, por lo que todo lo desarrollado en 4.5 y 4.6 le será de inmediata aplicación.

Dada la importancia que tienen el régimen deslizante en las representaciones modales contenidas en 4.7, dedicaremos el apartado 5.4 de este capítulo al análisis de este régimen de funcionamiento. El análisis del régimen variable se pospone al apartado 5.5.

De otra parte, dada la similitud existente entre un invernadero y un colector solar de aire convencional, en los desarrollos que siguen haremos continua referencia a este último. La razón de este proceder no es caprichosa. Como veremos en 5.2, existe toda una teoría de colectores solares térmicos, especialmente orientada a la caracterización empírica de los mismos, que nos será de gran utilidad. Además, es bien sabido que, en muchas ocasiones, el invernadero produce un exceso de entalpía durante el día que es preciso evacuar del sistema, mientras que durante la noche requiere un aporte energético adicional. En más de una ocasión, el excedente de entalpía en horas de sol podrá almacenarse para ser utilizado como aporte de calefacción nocturno (ver ej. Ajona, 1990). De cara al diseño y dimensionado del almacenador (ej. lecho de rocas), será interesante disponer de la caracterización del invernadero como colector solar de aire, papel que este último desempeña en el sistema completo invernadero-almacenador. Finalmente el apartado 5.6, contiene la relación comentada de los que consideramos como parámetros característicos de funcionamiento del invernadero, sobre cuya estimación nos preocuparemos en la parte III de este trabajo.

5.2. EL SISTEMA

Como ya hemos indicado en otras ocasiones, distinguiremos cuatro subsistemas dentro del invernadero: tres sólidos (cubierta, vegetación y suelo) y uno fluido (aire).

Suponemos que en su interior, cualquiera de ellos presenta propiedades termofísicas y mecánicas estacionarias e independientes de la temperatura. Además, consideraremos al aire como un fluido newtoniano, incompresible y no dilatable, con capacidad nula de almacenamiento térmico.

Las superficies internas (en contacto con el aire interior) del suelo, de la vegetación y de la cubierta, definen un conducto cerrado por el que puede circular el aire. En los casos de movimiento forzado de este último, asumiremos que el campo de velocidades es estacionario y uniforme. Asimismo, se supondrán uniformes los campos de temperatura

y de humedad específica en cualquiera de las secciones transversales a la dirección principal de movimiento del aire.

Son los flujos de intercambio radiativo en el infrarrojo térmico los responsables del acoplamiento dinámico entre la cubierta, la vegetación y el suelo. El acoplamiento entre estos subsistemas y el aire viene determinado por los flujos de transporte convectivo de calor y de vapor de agua que se desarrollan en las superficies de contacto suelo-aire, vegetación-aire y cubierta-aire.

El entorno radiativo del invernadero lo definen la denominada temperatura aparente del cielo y la irradiancia solar global; y el entorno convectivo, la temperatura y la humedad específica de la masa de aire que circunda al invernadero.

La conexión del invernadero con su entorno se produce por distintos mecanismos:

- a) Penetración y absorción de la radiación solar (ver 3.1)
- b) Intercambios radiativos de onda larga (ver 3.2)
- c) Intercambio convectivo de energía térmica entre la cubierta y el aire exterior (ver 3.3.3)
- d) Intercambio convectivo de energía térmica y de vapor de agua entre el aire interior y el aire exterior.

Vemos pues, que el invernadero queda concebido como un sistema de características análogas a la del sistema analizado en el capítulo 4, por lo que, como ya habíamos anunciado, todo lo expuesto en 4.5 y 4.6 le será de inmediata aplicación.

5.3. COLECTORES SOLARES TERMICOS.

Se denomina colector solar térmico a cualquier dispositivo capaz de coleccionar, transformar en energía térmica y evacuar en igual forma parte de la energía solar que incide sobre él. Si en el proceso de colección de energía solar se produce la concentración óptica de ésta, el colector se denomina de concentración. En caso contrario recibe el nombre de colector plano.

Los componentes básicos de un colector solar plano son:

- a) La placa absorbente: En ella se produce la transformación de energía solar en energía térmica.
- b) El fluido caloportador: Puesto en movimiento permite la extracción de la energía térmica que le transfiere la placa absorbente por los mecanismos de conducción y convección. Si es agua, el dispositivo recibe el nombre de colector solar plano de agua. Si es aire, se denomina colector plano de aire.
- c) La cubierta: Tiene por objeto disminuir las pérdidas térmicas del colector hacia su entorno sin obstaculizar en demasía el paso de la radiación solar hacia la placa absorbente. En colectores de aire puede incluso llegar a formar parte de la canalización del fluido.

Ecuación de balance energético.

Se denomina calor útil Q_u a la cantidad de energía suministrada por el fluido caloportador, por unidad de tiempo y unidad de área de apertura del colector (área de cubierta en colectores planos). En régimen estacionario de funcionamiento del colector, dicha magnitud podrá expresarse como la diferencia entre la energía solar absorbida por el receptor, Q_{abs} , menos la cantidad de energía transferida por el colector hacia su entorno por los mecanismos de radiación, conducción y convección, Q_p :

$$Q_u = Q_{abs} - Q_p \quad (5.1)$$

La energía solar absorbida por el receptor, por unidad de tiempo y unidad de área de apertura, suele ser expresada (Duffie, 1980), en función de la irradiancia solar global sobre el plano de apertura del colector, I_T , a través de la ecuación:

$$Q_{abs} = \eta_o I_T \quad (5.2)$$

en la que η_o recibe el nombre de eficacia óptica del colector. Es un parámetro dependiente de las propiedades ópticas de los distintos componentes del colector (placa y cubierta) y de la posición relativa del sol respecto del plano de apertura.

La cantidad de energía que pierde el colector hacia su entorno, por unidad de tiempo y por unidad de área de apertura, se considera como una función lineal de la diferencia de temperaturas existente entre la superficie del receptor, T_r , y el aire ambiente circundante, T_∞ (Duffie, 1980):

$$Q_p = U_L (T_r - T_\infty) \quad (5.3)$$

Esta ecuación, más que reflejo fiel de una ley física, constituye una ecuación de definición del denominado coeficiente global de pérdidas térmicas del colector, U_L , que, dependiendo del rango de temperaturas de trabajo, podrá ser considerado como una constante de proporcionalidad en (5.3) o atribuírsele una dependencia lineal con el salto térmico ($T_r - T_\infty$).

De este modo, la energía suministrada por un colector solar térmico en régimen estacionario de funcionamiento, expresada por unidad de tiempo y unidad de área de apertura, vendrá dada por la ecuación:

$$Q_u = \eta_o I_T - U_L (T_r - T_\infty) \quad (5.4)$$

a la que se denomina comúnmente ecuación de Hottel-Whillier-Bliss.

Ecuaciones del calor útil referidas a la temperatura del fluido caloportador.

Debido a la dificultad experimental de determinar la temperatura media superficial del receptor o placa absorbente del colector, la ecuación (5.4) es poco utilizada en la práctica. En su lugar se han desarrollado sendas expresiones del calor útil refiriendo las pérdidas térmicas del colector a la temperatura media del fluido caloportador, T_F , o a la temperatura del mismo a la entrada al colector, T_{iN} .

En el primer caso, la ecuación (5.4) se transforma en:

$$Q_u = F' [\eta_o I_T - U_L (T_F - T_\infty)] \quad (5.5)$$

donde F' representa el cociente entre el calor útil que realmente suministra el colector y el que suministraría si la temperatura superficial del receptor fuese igual en todos sus puntos a la temperatura media del fluido. Este parámetro recibe el nombre de "factor de eficiencia" del colector y depende, en forma mas o menos sofisticada, de los distintos coeficientes de transporte radiativo y/o convectivo que intervienen en las ecuaciones detalladas de balance energético del colector.

En el segundo caso, la ecuación (5.4) adopta la forma:

$$Q_u = F_R [\eta_o I_T - U_L (T_{IN} - T_{\infty})] \quad (5.6)$$

donde F_R representa el cociente entre el calor útil real y el que se obtendría si todo el receptor se encontrase en superficie a una temperatura igual a T_{IN} . Recibe el nombre de "factor de extracción" y suele estar relacionado con F' mediante la expresión:

$$F_R = \frac{m c_p}{A U_L} \left[1 - \exp \left(- \frac{A F' U_L}{m c_p} \right) \right] \quad (5.7)$$

siendo m el caudal neto de fluido que circula por el colector, c_p su calor específico y A el área de apertura del colector.

Nótese que en el proceso de transformación de la ecuación (5.4) en (5.5) y (5.6), se mantienen como parámetros globales característicos del colector su eficacia óptica (η_o) y su coeficiente global de pérdidas térmicas (U_L) y aparecen dos nuevos parámetros, F' y F_R , que contienen en sí mismos un claro significado físico.

Se denomina temperatura de estancamiento del colector a la que resulta de hacer cero el calor útil en (5.4), (5.5) o (5.6):

$$T^* = \frac{\eta_o}{U_L} I_T + T_{\infty} \quad (5.8)$$

En función de esta magnitud, la ecuación de Hottel-Whillier-Bliss adopta la forma:

$$Q_u = U_L (T^* - T_r) = F' U_L (T^* - T_F) \approx F_R U_L (T^* - T_{IN}) \quad (5.9)$$

El invernadero como colector solar plano.

Atendiendo a la definición de colector solar térmico con que se encabeza este apartado, resulta evidente que el invernadero puede ser catalogado como tal. Sin embargo, presenta dos diferencias fundamentales respecto del colector convencional al que nos venimos refiriendo:

- 1) Gran parte de la energía solar que incide sobre la placa absorbente (suelo y vegetación) se trasfiere al fluido caloportador (aire) en forma de energía de cambio de fase líquido-vapor de agua, siendo esto resultado de los fenómenos de transpiración y evaporación que tienen lugar en la masa vegetal y el suelo, respectivamente.
- 2) Particularmente en momentos de escaso desarrollo de la vegetación, cuando el suelo adquiere mayor relevancia en su papel de placa absorbente, la inercia térmica del invernadero no resulta despreciable. La hipótesis de régimen estacionario de funcionamiento, que se aplica al colector de aire convencional, puede resultar inconveniente en este caso.

Ambas particularidades obligarán a la remodelación de las ecuaciones (5.5) y (5.6), así como al desglose del denominado calor útil en los que llamaremos calor útil sensible y calor útil de cambio de fase. Esta distinción será esencial de cara al diseño y dimensionado de posibles almacenadores del excedente de entalpía que genera el invernadero durante el día (por ej. lechos de roca).

5.4. ANALISIS DEL REGIMEN DESLIZANTE: EL INVERNADERO COMO COLECTOR SOLAR SIN INERCIA TERMICA.

El primer análisis del invernadero como colector solar de aire húmedo sin inercia térmica, se recoge en (Palomo,1987 b), y más tarde en (Ajona, 1990). En este apartado, resaltaremos los aspectos más relevantes de tales trabajos, remitiendo al lector a éstos para el detalle relativo al desarrollo o demostración de algunos particulares.

5.4.1. Nomenclatura.

Se ofrece a continuación una relación de la nomenclatura utilizada en los apartados siguientes.

SIMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADES S.I
$T_{kc} \equiv T_{kc}(\eta, t)$	Temperatura superficial de cubierta, cultivo ó suelo	K
$T_o \equiv T_o(x, t)$	Temperatura del aire	K
$\theta_o \equiv \theta_o(\eta, t)$	Humedad específica del aire	$Kg.Kg^{-1}$
$\theta_o(\eta, t)$	Humedad específica saturante del aire	$Kg.Kg^{-1}$
m	Flujo másico de aire por unidad de área	$Kg.s^{-1}.m^{-2}$
c_p	Calor específico del aire	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$
λ	Calor de cambio de fase líquido-vapor	$J.Kq^{-1}$
2 LAI	Area de vegetación por unidad de área de suelo	-
h_{kc}^{cv}	Coefficiente de transferencia convectivo de calor en la interfase k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{kc}^{ev}	Coefficiente de transferencia convectivo de energía de cambio de fase en la interfase k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{ke}^{cv}	Coefficiente de transferencia convectivo de calor en la frontera k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{ke}^{ev}	Coefficiente de transferencia convectivo de energía de cambio de fase en la frontera k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{kc}^{rt}	Coefficiente de transferencia radiativo en la interfase k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{ke}^{rt}	Coefficiente de transferencia radiativo en la frontera k.	$W.K^{-1}.m^{-2}$
δ	Pendiente de la curva de saturación	$Kg.Kg^{-1}.K^{-1}$
h_o^{cv}	Coefficiente de renovación de aire para intercambios de energía térmica	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_o^{ev}	Coefficiente de renovación de aire para intercambios de energía de cambio de fase	$W.K^{-1}.m^{-2}$
I_g	Irradiancia solar global sobre superficie horizontal exterior	$W.m^{-2}$
T_∞	Temperatura ambiente exterior	K
θ_∞	Humedad específica del ambiente exterior	$Kg.Kg^{-1}$
Γ_{kc}	Interfase suelo-aire, vegetación-aire o cubierta-aire	

5.4.2. Ecuaciones de Balance Energético en Aire.

Despreciando la capacidad de almacenamiento térmico del aire y su capacidad de almacenamiento de vapor de agua, las ecuaciones de evolución de este subsistema vendrán dadas por:

$$m c_p \frac{\partial}{\partial \eta} T_o(\eta, t) = \sum_{j=1}^3 h_{jo}^{cv} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] \quad (5.10)$$

y

$$m \lambda \frac{\partial \theta_o(\eta, t)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^3 h_{jo}^{ev} \{ \delta_{jo} [T_{jc}(\eta, t) - T_o(\eta, t)] + [\hat{\theta}_o(\eta, t) - \theta_o(\eta, t)] \} \quad (5.11)$$

respectivamente. El término de la derecha de la ecuación (5.10), representa la suma de los flujos convectivos de energía térmica que tienen lugar en las interfases cubierta-aire (1), vegetación-aire (2) y suelo-aire (3). En la ecuación (5.11), dicho término expresa el total de flujos de evaporación-condensación que se desarrollan en dichas superficies. Nótese que estos flujos vienen representados por ecuaciones del tipo (4.40), en las que el término de diferencia de concentraciones de vapor ($\hat{\theta}_{kc} - \eta_o$) ha sido linearizado por el procedimiento indicado en 3.4.1. La incidencia de esta aproximación sobre la calidad de los resultados finales, será analizada en 5.4.8.

En el caso que nos ocupa, de régimen deslizante de funcionamiento, el vector de temperaturas superficiales, $T_c = [T_1, T_2, T_3]^T$, vendrá dado por una ecuación de la forma genérica (ver ecuación 4.58 del capítulo 4):

$$T_c = M U_\infty + N U_o \quad (5.12)$$

siendo¹:

$$U_\infty = [I_g \quad T_\infty]^T; \quad U_o = [T_o \quad D_o]^T; \quad D_o = \hat{\theta}_o - \theta_o$$

M y N son dos matrices de coeficientes de naturaleza conductiva, radiativa y convectiva, que traducen al lenguaje matemático las condiciones físicas de acoplamiento entre los subsistemas sólidos y entre éstos y su entorno.

En (Palomo, 1987), se demostró que (5.12) puede transformarse en una representación del tipo:

$$A D T_c = E U \quad (5.13)$$

$$D T_c = [(T_{1c} - T_o) \quad (T_{2c} - T_o) \quad (T_{3c} - T_o)]^T; \quad U = [I_g \quad (T_o - T_\infty) \quad D_o]^T$$

siendo $A = \{a_{ij}\}$ una matriz diagonal tal que:

$a_{ij} =$ Suma de cuantos coeficientes de transporte, radiativos o convectivos, afectan a T_{ic} en la ecuación de flujo de energía neto cero (condición de acoplamiento) asociada a la interfase Γ_{ic} .

y E una matriz cuyos vectores columnas designaremos mediante $\tau\alpha$, $-U_T$ y $-U_v$:

$\tau\alpha =$ Vector de propiedades ópticas del sistema en el rango solar del espectro electromagnético.

$U_T =$ Vector de coeficientes globales de pérdidas térmicas (radiativas y/o convectivas) de los distintos subsistemas sólidos hacia el exterior.

$U_v =$ Vector de coeficientes de transporte de energía de cambio de fase (evaporación-condensación).

En adelante, E vendrá representada por:

$$E = [\tau\alpha \quad -U_T \quad -U_v] \quad (5.14)$$

Llevando (5.13) a (5.10) y (5.11), nos encontraremos con las siguiente representación de las ecuaciones de evolución

¹ Suponemos que existe una relación lineal que permite estimar la temperatura radiante del cielo en función de la temperatura del aire.

del aire²:

$$m c_p \frac{\partial T_o}{\partial \eta} = F' [\tau\alpha \quad -U_T \quad -U_v] [I_g \quad (T_o - T_\infty) \quad D_o]^T \quad (5.15)$$

y

$$m \lambda \frac{\partial \theta_o}{\partial \eta} = F'_m [\tau\alpha \quad -U_T \quad +U_{vm}] [I_g \quad (T_o - T_\infty) \quad D_o]^T \quad (5.16)$$

donde:

$$F' = H^{cv} A^{-1}; \quad H^{cv} = [h_{1c}^{cv} \quad h_{2c}^{cv} \quad h_{3c}^{cv}]$$

$$F'_m = H^{ev} A^{-1}; \quad H^{ev} = [\delta_{1c} h_{1c}^{ev} \quad \delta_{2c} h_{2c}^{ev} \quad \delta_{3c} h_{3c}^{ev}] \quad (5.17)$$

5.4.3. Ecuaciones del Calor Util Referidas a la Temperatura y Humedad Específica Medias del Aire del Invernadero.

Si el invernadero y el sistema de acondicionamiento de aire (ventilación forzada) han sido adecuadamente diseñados, no es de esperar que existan grandes diferencias térmicas entre iguales elementos (ej. aire o superficie del suelo) de distintas secciones transversales del invernadero. De este modo, aunque los coeficientes radiativo-convectivos contenidos en las matrices F' , F'_m , U_v , U_T y U_{vm} sean dependientes del campo térmico, podremos considerarlos, en un instante de tiempo dado, constantes a lo largo del invernadero. El problema de no linealidades se estudiará sobre la solución de las ecuaciones (5.15) y (5.16) en 5.4.7.

Integrando (5.15) y (5.16) a lo largo del invernadero (en la variable espacial η), se obtienen las ecuaciones del calor útil sensible (Q_{us}) y del calor útil de cambio de fase (Q_{ul}), referidas ambas a las condiciones medias de temperatura y humedad específica del aire del invernadero:

$$Q_{us} \equiv m c_p \int_{\eta=0}^1 d T_o = F' [\tau\alpha I_g - U_T (<T_o> - T_\infty) - U_v <D_o>] \quad (5.18)$$

$$Q_{ul} \equiv m \lambda \int_{\eta=0}^1 d \theta_o = F'_m [\tau\alpha I_g - U_T (<T_o> - T_\infty) + U_{vm} <D_o>] \quad (5.19)$$

$<T_o>$ es la temperatura media del aire del invernadero en un instante de tiempo dado y $<D_o>$ el déficit hídrico medio del aire en igual tiempo.

Nótese que tanto (5.18) como (5.19) presentan una estructura análoga a la de la ecuación (5.5). $\tau\alpha$, U_T , y U_v son las matrices de eficacias ópticas (referidas a la irradiancia solar global exterior, I_g), de coeficientes de pérdidas hacia el exterior y de coeficientes de transporte de vapor de agua, respectivamente. F' y F'_m juegan un papel análogo al que F' desempeña en (5.5). Las designaremos como matrices de factores de eficiencia de transferencia de calor y de vapor del colector, respectivamente.

² Con objeto de aligerar la escritura, a partir de ahora prescindiremos de los argumentos η y t que expresan las dependencias espacio-temporales de T_o , D_o y θ_o .

Si observamos la ecuación (5.18), apreciamos que el término entre corchetes representa el calor útil sensible que extraeríamos del invernadero si las superficies de cubierta, vegetación y suelo se encontrasen, en todos sus puntos, a una temperatura igual a $\langle T_o \rangle$. $\tau\alpha I_g$ es el término de absorción de energía solar en dichas superficies, $U_T (\langle T_o \rangle - T_\infty)$ representa las pérdidas térmicas de éstas hacia el exterior y $U_v D_o$ es el término de enfriamiento evaporativo de las mismas. Por lo tanto, la matriz F' , al igual que F en (5.5), recoge el efecto que tienen sobre el calor útil sensible las diferencias térmicas existentes entre las superficies de cubierta, cultivo y suelo y el aire del invernadero.

La interpretación de (5.19) resulta algo mas compleja. Para ello quizás sea mas conveniente expresarla en la forma:

$$Q_{UL} \equiv F'_m \{ \tau\alpha I_g - U_T (\langle T_o \rangle - T_\infty) - U_v \langle D_o \rangle \} + h_{TOT}^{ev} \langle D_o \rangle \quad (5.20)$$

donde $h_{TOT}^{ev} \langle D_o \rangle$ es el denominado término aerodinámico de los fenómenos de cambio de fase. Representa el total de flujos de vapor que se desarrollan en el interior del sistema por el simple hecho de no estar saturado el aire del invernadero, supuesta la concentración de vapor en las distintas superficies participantes igual a la saturante del aire evaluada a su temperatura media. El primer sumando de la parte derecha de la ecuación (5.20) representa el flujo adicional de vapor que se produce debido a las diferencias existentes entre las concentraciones saturantes de vapor calculadas a las temperaturas de cubierta, vegetación y suelo y la concentración saturante a la temperatura media del aire. La estructura de (5.20) se deriva directamente del método empleado para la linearización de los flujos de transpiración, evaporación y/o condensación. Al igual que en el caso anterior, $\tau\alpha I_g$ representa la absorción de energía solar en las distintas superficies del sistema, $U_T (\langle T_o \rangle - T_\infty)$ sus pérdidas térmicas hacia el exterior y $U_v D_o$ el enfriamiento evaporativo de las mismas. La matriz F'_m recoge el efecto de las diferencias existentes entre las temperaturas superficiales de cubierta, vegetación y suelo y la temperatura media del aire sobre el término no aerodinámico del calor útil de cambio de fase.

Sumando las ecuaciones (5.18) y (5.20) nos encontramos con la correspondiente ecuación para el calor útil total suministrado por el aire del invernadero:

$$Q_u \equiv Q_{us} + Q_{UL} = F'' \{ \tau\alpha I_g - U_T (\langle T_o \rangle - T_\infty) - U_v \langle D_o \rangle \} + h_{TOT}^{ev} \langle D_o \rangle \quad (5.21)$$

donde $F'' = F + F'_m$.

En el caso de que la cubierta sea opaca al infrarrojo térmico (p.e. vidrio) y nulo el flujo de agua en ella, la ecuación anterior quedará en la forma:

$$Q_u \equiv F'' \{ \tau\alpha I_g - U_T [\langle T_o \rangle - T_\infty] \} \quad (5.22)$$

análoga a la ecuación (5.5), establecida para colectores convencionales.

5.4.4. Temperatura y Humedad Específica de Estancamiento.

Como en el caso de colectores convencionales, las condiciones de estancamiento del invernadero se definen a calor útil, sensible y de cambio de fase, nulo. De este modo, haciendo $Q_{us} = Q_{UL} = 0$ en (5.18) y (5.19) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_o^* - T_\infty \\ D_o^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F' \\ F'_m \end{bmatrix} \tau \alpha I_g \quad (5.23)$$

de donde se deducen sendas ecuaciones para T_o^* y D_o^* en función de I_g :

$$T_o^* - T_\infty = K_T I_g ; \quad D_o^* = K_\theta I_g \quad (5.24)$$

$$K_T = \frac{F'_m U_{vm} F' \tau \alpha + F' U_V F'_m \tau \alpha}{F' U_T F'_m U_{vm} + F' U_V F'_m U_T} ; \quad K_\theta = \frac{F'_m U_T F' \tau \alpha - F' U_T F'_m \tau \alpha}{F' U_T F'_m U_{vm} + F' U_V F'_m U_T}$$

5.4.5. Perfiles Longitudinales de Temperatura y Humedad Específica del Aire.

Teniendo en cuenta (5.15), (5.16) y (5.23), las ecuaciones de evolución del aire se escriben en función de las condiciones de estancamiento como:

$$\begin{bmatrix} mc_p & 0 \\ 0 & m\lambda \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \eta} \begin{bmatrix} T_o \\ \theta_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_o^* - T_o \\ D_o^* - D_o \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

donde T_o^* y D_o^* , como hemos visto en 5.4.4, son independientes de la variable espacial η .

La solución general de (5.25), vendrá dada por³:

$$T_o(\eta) - T_{IN} = F1(\eta) \{A_T (T_o^* - T_{IN}) + B_T (D_o^* - D_{IN})\} + F2(\eta) (T_o^* - T_{IN}) \quad (5.26)$$

$$\theta_o(\eta) - \theta_{IN} = F1(\eta) \{A_\theta (T_o^* - T_{IN}) + B_\theta (D_o^* - D_{IN})\} + F2(\eta) (D_o^* - D_{IN}) \quad (5.27)$$

donde T_{IN} y θ_{IN} son la temperatura y la humedad específica del aire a la entrada del invernadero.

Las funciones $F1(\eta)$ y $F2(\eta)$, que resultan de integrar (5.25) son:

$$F1(\eta) = \frac{e^{-r_2 \eta} - e^{-r_1 \eta}}{r_1 - r_2} ; \quad F2(\eta) = 1 - \frac{r_1 e^{-r_2 \eta} - r_2 e^{-r_1 \eta}}{r_1 - r_2} \quad (5.28)$$

con:

³ Los detalles relativos a la integración de (5.25) pueden encontrarse en (Palomo, 1987 b) o (Ajona, 1990).

$$r_1 + r_2 = (m c_p)^{-1} [F' U_T + \delta_o F' U_V] + (m \lambda)^{-1} F'_m U_{vm} \quad (5.29)$$

$$r_1 \ r_2 = - (m c_p)^{-1} (m \lambda)^{-1} \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix}$$

y los coeficientes A_T , B_T , A_θ y B_θ de (5.26) y (5.27), vienen dados por:

$$A_T = \frac{F' U_T}{m c_p}; \quad B_T = \frac{F' U_V}{m c_p}; \quad A_\theta = \frac{F'_m U_T}{m \lambda}; \quad B_\theta = \frac{F'_m U_{vm}}{m \lambda}$$

Llamando F3 a la matriz:

$$F3(\eta) = \begin{bmatrix} \frac{F1(\eta)}{m c_p} & 0 \\ 0 & \frac{F1(\eta)}{m \lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{F2(\eta)}{m c_p} & 0 \\ 0 & \frac{F2(\eta)}{m \lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

las ecuaciones (5.26) y (5.27) podrán expresarse en la forma matricial siguiente:

$$\begin{bmatrix} T_o(\eta, t) - T_{IN} \\ D_o(\eta, t) - D_{IN} \end{bmatrix} = F3(\eta) \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_o^* - T_{IN} \\ D_o^* - D_{IN} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

que, teniendo en cuenta (5.23), se transforma en:

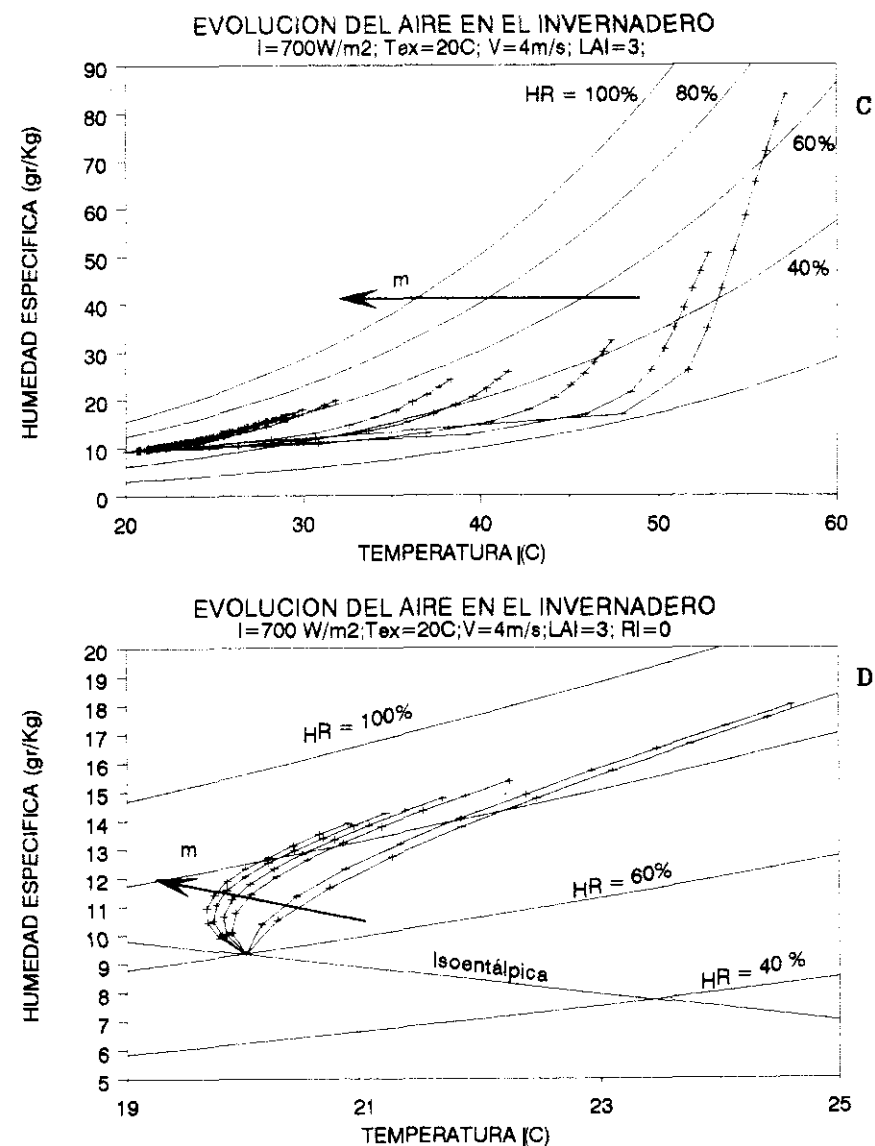
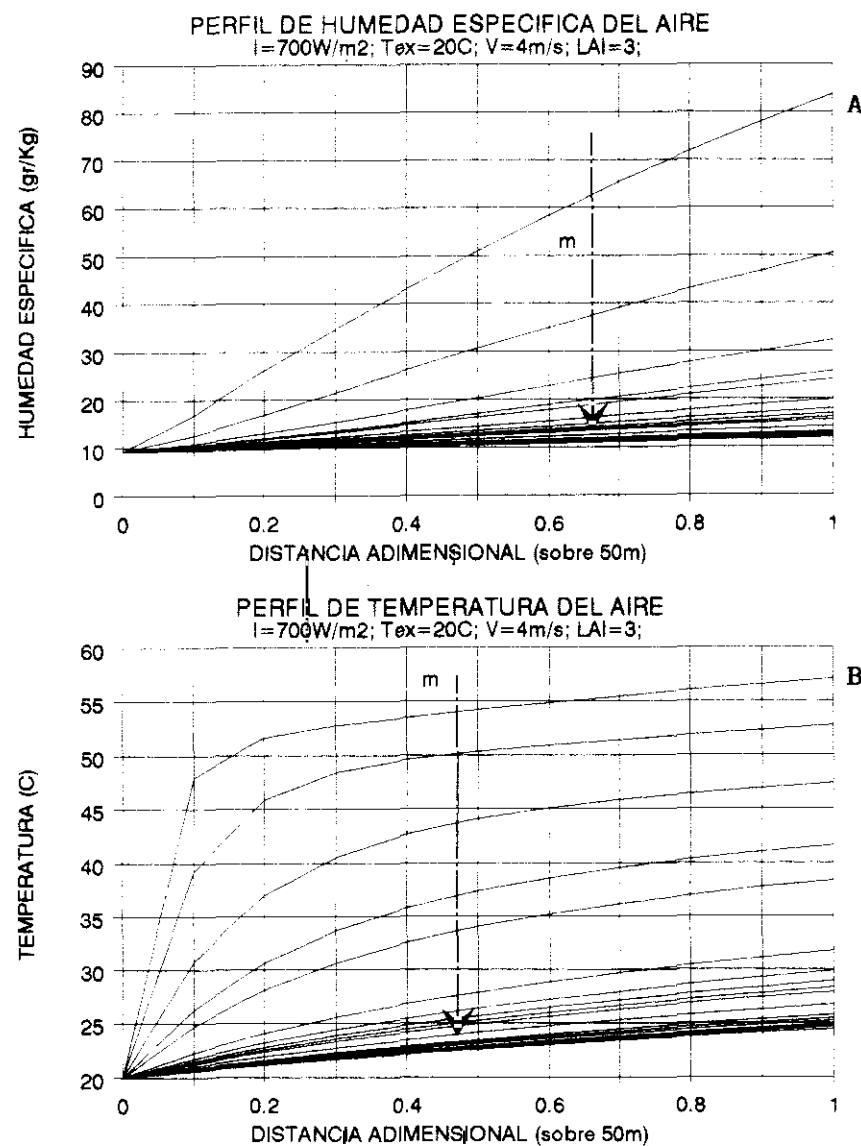
$$\begin{bmatrix} T_o(\eta, t) - T_{IN} \\ D_o(\eta, t) - D_{IN} \end{bmatrix} = F3(\eta) \left\{ \begin{bmatrix} F' \tau \alpha \\ F'_m \tau \alpha \end{bmatrix} I_g - \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_V \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.33)$$

TABLA 5.1. DATOS BASICOS DE LA SIMULACION

INVERNADERO	Longitud= 50 m; Ancho= 8 m; Altura= 3 m.
CUBIERTA	Absortancia solar= .15; Reflectancia solar= .1 Emitancia IR = .88
VEGETACION	LAI= 3; Altura= 2 m; Emitancia IR = 1
SUELO	Emitancia IR= 1; No evaporante
ENTRADAS	$I_g = 700 \text{ W/m}^2$; $T_\infty = 20 \text{ C}$; $\theta_\infty = 9 \text{ gr/Kg}$; $V = 1 \text{ m/s}$; $T_{IN} = 20 \text{ C}$; $HR_{IN} = 60\%$

En las figuras (5.1a) y (5.1b) aparecen representados frente a η los valores de temperatura y humedad específica del aire a su paso por el invernadero. Estos perfiles han sido calculados a partir de (5.33), con los datos básicos de entrada que figuran en la Tabla 5.1. Las distintas curvas representadas corresponden, en ambos casos, a diferentes valores del flujo másico de aire a través del invernadero. En ellas se observa cómo, a medida que aumenta el caudal de aire, disminuyen el salto térmico y de humedad del aire a su paso por el sistema, tendiendo los perfiles de ambas magnitudes a transformarse en líneas rectas. Este último particular supondría que la suma de los flujos de calor y de vapor que tienen lugar entre los distintos subsistemas sólidos del invernadero y el aire, se mantienen constantes

Fig. 5.1.- Evolución higrotérmica del aire a su paso por el invernadero. (m =caudal másico de aire).



a lo largo del invernadero, siendo ésta la hipótesis utilizada por (Seginer, 1978) en el desarrollo de un modelo de naturaleza similar al hasta aquí expuesto.

Otra forma de representar la información contenida en las gráficas anteriores consiste en trazar el camino descrito por el aire sobre un diagrama psicrométrico. En la figura (5.1c) aparecen representadas tales trayectorias para los distintos caudales de aire analizados. En ella se observa cómo, a medida que disminuye el caudal, se van perfilando en dichas trayectorias dos tramos: uno en el que se produce un aumento sustancial de temperatura con escaso aumento del contenido de humedad del aire, y otro en el que se invierten las tornas y prevalece claramente el aumento de humedad frente al aumento de temperatura. La trayectoria límite del aire en este sentido estaría constituida por el segmento $[T_{IN}-T_{ou}]$ de humedad específica constante (Θ_{IN}), seguido del segmento $[\Theta_{IN}-\Theta_{ou}]$ de temperatura constante (T_{ou}). En la figura siguiente (5.1d) hemos adoptado el mismo tipo de representación para el caso en el que exista una aspersión de agua sobre cultivo que anule el efecto de la resistencia estomática sobre la transpiración. Análogamente al caso anterior, observamos cómo, a medida que aumenta el caudal de aire, se van diferenciando dos tramos en la trayectoria del aire: uno en el que la energía requerida para el cambio de fase líquido-vapor de agua se extrae parcialmente del aire, a costa de disminuir su energía interna, y otro en el que dicha energía es suministrada por la radiación solar que absorbe el sistema, por lo que se produce un aumento de la temperatura del aire. En el caso límite de caudal de aire tendente a infinito, el aire evolucionaría, sobre la isoentálica que pasa por (T_{IN}, Θ_{IN}) , hacia la curva de saturación.

5.4.6. Ecuaciones del Calor Util Referidas a la Temperatura y Humedad Específica del Aire de Entrada.

Particularizando las ecuaciones (5.32) y (5.33) en $\eta = 1$ y multiplicándolas por $\text{diag}\{[mc_p] \text{ (m}\lambda)\}$, se obtienen las correspondientes ecuaciones del calor útil (sensible y de cambio de fase) referidas a las condiciones del aire a la entrada del invernadero:

$$\begin{bmatrix} Q_{us} \\ Q_{ul} \end{bmatrix} = F_R \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_v \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_o^* - T_{IN} \\ D_o^* - D_{IN} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

o

$$\begin{bmatrix} Q_{us} \\ Q_{ul} \end{bmatrix} = F_R \left\{ \begin{bmatrix} F' \tau \alpha \\ F'_m \tau \alpha \end{bmatrix} I_g - \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_v \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.35)$$

siendo:

$$F_R = \text{diag} [mc_p \text{ m}\lambda] F3(1)$$

Nótese la analogía formal existente entre las ecuaciones anteriores y las ecuaciones (5.9) y (5.4) del calor útil para colectores solares térmicos convencionales. En (5.34) y (5.35), la matriz $\{F_R \text{ diag}[F' F'_m]\}$ juega el mismo papel que F_R en (5.4) o (5.9). Esto es, traduce el efecto que tiene sobre el calor útil (sensible y/o de cambio de fase) el hecho de que las superficies interiores del invernadero se encuentren a una temperatura distinta a la del aire de entrada.

En el caso del invernadero con aire seco (ausencia de fenómenos de cambio de fase), $Q_{ul} = 0$ y la ecuación del calor útil sensible converge a:

$$Q_{us} = F1 F' \{ \tau \alpha I_g - U_T (T_{IN} - T_\infty) \} \quad (5.36)$$

que coincide con la ecuación de Hottel-Willier-Bliss para colectores convencionales con absorción de radiación solar en varios subsistemas, no sólo en la denominada placa absorbente o receptor.

5.4.7. Análisis de No Linelidades. Rendimiento del Invernadero como Colector Solar.

Definimos el rendimiento energético instantáneo del invernadero como el cociente entre el calor útil total producido y la irradiancia global solar sobre una superficie plana horizontal localizada fuera del sistema:

$$\eta = Q_u/I_g \quad (5.37)$$

El rendimiento como transformador de la radiación solar en calor sensible utilizable fuera del sistema, vendrá dado por:

$$\eta_s = Q_{us}/I_g \quad (5.38)$$

Y el rendimiento como transformador de la radiación solar en calor de cambio de fase líquido-vapor de agua utilizable fuera del sistema, por:

$$\eta_{ul} = Q_{ul}/I_g \quad (5.39)$$

De acuerdo con (5.35), tanto η como η_s y η_L serán funciones de $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$ y D_{IN}/I_g de la forma genérica:

$$\text{Rendimiento} = a + b \frac{T_{IN} - T_{\infty}}{I_g} + c \frac{D_{IN}}{I_g} \quad (5.40)$$

Si a , b y c , que implícitamente han sido consideradas constantes a lo largo del invernadero en la integración de (5.25), fuesen totalmente independientes del estado higrotérmico del sistema, las superficies de rendimiento del invernadero como colector solar serían planos.

Para el análisis de la geometría de estas superficies, se procedió a simular η , η_s y η_L con los datos básicos que figuran en la Tabla 5.2. Como condiciones del aire de entrada del invernadero se adoptaron valores de humedad relativa (HR) del 10, 20, ... y 100% y, para cada valor de HR, valores de temperatura (T_{IN}) de 10, 12, 14, ... y 40 C, resultando un total de 160 puntos (T_{IN} , HR) para definir las superficies de rendimiento.

TABLA 5.2. DATOS BASICOS DE LA SIMULACION

INVERNADERO	Longitud= 50 m; Ancho= 8 m; Altura= 3 m.
CUBIERTA	Absortancia solar = .15; Reflectancia solar = .1; Emitancia IR = .88
VEGETACION	LAI= 3; Altura= 2 m; Emitancia IR = 1
SUELO	Emitancia IR = 1; No evaporante
ENTRADAS	$I_g = 800 \text{ W/m}^2$; $T_{\infty} = 20 \text{ C}$; $\theta_{\infty} = 9 \text{ gr/Kg}$; $V = 1 \text{ m/s}$
$T_{IN} = 10, 12, \dots 40 \text{ C}$; $HR_{IN} = 10, 20, \dots, 100\%$; $P = 50, 100 \text{ y } 150 \text{ W/m}$	

La resistencia interna del cultivo a la difusión del vapor fue evaluada a través de la ecuación (3.88), y su transmitancia y absortancia solares se calcularon mediante (Stanghellini, 1987):

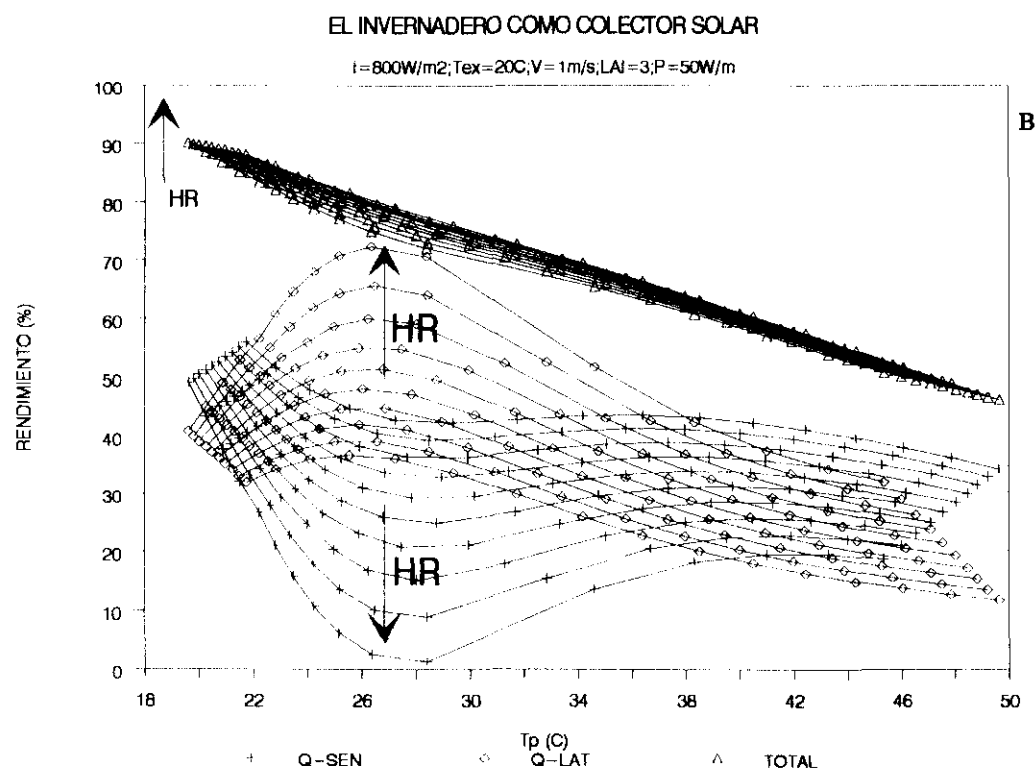
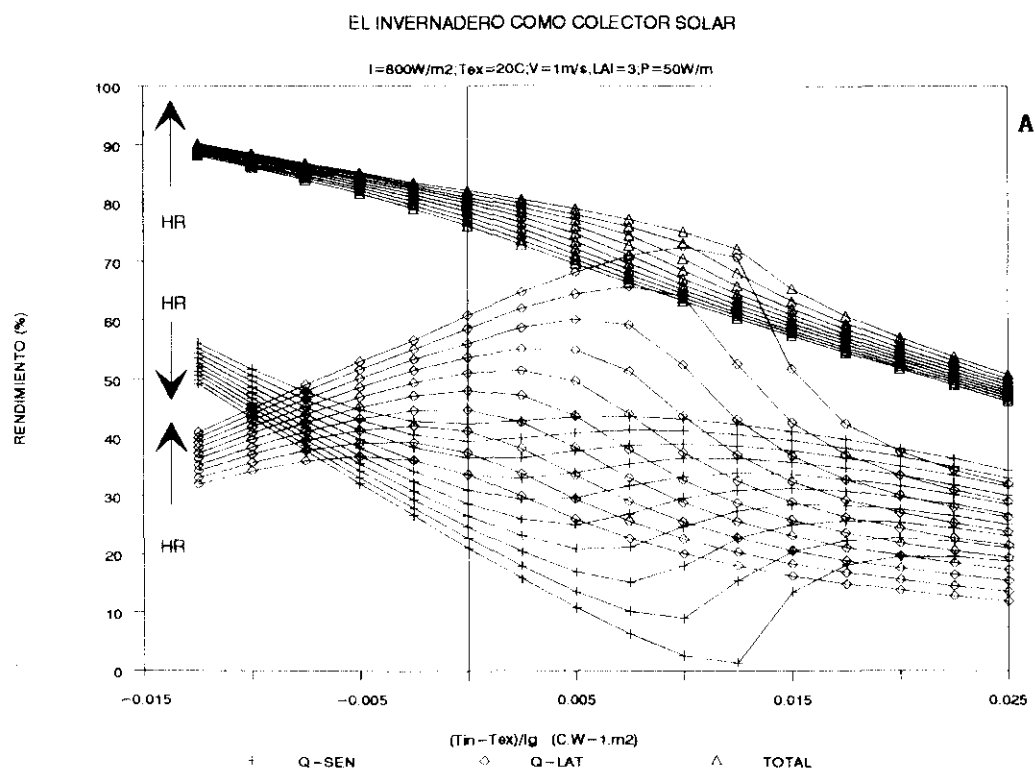


Fig. 5.2.- Curvas de rendimiento del invernadero como colector solar.
a) frente a la variable $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$. b) Frente a la temperatura media superficial del cultivo.

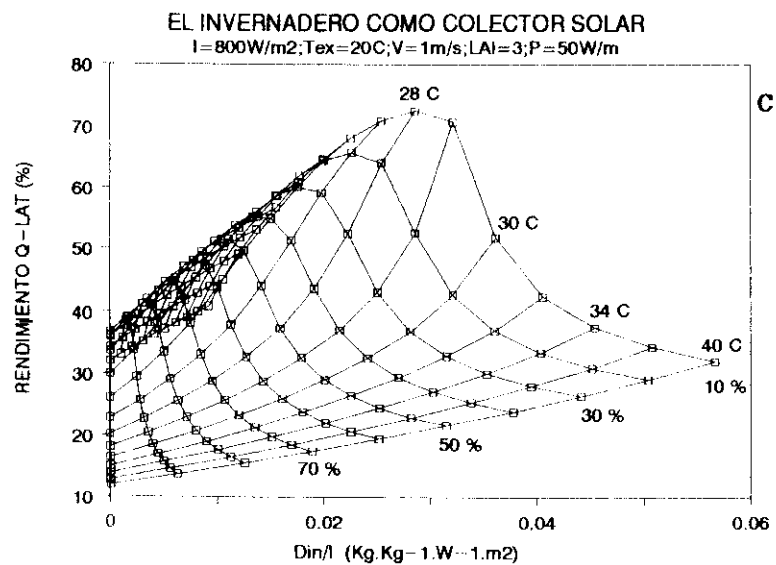
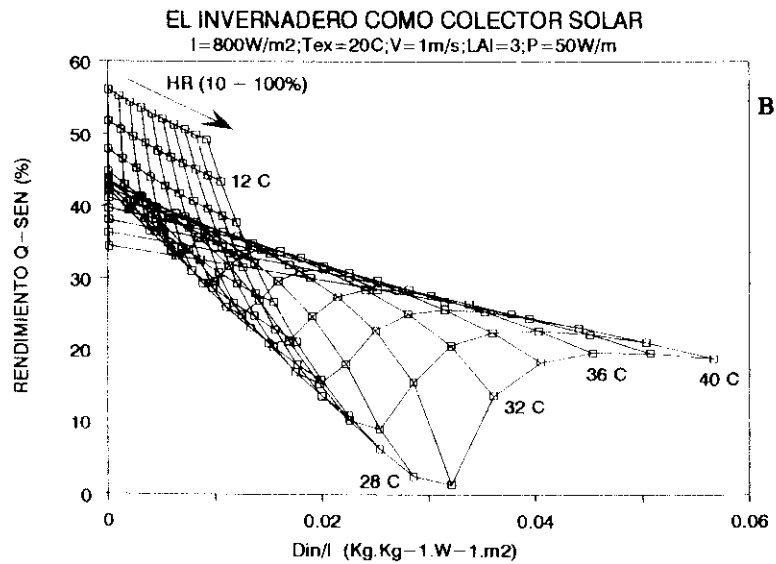
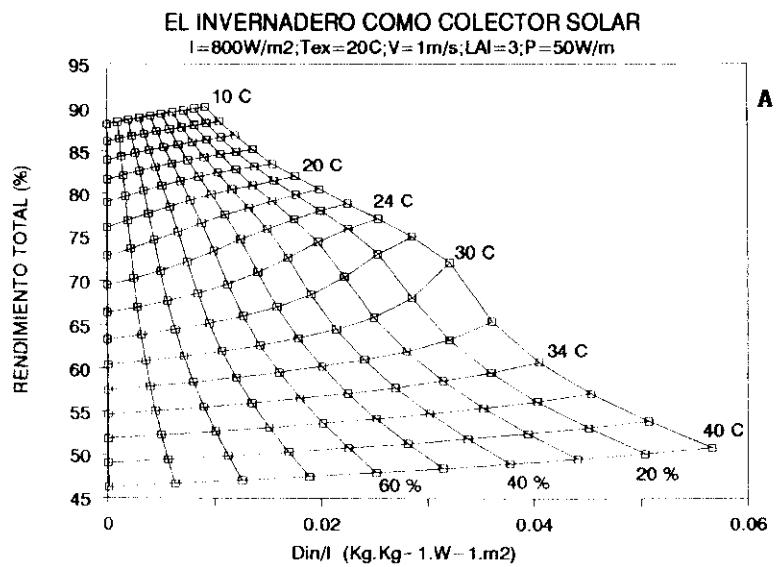


Fig. 5.3.- Superficies de rendimiento del invernadero como colector solar. a) Total; b) Sensible; c) Cambio de fase.

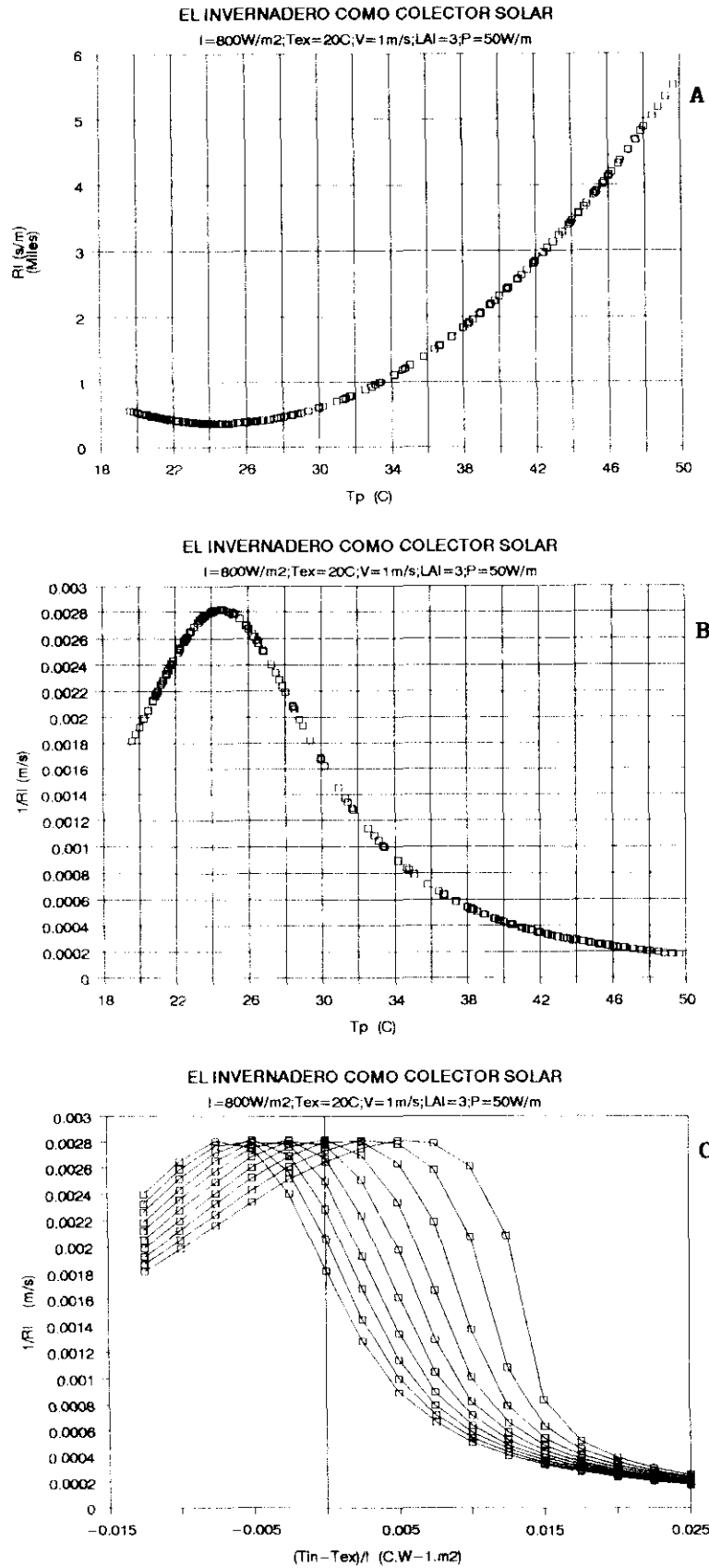
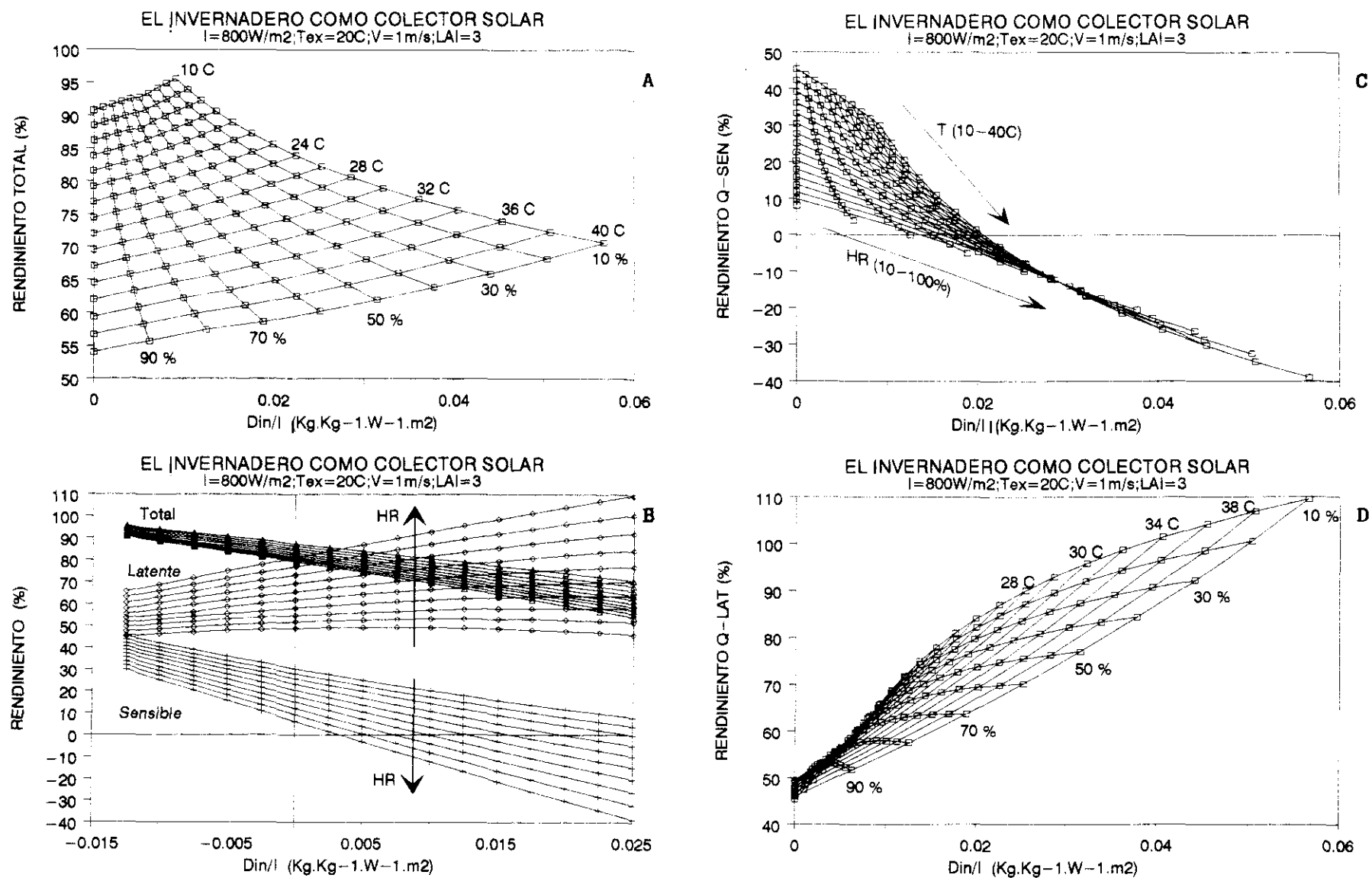


Fig. 5.4.- Resistencia interna del cultivo frente a: a) y b) la temperatura media del cultivo; c) la variable $(T_{IN} - T_{\infty})/I_g$.

Fig. 5.5.— Curvas y superficies de rendimiento del invernadero como colector solar (con aspersión de agua sobre el cultivo).



$$\tau = e^{-0.48 LAI} ; \quad \alpha = (1 - \tau) - 0.12 [1 - e^{-0.64 LAI}] \quad (5.41)$$

Se adoptó un valor de 0.58 para la reflectividad hemisférica total del suelo en el rango de longitudes de onda del espectro solar. Al coeficiente convectivo de transferencia de calor entre la cubierta y el ambiente exterior se le supuso de la forma $h = a + b V$, siendo V la velocidad de viento exterior. Para la estimación del coeficiente convectivo de transferencia de calor entre el cultivo y el aire del invernadero se utilizó la ecuación (3.63).

Los resultados obtenidos aparecen condensados en la figura (5.2a), donde se han representado η , η_s y η_L frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$. En ella se observa que:

1. Para igual valor de T_{IN} , η_L aumenta a medida que disminuye HR_{IN} , mientras que η_s disminuye. El rendimiento total aumenta aunque en forma más moderada a como lo hace η_L .
2. Dado un valor fijo de HR_{IN} , el rendimiento total del invernadero aparece como una función monótona decreciente, aunque no lineal, de T_{IN} . Cuanto menor es el valor de HR_{IN} , tanto más acusada es la no linealidad de η_d frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$.
3. Para un valor fijo de HR_{IN} , tanto η_s como η_L presentan un comportamiento en extremo particular frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$. Sea cual sea el valor de HR_{IN} , η_s muestra un mínimo relativo frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$ y η_L un máximo. Cuanto menor es el valor de HR_{IN} , más acusados son dichos extremos relativos, observándose además un desplazamiento de los mismos hacia valores más altos de $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$.
4. Para cualquier par de valores (T_{IN}, HR_{IN}) , el aumento de la potencia de ventilación se traduce en un aumento de η_d . Su efecto es más acusado en η_s y η_L . (Se exploraron tres valores de potencia de ventilación (50, 100 y 150 W/m), aunque sólo se ha incluido los gráficos correspondientes a una potencia de 50 W/m).

Este singular comportamiento del sistema se pone también de manifiesto en las gráficas (5.3), donde aparecen representadas las superficies de rendimiento total, de rendimiento en la transformación de energía radiante en energía térmica utilizable y de rendimiento de la transformación de energía solar en energía de cambio de fase líquido-vapor de agua, respectivamente, para $P = 50$ W/m.

Si observamos la figura 5.2b, donde η , η_s y η_L (para $P = 50$ W/m) aparecen graficados frente a la temperatura media de cultivo (T_p), vemos cómo los extremos relativos de η_s y η_L , antes mencionados, se sitúan en el entorno de los 27-28 °C de T_p , sea cual sea el valor de HR_{IN} . Este hecho constituyó un primer indicativo de que el principal determinante de la geometría de las superficies de rendimiento del invernadero es el cultivo, por lo que procedimos al análisis del parámetro más singular asociado al mismo: la resistencia estomática. Para un valor de potencia de ventilación de 50 W/m, se graficaron los valores de ri y ri^{-1} frente a la temperatura media del cultivo. La figura 5.4a pone de manifiesto la dependencia funcional de tipo parabólico de ri con T_p (ver apartado 4.3.2). La resistencia estomática se hace mínima para $T_p = 24.5$ °C y supera los 1000 s/m para valores de T_p superiores a 34 °C. En la gráfica 5.4b, vemos cómo ri^{-1} se comporta frente a T_p en forma análoga a como lo hace η_L . Aumenta con T_p hasta alcanzar un máximo relativo en $T_p = 24.5$ °C, para disminuir a partir de ese punto a medida que aumenta la temperatura media del cultivo. En la figura 5.4c se ha representado, para cada valor de HR_{IN} (10 - 100%), el valor de ri^{-1} frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$. La inversa de la resistencia estomática sigue presentando un máximo relativo que, al igual que ocurría con η_L , se desplaza hacia valores más altos de $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$ cuanto menor es HR_{IN} .

Para cerrar la discusión acerca del carácter determinante de ri en la geometría de las superficies de rendimiento del invernadero, se repitieron las simulaciones anteriores adoptando un valor constante de ri . Los resultados obtenidos aparecen reflejados en las figuras (5.5a, c y d), que contienen las superficies de rendimiento, y en la figura 5.5b, donde η , η_s y η_L han sido representados frente a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$. En ellas se aprecia cómo, al eliminar la dependencia funcional de ri con T_p , desaparece la acusada no linealidad que mostraban η_s y η_L frente a D_{in}/I_g y a $(T_{IN}-T_{\infty})/I_g$, tornándose las superficies de rendimiento del invernadero como colector solar en superficies

prácticamente planas.

Finalmente, podemos concluir que la detección de no linealidades en el régimen deslizante de evolución del invernadero, será tanto mas probable cuanto mayor sea la fluctuación térmica que experimenta el sistema durante el tiempo de observación, y cuanto mayor sea la sensibilidad de la resistencia interna del cultivo frente a la temperatura superficial de éste.

5.4.8. Errores Provenientes de la Linearización de los Términos de Diferencias de Concentraciones de Vapor.

Como ya anunciamos en 5.4.2., pasamos a continuación a analizar los errores que se derivan de la linearización de los flujos de vapor (en lo que respecta a concentraciones saturantes de vapor) que tienen lugar en las superficies interfaciales interiores del sistema.

Para un invernadero con valores de 0.2 y 0.6 de absortancia y de transmitancia solar de cubierta, respectivamente, un valor de 0.42 de absortancia solar de la superficie del suelo, y un índice de área de hojas de $LAI=3$, procedimos a simular su respuesta, en términos de Q_u , Q_{us} y Q_{ul} , ante distintos escenarios de irradiancia solar global (300 - 800 W/m^2) y de temperatura (10-35 C) y humedad relativa (10-90 %) del aire de entrada.

Empleamos para ello dos métodos distintos de simulación:

- a) El que resulta de aplicar el modelo desarrollado (ec. 5.35).
- b) Un método numérico aplicado directamente a las ecuaciones diferenciales de balance energético del sistema, en régimen estacionario de funcionamiento, adoptando una representación del tipo (4.40) - sin linearizar - para los flujos de transporte de energía de cambio de fase.

En ambos casos, los valores de los distintos coeficientes de transferencia radiativos y convectivos utilizados, son los estimados para valores de temperatura iguales a los medios espaciales que en cada caso correspondiese. El total de simulaciones llevadas a cabo fueron 480, barriendo un rango suficientemente amplio de valores de Q_u (350-750 W/m^2), Q_{us} (0-550 W/m^2) y Q_{ul} (100-650 W/m^2).

Los resultados obtenidos aparecen condensados en las figuras (5.6a), (5.6b) y (5.6c), donde aparecen graficados los valores de Q_u , Q_{us} y Q_{ul} provenientes de b), frente a los obtenidos por aplicación de a). De la observación de estas figuras, se concluye que la aproximación utilizada en este trabajo para representar los flujos de vapor de agua (linearización de concentraciones saturantes de vapor), no ocasiona errores apreciables en las estimación del estado higrotérmico de la atmósfera del invernadero.

5.5. ANALISIS DEL REGIMEN VARIABLE: EL INVERNADERO COMO COLECTOR SOLAR CON INERCIA TERMICA.

Al igual que en el sistema analizado en el capítulo 4, las no linealidades presentes en el invernadero reúnen dos características esenciales: a) son de carácter débil; b) aparecen sólo en las interfases sólido-aire del sistema. De este modo, como quedó demostrado en 4.6, existirá un modelo modal de síntesis para la representación de la evolución de la temperatura y la humedad específica del aire del invernadero. Dicho modelo es de la forma general:

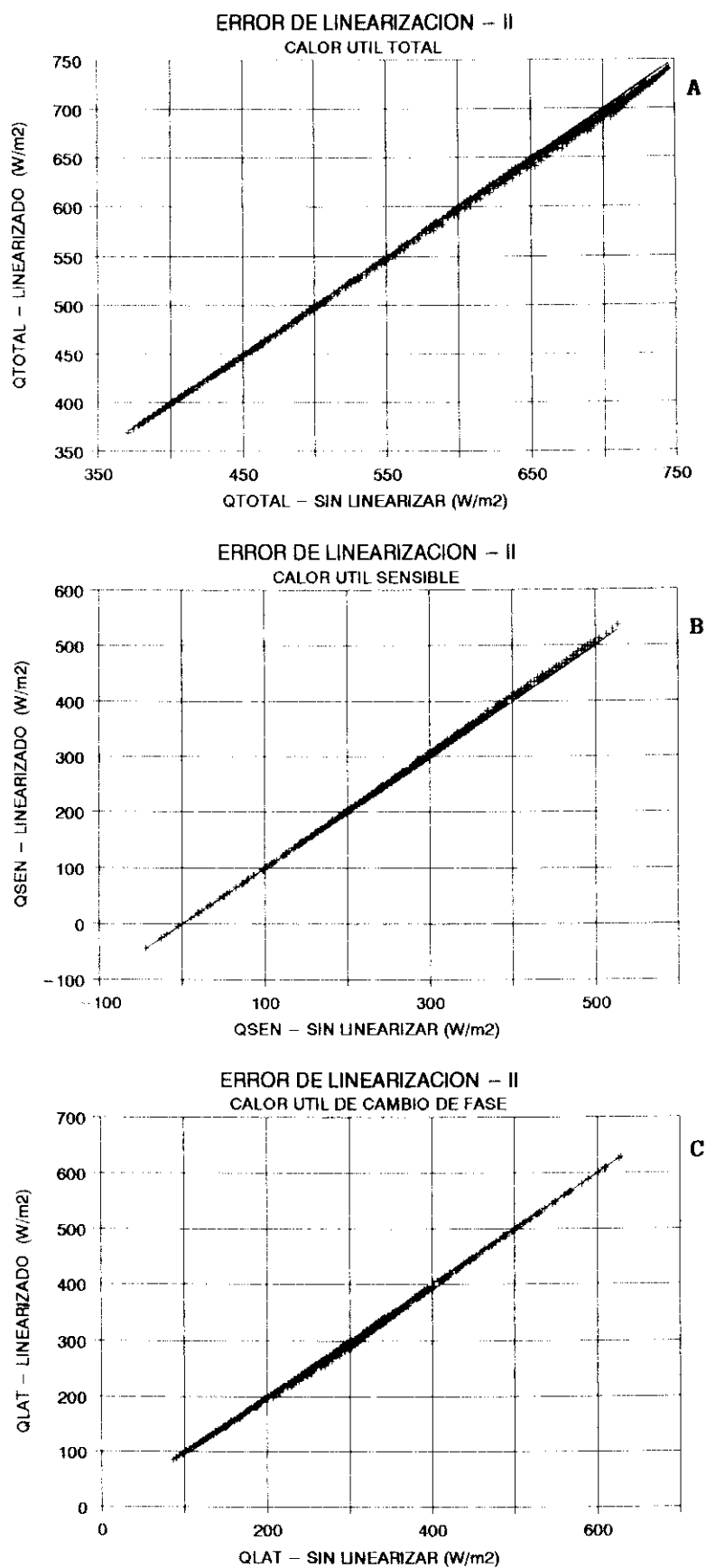


Fig. 5.6.- Errores provenientes de linerizar la concentración saturante de vapor.

$$\dot{X}(\eta, t) = F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t)$$

$$U_o = U_o^d + U_o^g \quad (5.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d(\eta, t) + [\alpha] U_o^d = [\beta] X(\eta, t); \quad \frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g = G_o(U_o, U_e)$$

X es el vector de variables de estado, que, como vimos en 4.5 y 4.6, dependerá no sólo del tiempo, sino también de la variable espacial η ; F es la matriz de valores propios del sistema; U_e el vector de solicitaciones externas; y U_o el vector de observación, constituido en este caso por la temperatura y la humedad específica del aire del invernadero.

Nótese que, tal y como fue concebido el sistema, el problema de representación de la evolución dinámica del estado higrotérmico de la atmósfera del invernadero, se desglosa en:

- Un problema estático no lineal, orientado a la determinación de régimen deslizante de evolución del vector de observaciones, U_o^g .
- Un problema dinámico lineal, orientado a la determinación del régimen variable de dicho vector, U_o^d .

En el caso en que las condiciones de operación del invernadero así lo permitan, la representación (5.41) se reducirá al problema lineal siguiente:

$$\dot{X}(\eta, t) = F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t) \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o(\eta, t) + [\alpha] U_o(\eta, t) = [\beta] X(\eta, t) + [\gamma] U_e(t)$$

que puede también expresarse como:

$$\dot{X}(\eta, t) = F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t)$$

$$U_o = U_o^g + U_o^d$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} U_o^d(\eta, t) + [\alpha] U_o^d(\eta, t) = [\beta] X(\eta, t); \quad \frac{\partial}{\partial \eta} U_o^g(\eta, t) + [\alpha] U_o^g(\eta, t) = [\gamma] U_e(t) \quad (5.44)$$

5.5.1. Término Deslizante del Vector de Observaciones.

La evolución espacio-temporal del término deslizante del vector de observación, fue analizada detenidamente en 5.3. Nos limitaremos aquí a resumir los aspectos más importantes concernientes al mismo. Como vimos en el apartado 5.4.5, el régimen deslizante de evolución del vector {temperatura, humedad específica} del aire del invernadero viene dado por:

$$\begin{bmatrix} T_o(\eta, t) - T_{IN} \\ D_o(\eta, t) - D_{IN} \end{bmatrix} = F3(\eta) \left\{ \begin{bmatrix} F' \tau \alpha \\ F'_m \tau \alpha \end{bmatrix} I_g - \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_v \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.45)$$

donde F_3 , F' , F'' , U_T , U_v y U_{vm} son matrices que, como vimos en 5.4.7, pueden presentar cierta dependencia funcional con el estado térmico del sistema.

Reagrupando términos en (5.45), la ecuación anterior se transformará en:

$$\begin{bmatrix} T_o(\eta, t) - T_{IN} \\ D_o(\eta, t) - D_{IN} \end{bmatrix} = S(T_o, \eta) \begin{bmatrix} I_g \\ T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

donde S es una matriz (2×3) , a la que denominamos matriz de transición directa, cuyos elementos tiene los significados siguientes:

- a) Elementos s_{11} y s_{21} : Son la traducción al lenguaje matemático del efecto, directo (óptico) o indirecto (térmico), de la radiación solar sobre la producción de energía térmica y de cambio de fase en el invernadero. Multiplicados por I_g y por (mc_p) y $(m\lambda)$, respectivamente, procuran los valores de las que denominaremos energía potencialmente útil para la producción de calor sensible y energía potencialmente útil para la producción de calor de cambio de fase. En este último caso, no es la radiación solar el único motor de producción de energía, sino que, como veremos en d), también lo será el aire. Por esta razón, hablaremos de energía potencialmente útil de origen térmico al referirnos al producto $s_{21}I_g$.
- b) Elementos s_{12} y s_{22} : Son coeficientes negativos que expresan la sensibilidad de la evolución higrótérmica de la atmósfera del invernadero a las condiciones de contorno de tipo térmico. Multiplicados por $(T_{IN} - T_\infty)$ y por (mc_p) y $(m\lambda)$, respectivamente, procuran el valor de la cantidad de energía potencialmente útil que se pierde hacia el entorno por mecanismos de radiación, conducción y/o convección.
- c) Elemento s_{13} : Es un coeficiente negativo que expresa la sensibilidad de la evolución térmica del aire a las variaciones de las condiciones de humedad del aire entrante al invernadero. Multiplicado por D_{IN} y por (mc_p) , constituye una medida de la cantidad de energía potencialmente útil para la producción de calor sensible que se pierde en fenómenos superficiales de evaporación.
- d) Elemento s_{23} : Tiene un significado ligeramente diferente a s_{13} . Remontándonos a 5.4.3 (ec 5.21), o aún mejor a 3.4.1, recordaremos que los flujos de vapor en superficies interfaciales saturadas de vapor, presentan dos componenets aditivas: una, a la que denominaremos térmica, que expresa el flujo de vapor desde la superficie saturada hacia un ambiente que se supone igualmente saturado; y otra, denominada aerodinámica, que representa el flujo de vapor que se produciría entre la superficie y el aire si la primera se encontrase a una temperatura igual a la del último. De este modo, el valor que resulte al multiplicar s_{23} por D_{IN} y por $(m\lambda)$, estará constituido por la suma de los flujos aerodinámicos de energía de cambio de fase, y por un término que, como en c), representa el efecto del enfriamiento evaporativo de las superficies internas del sistema sobre la denominada energía potencialmente útil de origen térmico para la producción de calor de cambio de fase.

En adelante, para abreviar, designaremos a los coeficientes de la matriz S como:

- a) s_{11} , s_{21} : Coeficientes de eficacia de la radiación solar para la producción de calor útil sensible y de cambio de fase, respectivamente.
- b) s_{12} , s_{22} : Coeficientes globales de pérdidas térmicas asociados a los procesos de producción de calor sensible y de calor de cambio de fase, respectivamente.
- c) s_{13} : Coeficiente global de pérdidas por evaporación.
- d) s_{23} : Coeficiente aerodinámico de evaporación. Se le ha dado este nombre aunque realmente engloba dos coeficientes: uno de significado análogo a s_{13} (global de pérdidas) y otro propiamente aerodinámico de evaporación.

5.5.2. Término Dinámico del Vector de Observaciones.

Para la obtención de este término del vector de observaciones, supondremos que las variaciones espaciales del mismo son despreciables. Nótese que esto equivale a decir que los regímenes dinámicos de las temperaturas superficiales de suelo, vegetación y cubierta, son independientes de la variable espacial η . Téngase en cuenta que las solicitaciones que actúan sobre estas superficies son:

- a) Las solicitaciones externas (ej. radiación solar y temperatura ambiente exterior), que son independientes de η .
- b) La propia temperatura del aire interior del invernadero y su humedad específica, que no deben experimentar variaciones sustanciales a lo largo del invernadero, si el sistema ha sido adecuadamente diseñado. En este caso, los fenómenos de inercia térmica se dejarán sentir prácticamente por igual en cualquier sección transversal del invernadero.

Así pues, bajo este supuesto, la ecuación de evolución de U_o^d , tanto en (5.41) como en (5.42), adoptará la forma:

$$U_o^d(\eta, t) = H X(\eta, t); \quad H = [\alpha]^{-1} [\beta] \quad (5.47)$$

La composición de las matrices $[\alpha]$ y $[\beta]$ es análoga en ambos casos (ver. ecuaciones 4.57 y 4.120):

$$[\alpha] = - \left(\frac{\partial G_o}{\partial U_o} \right)_g - \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g G_{cc}^{*-1} G_{co}^*; \quad [\beta] = \left(\frac{\partial G_o}{\partial T_c} \right)_g G_{cc}^{*-1} H_c^* \quad (5.48)$$

G_{cc}^* , G_{co}^* y H_c^* expresan en lenguaje matemático las condiciones físicas de acoplamiento entre el vector de temperaturas superficiales y los vectores de variables de estado y de solicitaciones internas (ver por ej. ec. 4.28). Las matrices de Jacobi contenidas entre paréntesis en (5.48), constiuyen una medida de la sensibilidad de los flujos de transporte en interfaces y fronteras a las variaciones de las temperaturas superficiales de cubierta, vegetación y suelo, y a las variaciones de la temperatura y de la humedad específica del aire. H, que recibirá el nombre de matriz de observación o de salida, traduce al lenguaje matemático la conexión existente entre el vector de variables de estado y el vector de observaciones.

5.5.3. Modelo Modal de Síntesis del Invernadero.

De acuerdo con lo establecido en la introducción de este apartado, así como en 5.5.1 y 5.5.2, el modelo modal de síntesis para la representación de la evolución del estado térmico y de humedad específica del aire del invernadero, vendrá dado por:

$$\begin{aligned} \dot{X}(\eta, t) &= F X(\eta, t) + B(\eta) \dot{U}_e(t) \\ U_o(\eta, t) &= H X(\eta, t) + S(U_o, \eta) U_e(t) \end{aligned} \quad (5.49)$$

siendo:

$$U_o(\eta, t) = \begin{bmatrix} T_o(\eta, t) - T_{IN}(t) \\ D_o(\eta, t) - D_{IN}(t) \end{bmatrix}; \quad U_e(t) = \begin{bmatrix} I_g(t) \\ T_{IN}(t) - T_\infty(t) \\ D_{IN}(t) \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

5.5. PARAMETROS CARACTERISTICOS DEL INVERNADERO COMO COLECTOR SOLAR.

La idea de proponer un conjunto reducido de parámetros que caracterizen adecuadamente el invernadero, tanto en régimen estático como en su régimen dinámico de funcionamiento, es simple:

- a) Muchas veces no estaremos interesados tanto en una herramienta de control o de representación de lo observado, como en disponer de algo que nos permita una evaluación rápida de la calidad de un determinado invernadero para un menester concreto (ej, cultivo de una determinada especie, utilización como colector solar,...).
- b) De otra parte, en las tareas de diagnóstico, disponer de un conjunto de parámetros que condense las características dinámicas y estáticas más relevantes del invernadero, será de gran ayuda para localizar y detectar los fallos de operación del sistema.

Así pues, procuramos a continuación una relación de los que hemos considerado como parámetros característicos del funcionamiento del invernadero, separándolos en los llamados "parámetros dinámicos" que son el reflejo de la inercia térmica del sistema, y los denominados "parámetros estáticos", que constituyen una descripción condensada de las características del sistema que determinan el régimen deslizante de evolución.

A) Parámetros estáticos. Son los coeficientes de la matriz S de transición directa:

- a) s_{11} , s_{21} : Coeficientes de eficacia de la radiación solar para la producción de calor útil sensible y de cambio de fase, respectivamente.
- b) s_{12} , s_{22} : Coeficientes globales de pérdidas térmicas asociados a los procesos de producción de calor sensible y de calor de cambio de fase, respectivamente.
- c) s_{13} : Coeficiente global de pérdidas por evaporación.
- d) s_{23} : Coeficiente aerodinámico de evaporación.

Como ya hemos indicado en ocasiones anteriores, estos coeficientes pueden mostrar cierta dependencia funcional con el estado térmico del sistema (no linealidades), por lo que, definidos como constantes pueden no ser tan característicos del sistema propiamente dicho como del binomio {sistema, solicitudes}.

B) Parámetros dinámicos. Están contenidos en la matriz $F = \text{diag}[f_1 \dots f_q]$ de autovalores del sistema. Estos se relacionan con las constantes de tiempo del sistema a través de:

$$\tau_i = - \frac{1}{f_i} ; \quad i = 1, \dots, q \quad (5.51)$$

Los modos propios son entidades características del sistema, de su estructura interna y de sus condiciones de contorno, e independientes de las solicitudes.

CAPITULO 6

Modelos Derivados para la Identificación.

A lo largo de los capítulos 4 y 5, hemos visto que la evolución dinámica del estado higrotérmico de la atmósfera del invernadero admite una representación interna en variable de estado de tipo modal. Sin embargo, quizás no sea ésta la forma última de representación que nos interese. Es posible dar un paso más en la simplificación, pasando de la representación hasta ahora propuesta a la que se denomina representación externa, modelo de caja negra o, simplemente, modelo de función de transferencia. Es cierto que con este tipo de representación perdemos definitivamente cualquier información relativa a la estructura interna del sistema, sin embargo, como veremos a lo largo de este capítulo, ofrece ventajas de índole estadístico, vitales en lo que será el proceso de ajuste, que nos han decantado hacia su utilización en el proceso de identificación propiamente dicho.

Los aspectos estadísticos que determinaron nuestra decisión fueron:

- a) Como ya hemos indicado en ocasiones anteriores, la información contenida en los experimentos impone un límite máximo a la complejidad del modelo a ajustar. Un modelo que exceda este límite conducirá a un problema de multiplicidad de soluciones en el ajuste, y diremos que no es identificable sobre los datos provenientes del experimento.
- b) De otra parte, cuanto más complejo sea el modelo a ajustar, más complejo será el algoritmo de ajuste requerido y, por consiguiente, mayor el tiempo necesario para la estimación.
- c) Otro problema ligado a la fase de ajuste del modelo, es el de mínimos locales. Normalmente la superficie de {parámetros-criterio de ajuste} presenta, además de un mínimo absoluto si el modelo es identificable, mínimos locales en los que podremos caer si el algoritmo no se inicializa correctamente.

Teniendo en cuenta estos problemas, tras experimentar con ambos tipos de estructuras, vimos que:

- 1) Las representaciones internas originan superficies de {parámetros-criterio de ajuste} mas complejas que las representaciones externas. Esto implica que: a) los algoritmos requeridos por las primeras son mas lentos que los requeridos por las últimas; b) la probabilidad de existencia de mínimos locales es mayor en el caso de las representaciones internas.
- 2) La inicialización del algoritmo es casi trivial en el caso de las representaciones externas, mientras que es conflictivo en el caso de las internas.
- 3) Para un mismo nivel de reducción - y, por tanto, de calidad a la hora de reproducir lo observado -, la representación externa es una estructura matemática más simple e implica un menor número de parámetros a identificar. Esto supone una mayor probabilidad "a priori" de que el modelo sea identificable, y una menor varianza (mayor certidumbre) en los parámetros estimados.

Así pues, si la representación externa que derivemos del modelo modal del invernadero, permitiese la posterior estimación de los denominados parámetros característicos del sistema, ésta será el tipo de estructura paramétrica que utilicemos en el proceso de identificación (ver capítulo 8).

Podría pensarse que puestos a utilizar modelos de función de transferencia, sobra lo expuesto y desarrollado en los capítulos 4 y 5. Sin embargo, son precisamente estos desarrollos los que ahora nos permitirán, dentro del dominio infinito de representaciones externas, definir aquellas que reúnen interés de cara a la resolución de nuestro problema.

6.1. DISCRETIZACION TEMPORAL DE LA ECUACION DE ESTADO DEL MODELO MODAL DEL INVERNADERO.

6.1.1. Modelo en Variable de Estado de Tiempo Continuo.

Como hemos visto en 5.5.3, el modelo modal de evolución higrotérmica de la atmósfera del invernadero es de la forma¹:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= F X(t) + B \dot{U}(t) \\ Y(t) &= H X(t) + S(Y) U(t)\end{aligned}\quad (6.1)$$

siendo X el vector de variables de estado, Y el vector de observación y U el vector de entradas o solicitaciones. Supondremos que la dimensión de estos vectores es: n , para el vector de estado; s , para el vector de salidas; y p , para el vector de entradas. En consecuencia, F será una matriz diagonal de orden $(n \times n)$, B una matriz de orden $(n \times p)$, H de orden $(s \times n)$, y S de dimensión $(s \times p)$.

6.1.2. Solución General de la Ecuación de Estado.

Siendo F y B funciones matriciales continuas y derivables en \mathbb{R} , se demuestra (ver ej. Bruq, 1988) que existe una familia de matrices cuadradas $\Phi(t, t_0)$ tal que:

$$\begin{aligned}\forall t_0 \in \mathbb{R}, \quad \Phi(t, t_0) &= I \\ \forall (t, t_0) \in \mathbb{R}^2, \quad t_0 \leq t, \quad \frac{\partial \Phi(t, t_0)}{\partial t} &= F(t) \Phi(t, t_0)\end{aligned}\quad (6.2)$$

de forma que la ecuación diferencial:

$$\dot{X}(t) = F(t) X(t) + B(t) \dot{U}(t) \quad (6.3)$$

admite la solución:

$$X(t) = \Phi(t, t_0) X_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) \dot{U}(\tau) d\tau; \quad \forall (t, t_0) \in \mathbb{R}^2, \quad t_0 \leq t \quad (6.4)$$

$\Phi(t, t_0)$ se denomina matriz de transición. En el caso, como es el nuestro (ver ec. 6.1), en que F y B sean independientes del tiempo, esta matriz viene dada por:

¹ Omitimos el argumento de coordenada espacial que afecta al vector de variables de estado, al vector de observación y a las matrices B y S .

$$\Phi(t, t_0) = e^{F(t-t_0)} \quad (6.5)$$

Si, además, F es diagonal, la matriz de transición adopta la forma:

$$\Phi(t, t_0) = \text{diag} [e^{f_1(t-t_0)} \dots e^{f_p(t-t_0)}] \quad (6.6)$$

En este caso, (6.4) es un sistema de ecuaciones integrales independientes.

6.1.3. Modelo Modal en Tiempo Discreto.

La representación de la ecuación (6.3) en tiempo discreto toma la forma:

$$X((k+1)T) = F^*(T) X(kT) + B^*(T) \dot{U}(kT); \quad T = \text{periodo de muestreo} \quad (6.7)$$

donde las matrices F^* y B^* dependen del periodo de muestreo, T . (Una vez fijado éste, son matrices constantes).

Para determinar F^* y B^* , se utilizan las ecuaciones (6.4) a (6.6) y se supone que la derivada temporal de U es constante en el intervalo de tiempo comprendido entre dos instantes de muestreo consecutivos.

Como:

$$\begin{aligned} X((k+1)T) &= e^{F(k+1)T} X(0) + e^{F(k+1)T} \int_0^{(k+1)T} e^{-F\tau} B \dot{U}(\tau) d\tau \\ X(kT) &= e^{FkT} X(0) + e^{FkT} \int_0^{kT} e^{-F\tau} B U(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6.8)$$

multiplicando la segunda de estas ecuaciones por $\exp(F)$ y restando el resultado a la primera de ellas, se obtiene:

$$X((k+1)T) = e^{FT} X(kT) + \int_0^T e^{F\lambda} B \dot{U}(k) d\lambda; \quad \lambda = (k+1)T - \tau \quad (6.9)$$

Si se define

$$F^* = e^{FT}; \quad B^* = \left[\int_0^T e^{Ft} dt \right] B \frac{1}{T} \quad (6.10)$$

entonces, la ecuación (6.9) se convierte en²:

$$X(k+1) = F^* X(k) + B^* [U_e(k+1) - U_e(k)] \quad (6.11)$$

En tiempo discreto, el vector de observación viene representado por:

² En adelante, para simplificar la notación, reemplazaremos los argumentos temporales kT por k .

$$Y(k) = H X(k) + S(Y(k)) U(k) \quad (6.12)$$

6.2. PASO DEL MODELO EN VARIABLE DE ESTADO AL MODELO DE FUNCION DE TRANSFERENCIA.

6.2.1. El Operador "q".

Se definen el "operador desplazamiento hacia delante", q, y el "operador desplazamiento hacia atrás", q^{-1} , como:

$$q u(k) = u(k+1) ; \quad q^{-1} u(k) = u(k-1) \quad (6.13)$$

6.2.2. Función de Transferencia del Modelo Modal.

Aplicando el operador q a la ecuación (6.11), obtendremos la siguiente representación de esta última:

$$[q I - F^*] X(k) = [(q - 1) I] B^* U(k) ; \quad q I = \text{diag} [q \ q \ \dots \ q] \quad (6.14)$$

Finalmente, llevando (6.14) a (6.12), se deriva³:

$$Y(k) = \{ H [q I - F^*]^{-1} [(q - 1) I] B^* + S \} U(k) \quad (6.15)$$

siendo:

$$H [q I - F^*]^{-1} [(q - 1) I] B^* + S \quad (6.16)$$

la denominada función de transferencia del sistema.

La ecuación (6.15) recibe el nombre de modelo de función de transferencia del sistema, modelo de caja negra o, simplemente, representación externa. Nótese que, a diferencia del modelo modal, el modelo (6.15) no conserva información alguna acerca de la estructura interna del sistema.

6.2.3. Análisis de las Relaciones de Ordenes en la Representación Externa.

El análisis que sigue tiene por objeto profundizar en el estudio de las representaciones externas. Distinguiremos para ello el caso en que el modelo modal de partida sea lineal del caso en que sea no lineal.

Modelo lineal.

De la expansión de (6.15) teniendo en cuenta que:

³ Nótese que S, en el caso de sistema con acoplamientos no lineales, es función del régimen deslizante del vector de salidas.

$$[qI - F^*]^{-1} = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (q - f_i)} \begin{bmatrix} \prod_{i=1, i \neq 1}^n (q - f_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \prod_{i=1, i \neq 2}^n (q - f_i) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{i=1, i \neq n}^n (q - f_i) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

se obtiene la siguiente ecuación para la variable de salida, y_1 , del vector de observación:

$$A(q) y_1(k) = B_1(q) u_1(k) + B_2(q) u_2(k) + \dots + B_p(q) u_p(k) \quad (6.18)$$

donde $A(q)$ y $B_m(q)$, con $m=1,2,\dots,p$, son:

$$A(q) = \prod_{i=1}^n (q - f_i) \quad (6.19)$$

y

$$B_m(q) = \sum_{s=1}^n h_{ls} \prod_{i=1, i \neq s}^n (q - f_i) b_{sm}(q - 1) + s_{lm} \prod_{i=1}^n (q - f_i) \quad (6.20)$$

respectivamente. Donde $F^* = \{f_i\}$; $H = \{h_{ij}\}$. Obsérvese que $A(q)$ y $B_m(q)$ son polinomios de orden n en q .

De este modo, podemos afirmar que, cuando las condiciones de operación permitan asimilar el invernadero a un sistema lineal, el modelo de función de transferencia o modelo de caja negra asociada al mismo será de la forma:

$$\begin{aligned} A_T(q) [T_o(k) - T_{IN}(k)] &= B_{T1}(q) I_g(k) + B_{T2}(q) [T_{IN}(k) - T_w(k)] + B_{T3}(q) D_{IN}(k) \\ A_H(q) [\theta_o(k) - \theta_{IN}(k)] &= B_{H1}(q) I_g(k) + B_{H2}(q) [T_{IN}(k) - T_w(k)] + B_{H3}(q) D_{IN}(k) \end{aligned} \quad (6.21)$$

con:

$$\begin{aligned} A_x(q) &= 1 + \sum_{i=1}^{na} a_i q^{-i}; \quad B_{xk}(q) = \sum_{i=0}^{nb_k} b_{xki} q^{-i} \\ x &= T \text{ ó } H; \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (6.22)$$

De (6.19) y (6.20) se deriva que (6.22) debe satisfacer la siguiente condición: $na+1 = nb_j$ ($j=1,\dots,p$). Al denominado orden del modelo le designaremos como n , siendo $n=na$.

En el proceso de identificación, el número de parámetros a identificar será (para cada salida):

Parámetros asociados al polinomio $A(q)$	n
Parámetros asociados a los polinomios $B(q)$	$(n+1) \times p$
Número total de parámetros a estimar	$(n + n \times p) + p$

mientras que, si la identificación se realizase sobre el modelo (6.1), requeriríamos la identificación de:

Parámetros asociados a F	n
Parámetros asociados a B	n x p
Parámetros asociados a H	n
Parámetros asociados a S	p
Número total de parámetros a estimar	(n + n x p) + (n + p)

Vemos pues que el paso de la forma modal a la forma externa, supone no sólo el paso hacia una estructura matemática menos compleja, sino también una reducción apreciable del número de parámetros a identificar (n parámetros por ecuación de salida). Si, como veremos a continuación, la forma externa permite la identificación de los que hemos denominado parámetros característicos del invernadero, por cuestiones de índole estadística⁴, preferiremos este tipo de representación antes que la representación interna (modelo modal).

Modelo no lineal.

Hasta ahora hemos supuesto que la denominada matriz de transición directa, S, es constante (modelos lineales e invariables respecto al tiempo). La cuestión que a continuación nos planteamos es qué ocurre con las relaciones arriba expresadas entre modelos modales y modelos de caja negra, cuando resulta que dicha matriz depende explícita o implícitamente del estado térmico del sistema (sistema con acoplamientos no lineales). Para resolver esta cuestión procederemos de dos modos distintos, aunque siempre con la mente puesta en lo que después será el proceso de identificación. En ambos casos supondremos que nos es desconocida la relación precisa que existe entre esta matriz de transición directa y el estado térmico del sistema.

PRIMER PROCEDIMIENTO: Se fundamenta en el hecho de que la inercia térmica del invernadero es relativamente pequeña. Siendo esto así, existen procedimientos estadístico-experimentales que permiten determinar el régimen deslizante de evolución del vector de observación (ver capítulo 8, apartado 8.3.3). Conocido éste, el vector de salidas se redefine como:

$$Y^d(k) = Y(k) - Y^g(k) \quad (6.23)$$

donde $Y^g(k)$ e $Y^d(k)$ representan el régimen deslizante y el régimen dinámico del vector de observación.

El problema expresado en (6.11) y (6.12), se reduce entonces al problema dinámico siguiente:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= F^* X(k) + B^* [U(k+1) - U(k)] \\ Y^d(k) &= H X(k) \end{aligned} \quad (6.24)$$

al que corresponde un modelo de función de transferencia de la forma:

$$Y^d(k) = \{ H [qI - F^*]^{-1} B^* \} [U(k+1) - U(k)] \quad (6.25)$$

La variable y_l del vector de observación vendrá dada, en esta ocasión, por una ecuación del tipo:

$$\begin{aligned} A(q) y_l^d(k) &= B_1(q) \Delta u_1(k) + B_2(q) \Delta u_2(k) + \dots + B_p(q) \Delta u_p(k) \\ \text{con: } \Delta u_i(k) &= u_i(k+1) - u_i(k) \end{aligned} \quad (6.26)$$

donde $A(q)$ y $B_m(q)$, con $m=1,2,\dots,p$, son:

⁴ Identificabilidad del modelo (probabilidad de multiplicidad de soluciones), simplicidad del algoritmo de ajuste e inicialización de éste último.

$$A(q) = \prod_{i=1}^n (q - f_i) \quad (6.27)$$

y

$$B_m(q) = \sum_{s=1}^n h_{ls} \prod_{i=1, i \neq s}^n (q - f_i) b_{sm} \quad (6.28)$$

respectivamente. Nótese que ahora $A(q)$ es un polinomio de orden n , mientras que $B_m(q)$ son polinomios de orden $(n-1)$ en q . Por lo demás, siguiendo el procedimiento indicado, el problema no lineal queda reducido a un problema dinámico lineal de características análogas al anteriormente analizado.

SEGUNDO PROCEDIMIENTO: Supondremos en este caso que el régimen deslizante de evolución del vector de observación puede ser desarrollado en series de potencia de las variables de entrada. Esto es:

$$Y^g(k) = S_1 U(k) + Z^T(k) S_2 Z(k) + \dots$$

con las hipermatrices:

$$Z(k) = \begin{bmatrix} U(k) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U(k) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & U(k) \end{bmatrix}; \quad S_2 = \begin{bmatrix} S_{21} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_{2s} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Esta ecuación proviene de desarrollar en series de Taylor el régimen deslizante del vector de observaciones. S_1 será la matriz de Jacobi asociada a dicho vector de funciones y S_{2l} el Hessiano (multiplicados sus elementos por $1/2$) de la componente l del mismo.

De esta forma, el modelo modal de transferencia asociado a (6.1), vendrá dado por:

$$Y(k) = \{ H [q I - F^*]^{-1} [(q - 1) I] B^* + S_1 \} U(k) + Z^T(k) S_2 Z(k) + \dots \quad (6.30)$$

con un primer sumando que representa la parte lineal del sistema, y un segundo donde se recoge el efecto de las no linealidades presentes sobre el régimen deslizante de evolución del sistema.

La componente l del vector de observación vendrá representada, en este caso, por expresiones del tipo:

$$A(q) y_l(k) = \sum_{i=1}^p B_i(q) u_i(k) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q C_{ij}(q) u_i(k) u_j(k) + \dots \quad (6.31)$$

donde $A(q)$, $B_i(q)$ y $C_{ij}(q)$, son los siguientes polinomios de orden n en q :

$$A(q) = \prod_{i=1}^n (q - f_i); \quad C_{ij}(q) = S_{2l \ i j} \quad (6.32)$$

$$B_m(q) = \sum_{s=1}^n h_{ls} \prod_{i=1, i \neq s}^n (q - f_i) b_{sm} (q - 1) + S_{1lm} \prod_{i=1}^n (q - f_i)$$

Adoptando una notación genérica, las relaciones anteriores serán escritas como:

$$A(q) = 1 + \sum_{i=1}^{na} a_i q^{-i}; \quad B_k(q) = \sum_{i=0}^{nb_k} b_i q^{-i}; \quad C_{kj}(q) = \sum_{i=0}^{nc_{kj}} c_i q^{-i} \quad (6.33)$$

siendo $na+1 = nb_k = nc_{kj}$ ($k,j = 1,2,\dots,p$).

Los modelos de función de transferencia resultantes (ec. 6.31) son de los denominados de tipo Hammerstein, donde las no linealidades presentes aparecen recogidas en el régimen estático como series de potencias de las entradas.

Nótese que tanto el primer procedimiento como el segundo, requieren de un análisis o conocimiento previo del régimen deslizando del vector de observación. En el primer caso la identificación se realiza sobre el régimen dinámico de funcionamiento del sistema, siendo, por tanto, imprescindible el conocimiento del régimen deslizando. En el segundo, aunque no es estrictamente necesario, es conveniente hacer un análisis previo del mismo. Nótese la explosión del número de parámetros a identificar que se produce al pasar de (6.18) a (6.29). Sólo el análisis o conocimiento previo del tipo de expansión polinómica que admite Y^g , permitirá controlar esta explosión. En 8.4.6. se discutirán, desde un punto de vista estadístico, las ventajas e inconvenientes de una u otra aproximación.

6.3. INTERPRETACION FISICA DE LAS ENTIDADES MATEMATICAS DE LA REPRESENTACION EXTERNA.

Una vez obtenidos los modelos de transferencia asociados al modelo modal del invernadero, pasaremos a establecer la relación existente entre los parámetros matemáticos de los mismos y los denominados parámetros físicos característicos del invernadero (ver 5.7).

En todos los casos analizados el modelo de función de transferencia asociado al modelo modal de origen adopta la forma genérica:

$$A(q) y(k) = \sum_{i=1}^P B_i(q) u_i(k) \quad (6.34)$$

con:

$$A(q) = 1 + \sum_{i=1}^{na} a_i q^{-i}; \quad B_m(q) = \sum_{i=1}^{nb_m} b_i q^{-(i-1)}$$

donde:

na = número de parámetros asociados a $A(q)$ que se precisan identificar. Coincide con el denominado orden del modelo (número de modos, n).

nb_m = número de parámetros asociados al polinomio $B_m(q)$ de la entrada u_m . Tanto en el caso de modelos lineales como en el caso de modelos de tipo Hammerstein, es igual a $na+1$. En el caso de modelos no linealidades, cuando la identificación se efectúa sólo sobre el régimen dinámico, $nb_m = na$.

$y(k)$ = una cualquiera de las componentes del vector de observación.

$u_i(k)$ = entrada al sistema. En los casos de sistemas no lineales, puede ser una cualquiera de las entradas originales (ver ec. 6.1), los incrementos temporales de éstas, o potencias de las mismas.

OBTENCION DE LOS PARAMETROS ESTATICOS: Los parámetros estáticos k_j asociados a cada una de las entradas de (6.33) se relacionan con los coeficientes de los polinomios $A(q)$ y $B_j(q)$, mediante (Palomo, 1990):

$$k_i = \frac{\sum_{j=1}^{nb_i} b_{ij}}{1 + \sum_{j=1}^{na} a_j} \quad (6.35)$$

El significado físico de estos parámetros fue investigado por primera vez en 5.7. Sin embargo, en aquella ocasión, aunque anunciamos la posible dependencia de dichos parámetros con el estado térmico del sistema, no nos preocupamos en analizar cómo dichas dependencias podían alterar el significado que les fue atribuido. Pasaremos a continuación a ocuparnos de esto.

Hemos visto que el régimen deslizante de evolución de cualquiera de las variables contenidas en el vector de observación será representado mediante relaciones polinómicas del tipo:

$$y_l^g(k) = S_{1l} U(k) + U^T(k) S_{2l} U(k) \quad (6.36)$$

que, reagrupando términos, adoptan la forma:

$$y_l^g(k) = S(U) U(k) = \left[S_{1l} + U^T(k) S_{2l} \right] U(k) \quad (6.37)$$

S_{1l} es la matriz de Jacobi asociada a la función que relaciona y_l^g con el vector de solicitaciones, U , y S_{2l} el Hessiano ($x1/2$) correspondiente.

Los elementos de S_1 representan la sensibilidad del vector de observaciones a las variaciones de las solicitaciones. Su valor y su significado físico coincide con el de los elementos de la matriz de transición directa, S (ver 5.7), en el punto de operación del sistema. Los elementos de las matrices S_{2l} son una medida de la curvatura de la superficie {salida l-solicitaciones} en el punto de operación del sistema. Miden por tanto la sensibilidad de los elementos de la matriz de transición directa a las variaciones de las solicitaciones.

OBTENCION DE LOS PARAMETROS DINAMICOS: Designando como r_i a las raíces del polinomio $A(q)$, los tiempos característicos de respuesta del invernadero vendrán dados por:

$$\tau_i = - \frac{T}{\ln(r_i)} ; \quad T = \text{tiempo de muestreo} \quad (6.38)$$

Esta relación se deriva de (6.33), con valores nulos de las entradas, de (6.10) y de la obtención de estos parámetros a partir de la matriz F , como se vió en el capítulo 5.

Hasta ahora no hemos hablado de la reducción del orden del modelo, así que, en principio, nba y nbm podrían ser infinito. Lo que sí hemos mencionado es que no todos los modos contribuyen por igual a conformar la respuesta del sistema. Sobre este hecho fundamental se han desarrollado distintos procedimientos sistemáticos de reducción del orden de los modelos modales que implicarán la finitud de na y nbm . Sin embargo, no es esto lo que ahora nos preocupa, lo que queremos señalar es que, sea cual sea el procedimiento de reducción seguido, el resultado final vendrá influenciado por las entradas o excitaciones al sistema, y en particular, por la forma de sus respectivos espectros de potencia.

Lo que esto significa es que, a igual grado de reducción, no todas las entradas conducirán, en principio, a la misma selección de los denominados modos dominantes. Esto nos obligará a reformular los modelos tipo caja negra como: donde apreciamos claramente una absoluta independencia entre las funciones de transferencia asociadas a cada una

$$y(k) = \sum_{i=1}^p \frac{B_i(q)}{A_i(q)} u_i(k)$$

de las entradas, u_i .

Esta reformulación no modifica nada concerniente a los parámetros estáticos del sistema. Sin embargo, conduce a la definición de un conjunto de tiempos característicos - sigue siendo válida la ec. (6.38) - por cada una de las entradas del sistema.

Normalmente nos encontramos con que las entradas del invernadero (radiación solar, temperatura y humedad específica) tienen espectros de potencia de características muy similares, por lo que no es previsible la necesidad de independizar la representación de sus respectivas funciones reducidas de transferencia.

PARTE III

ANALISIS EXPERIMENTAL E INFERENCIA DE MODELOS

CAPITULO 7

El Prototipo Experimental y los Experimentos

1.1. DESCRIPCION DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL

El prototipo experimental utilizado es un invernadero de tipo tunel de 32 m^2 (10×3.2) de área de suelo útil, con estructura metálica (hierro y aluminio) y con cubierta semicircular de polietileno térmico a la que se incorporó un sistema móvil de mallas de sombreo. Está ubicado en Madrid, en la azotea de la Facultad de Físicas de la Universidad Complutense. Su eje de simetría cilíndrica se situó en la dirección del N-S geográfico. La puerta de acceso se colocó en la cara sur, y en la cara norte se instaló un ventilador centrífugo capaz de establecer una corriente de aire de hasta $2100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ según el eje principal del invernadero. En la figura 7.1. se han incluido sendos esquemas de planta y alzado del invernadero.

Los ensayos se realizaron con un cultivo hidropónico de tomates (3 plantas/m^2) sobre un sustrato de turba, vermiculita y arena, empleando como contenedores bolsas de plástico que cerradas en la base del tallo de las plantas permitían inhibir la evaporación de agua desde el sustrato. Estas bolsas se dispusieron sobre siete bancales de madera impermeabilizados, transversales al eje principal del invernadero, a los que se dotó de un sistema de drenaje que permitía evacuar del invernadero el agua de riego percolada. La figura 7.2 incluye un esquema de la distribución de los bancales, así como un esquema de detalle de éstos.

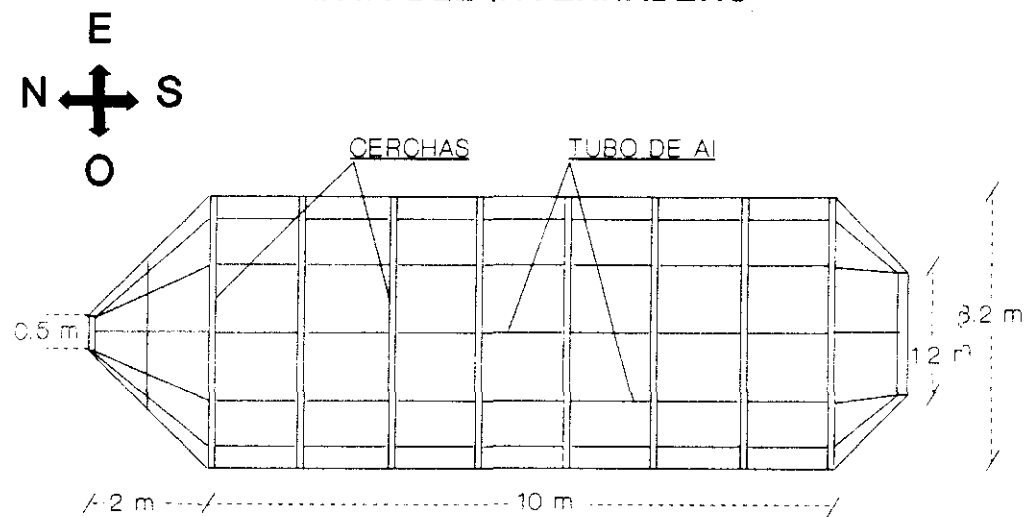
Puesto que nuestro interés no estaba centrado en la obtención de resultados directamente extrapolables a otras climatologías, por otro lado difíciles de obtener incluso en invernaderos de mayores dimensiones, sino en la puesta a punto y validación de técnicas adecuadas para el análisis y caracterización de este tipo de sistema, así como en la inferencia de estructuras matemáticas adecuadas para la representación de su microclima, los criterios seguidos para el diseño del prototipo experimental pretendieron:

- a) facilitar los ensayos, aumentando la fiabilidad de las medidas.
- b) marcar las no linealidades del sistema, fomentando los flujos de transpiración.
- c) potenciar la probabilidad de observación en el transcurso de un día de amplios rangos de temperatura media del aire interior del invernadero, sin necesidad de intervenir artificialmente sobre el sistema.

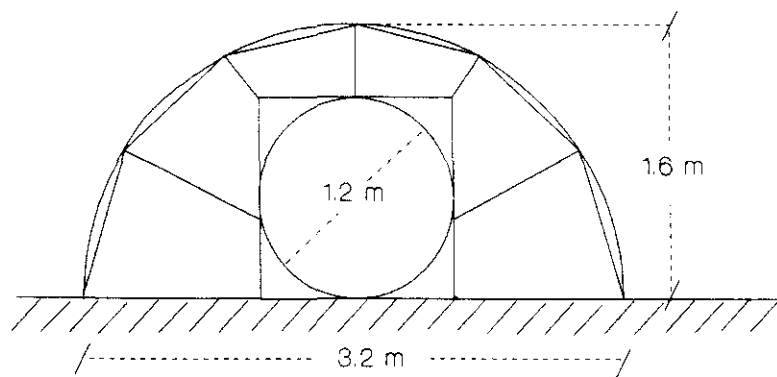
Así pues se estimó oportuno el empleo de un invernadero de tipo túnel de pequeñas dimensiones y la implantación de un cultivo de notable desarrollo foliar como es el de tomate.

Fig. 7.1.- Esquema de planta y alzados del invernadero.

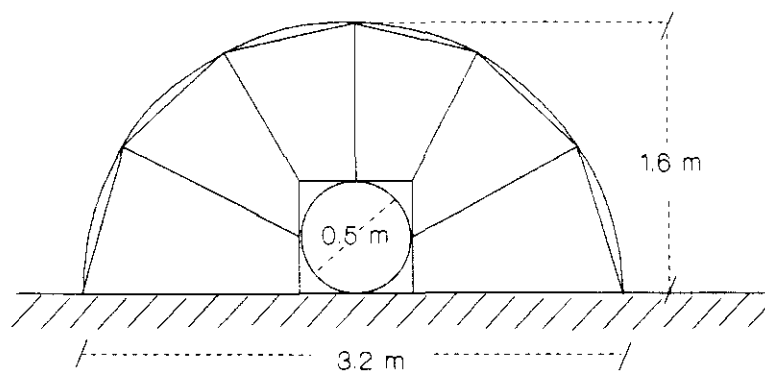
PLANTA DEL INVERNADERO



ALZADO DE LA CARA SUR



ALZADO DE LA CARA NORTE



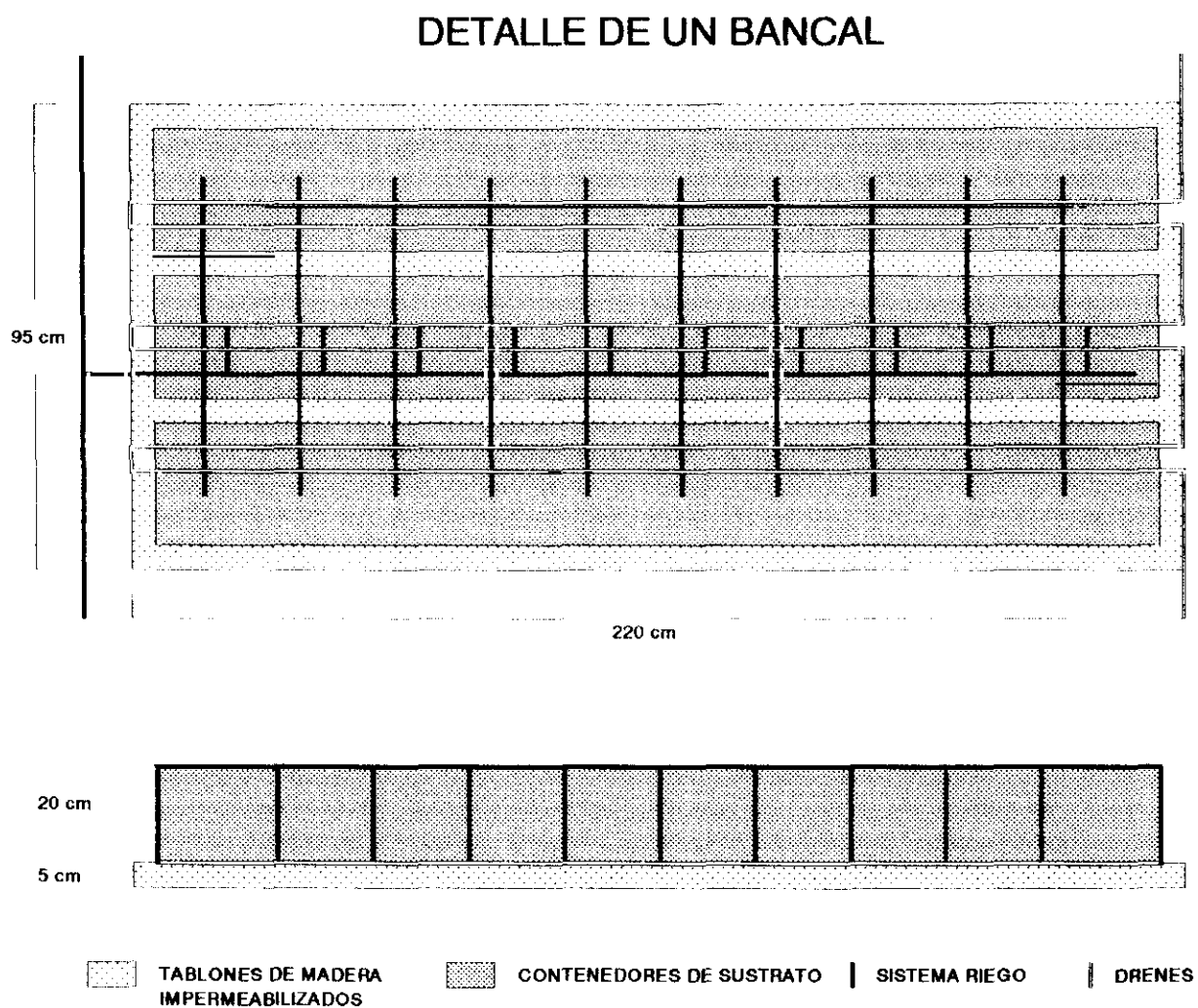
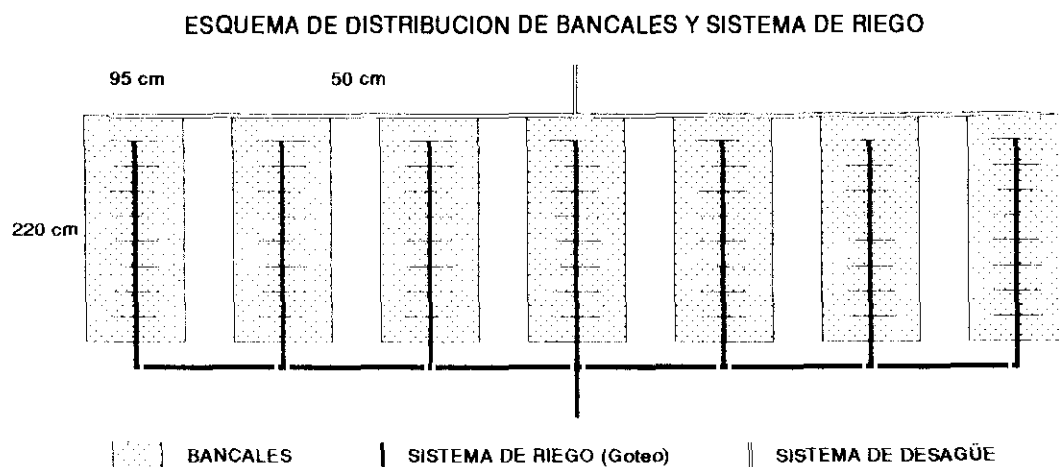


Fig. 7.2. Esquema de distribución de bancales y detalle de un bancal

7.2. INSTRUMENTACION.

Las magnitudes físicas medidas durante las distintas experiencias llevadas a cabo son: irradiancia solar sobre superficie horizontal dentro y fuera del invernadero, velocidad de viento en el exterior, temperatura seca y humedad específica del aire dentro y fuera del sistema, temperatura superficial de la cubierta y del suelo del invernadero, y caudal másico de aire a través del sistema.

7.2.1. Irradiancia solar

Para la medida de la irradiancia solar global dispusimos de dos piranómetros que satisficieran los requisitos mínimos establecidos por la Organización Meteorológica Mundial¹ para piranómetros de primera clase en cuanto a estabilidad, sensibilidad a cambios de temperatura, selectividad espectral, linealidad en la respuesta y constante de tiempo. La sensibilidad del situado fuera del invernadero es de $10^{-5} \mu V.W^{-1}.m^{-2}$ y la del situado en el interior, a 1.2 m de altura sobre el suelo, de $7 \times 10^{-6} \mu V.W^{-1}.m^{-2}$.

7.2.2. Temperatura

Tipo de sensores. Se utilizaron dos tipos de sensores: termorresistencias Pt100 y termopares de tipo T (Cobre-Constantan), ambos adecuados al rango de temperatura de trabajo previsible (-5 a 50 °C). Mientras que los termopares se fabricaron en nuestro laboratorio, con electrodo de grafito en atmósfera inerte, las termorresistencias se adquirieron en el mercado.

Las características de las sondas de resistencia son:

Metal	Platino
Resistividad ($\mu\Omega/cm$)	9.83
Coefficiente de temperatura ($\Omega/\Omega, ^\circ C$)	0.00392
Intervalo útil de medida ($^\circ C$)	-100 a 950
Resistencia de la sonda a 0 $^\circ C$	100
Precisión ($^\circ C$)	1/10 DIN

Las de los termopares de tipo T:

Coefficiente Seebeck ($\mu V/^\circ C$) a 0 $^\circ C$	38
Intervalo útil de medida ($^\circ C$)	-185 a 370
Límites de error en el rango -60 a 95 $^\circ C$	$\pm 0.8\%$ a $\pm 0.4\%$

Montaje. Para evitar que la medida se viese afectada por la longitud del cable o la temperatura del entorno de éste, las termorresistencias se montaron siempre a cuatro hilos.

Los termopares se montaron unas veces como sondas aisladas y otras formando termopilas. En ambos casos la corrección por temperatura de la soldadura fría se realizó por software.

Verificación e Intercomparación. Las termorresistencias fueron verificadas por dos procedimientos:

1

Guide to Meteorological Instrumentation & Observing Practices, Secretariat of the World Meteorological Organization, Geneva, Suiza, 4th edition, 1971.

- a) Comprobación del cero: La termorresistencia, en contacto directo con un termómetro de mercurio de 0.01 °C de precisión, se sumergía en una mezcla de agua destilada y hielo picado en agitación.
- b) Comprobación en el rango de 20 a 60 °C: Se utilizó un baño termostático en el que, como en el caso anterior, se sumergían las termorresistencias en contacto con el termómetro de mercurio.

Con los termopares se procedió del modo siguiente:

- a) Antes de ser instalados en el invernadero se les sometió al mismo tipo de verificación que a las termorresistencias, siendo antes debidamente impermeabilizados. Se desecharon todos aquellos sensores que, en alguno de los puntos de temperatura explorados, se desviaron más de 0.2 °C de la medida efectuada con el termómetro de mercurio.
- b) Una vez instalados en el invernadero, ya conectados a sus respectivos cables de extensión (mangueras apantalladas de 20 hilos de cobre de 100 m de longitud) se les sometió a un nuevo proceso de comparación. Como mas adelante veremos, ocho son las secciones transversales del invernadero instrumentadas, cada una de ellas con una termopila de 15 termopares, otra de 3 y 3 termopares aislados. La comparación a que nos referimos se efectuó en cada una de estas secciones por separado (5 sensores/sección). Las 21 cabezas de termopar se dispusieron, como indica la figura 7.3, sobre un anillo metálico que se introdujo en un cilindro hueco ventilado. Durante dos días consecutivos se registraron las señales producidas por los 40 sensores térmicos (5x8). El rango de temperaturas explorado fue de 0 a 35 °C. Al no observar diferencias de temperatura mayores de 0.2 °C entre los sensores de una misma sección, se dió por finalizada la tarea de verificación y comparación.

Una estimación conservadora del error potencial en la medida de temperatura "in situ" es de 0.2 °C para las termorresistencias y de 0.5 °C para los termopares.

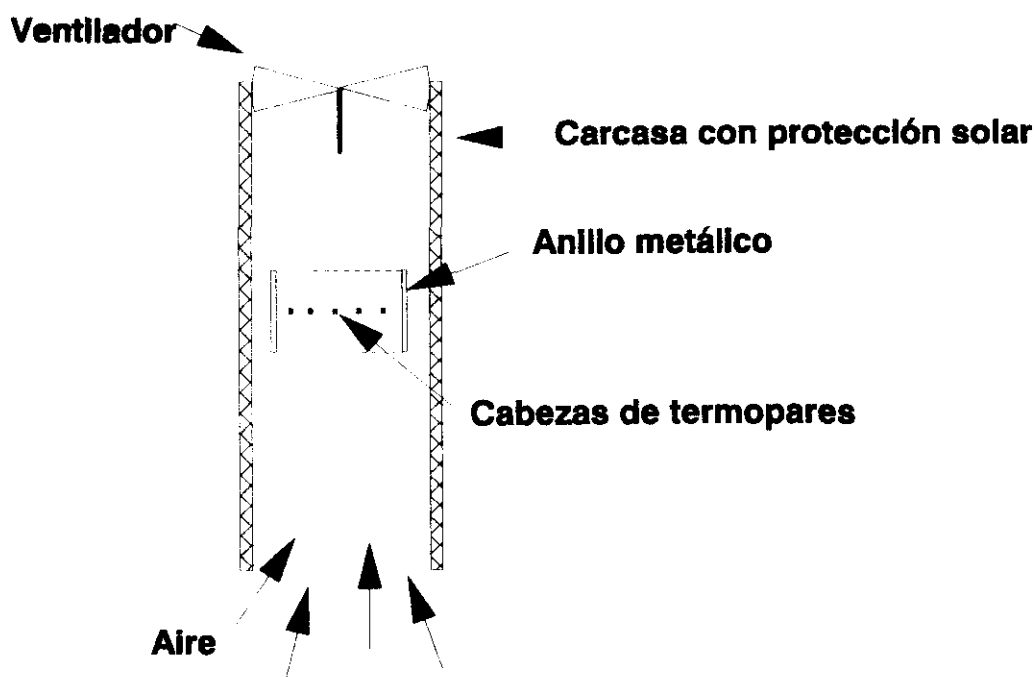


Fig. 7.3. Esquema del dispositivo para contraste de sensores térmicos "in situ".

Medida de la temperatura del aire exterior. Se realizó con una termorresistencia Pt100 localizada en una garita meteorológica estandar.

Medida de la temperatura del aire interior. Se realizó en ocho secciones transversales al eje principal del invernadero (ver figura 7.4), separadas unas de otras 1.43 m. En cada sección se instaló una termopila de 15 pares

ESQUEMA DE DISTRUBUCIÓN DE SENSORES DENTRO DEL INVERNADERO

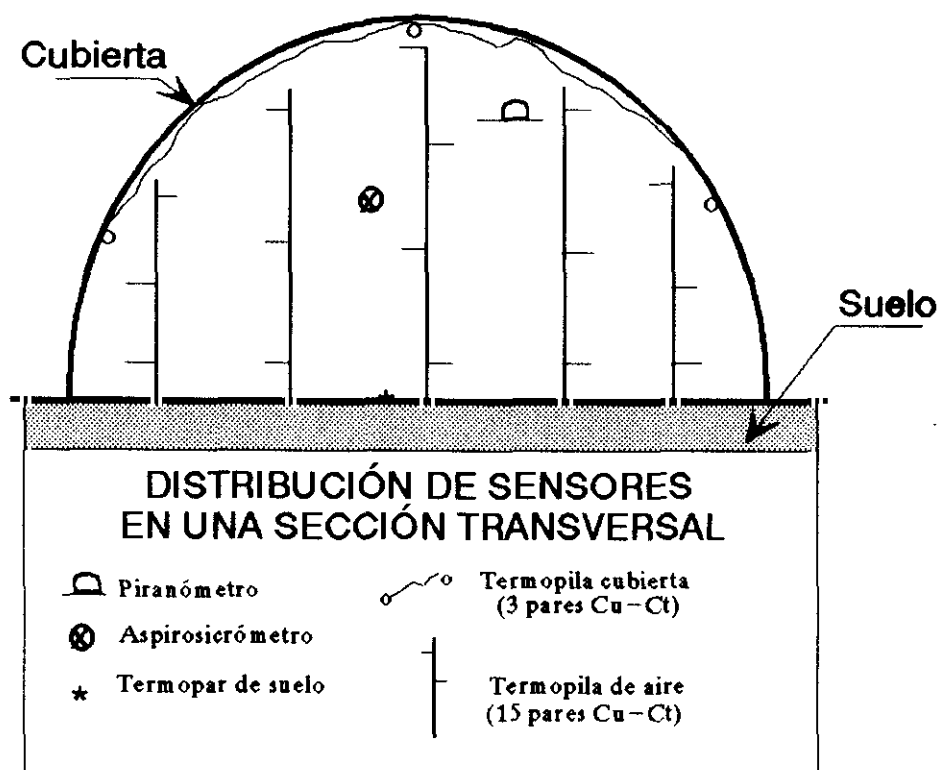
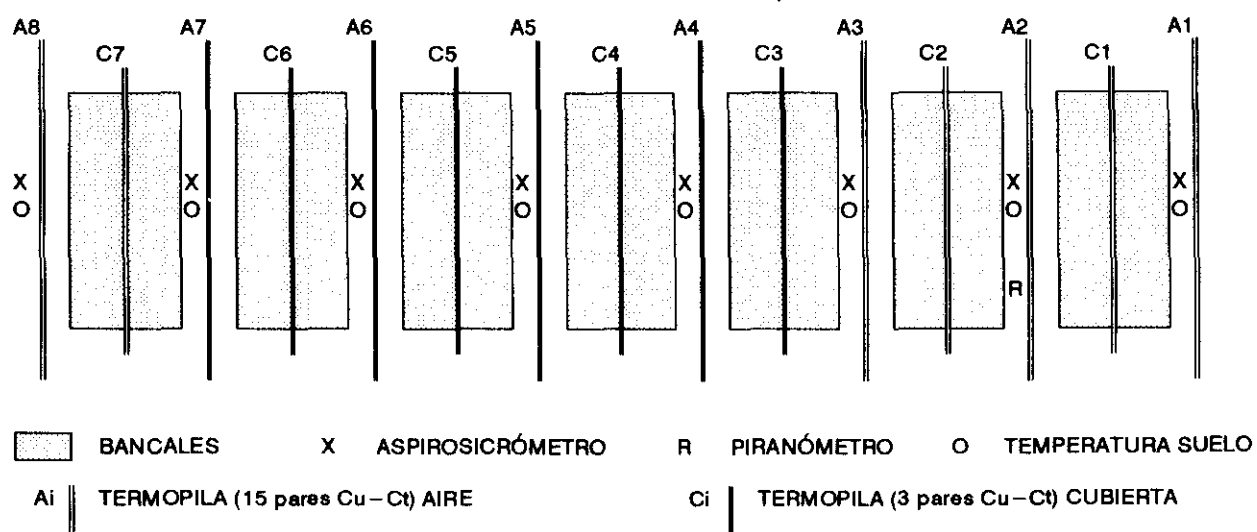


Fig. 7.8.- Esquemas de distribución de sensores en planta y en secciones transversales. (Cu-Ct = Cobre -Constantan).

tipo T dispuestos sobre cinco guías de madera. La distribución de sensores por sección queda esquematizada en la figura 7.4.

Aunque los termopares tipo T son bastante resistentes a la corrosión por humedad atmosférica o condensación, sus cabezas fueron debidamente impermeabilizadas. De otra parte, para evitar (o paliar) la perturbación de la medida por efectos radiativos, todos ellos fueron enfundados en una lámina delgada de aluminio, con reflectividad hemisférica total en el rango solar del espectro electromagnético de 0.95 y con emisividad en el infrarrojo térmico de 0.15.

Medida de la temperatura superficial de cubierta. Se realizó con termopilas de 3 pares tipo T localizadas en 7 puntos distintos del invernadero (ver fig. 7.4). Para que la medida sea suficientemente buena, se precisa que:

- el contacto entre el sensor y la superficie sea bueno,
- los hilos del sensor (metálicos), en las inmediaciones de la cabeza, discurran sobre una superficie más o menos isoterma, y
- que el sensor + hilos no modifique las condiciones térmicas de la superficie.

Por estas razones:

1. se utilizaron termopares de hilo más delgado que el empleado para los termopares de aire, consiguiendo cabezas de pares realmente pequeñas,
2. se protegieron contra radiación por el mismo procedimiento que los termopares de aire,
3. se pusieron en contacto con la superficie de cubierta mediante un adhesivo plástico capaz de seguir las protuberancias del termopar sin dejar bolsas de aire.

En cualquier caso, estas medidas, al igual que las de temperatura superficial del suelo, no serán utilizadas para el cálculo, sino como información adicional orientativa acerca de la evolución térmica del sistema.

Temperatura superficial de suelo. La medida de esta temperatura se realizó mediante termopares aislados localizados en 8 puntos distintos del invernadero (ver fig. 7.4). El contacto con la superficie del suelo se realizó mediante láminas adhesivas de aluminio con objeto de evitar el efecto de los fenómenos radiativos sobre la medida.

7.2.3. Humedad específica

Para la determinación de la humedad específica del aire se empleó el método indirecto de medida simultánea de temperatura seca y húmeda siguiendo la norma ASTM E337-84².

Ecuación psicrométrica. La estimación de la humedad específica del aire (q) a partir de las medidas de temperaturas seca (t) y húmeda (t_w) del mismo se realiza a través de la ecuación psicrométrica:

$$q = q^*(t_w) - A' (t - t_w) \quad (7.1)$$

donde $q^*(t_w)$ representa a la humedad específica saturante de vapor de agua a la temperatura t_w y A' es el denominado coeficiente del aspirpsicrómetro. Las expresiones propuestas por la ASTM E337-84 para la estimación de ambas magnitudes son:

² ASTM E337-84 Standard test method for measuring humidity with a psychrometer (the measurement of wet-and dry-bulb temperatures).

7.2.4. Caudal másico de aire

Examinadas las principales técnicas existentes para la medida de caudales gaseosos³ en conductos cerrados, se llegó a la conclusión de que en el caso concreto que nos ocupaba (caudales del orden de los $2000 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ y sección transversal de invernadero de 4 m^2) los medidores mecánicos de caudal (pulmón, tambor, ...) y los de presión (orificios, boquillas y medidores Venturi) generarían una pérdida de carga tal que harían inviable el uso del ventilador axial que es propio de los invernaderos. De otra parte, el error que puede cometerse en la medida de velocidad de aire con anemómetros de hilo caliente se sitúa en el entorno del 10 al 20 %, dependiendo del rango de medida y de las condiciones de temperatura y humedad específica del aire⁴, resultando excesivo para nuestra aplicación. Finalmente el uso de un tubo de Pitot⁵ fue, así mismo, desechado dada su discutible aplicación en los casos de flujo de aire caracterizado por una notable turbulencia y vorticidad, como era previsible que fuese nuestro caso. De este modo se procedió al diseño y construcción de un medidor de caudal másico de aire específico para nuestra aplicación.

Descripción del medidor de caudal. El principio de funcionamiento del medidor de caudal diseñado es el de calentamiento del aire a su paso a través de una resistencia eléctrica localizada en el interior del conducto de canalización del aire de salida del invernadero. Este último se coloca entre el ventilador y el orificio de salida de aire localizado en la cara norte del sistema.

Está constituido básicamente por tres cilindros coaxiales de 2 m de longitud y 24, 24.5 y 50 cm de diámetro exterior, respectivamente, a los que numeraremos de dentro a fuera (ver fig. 7.5.). Entre el primer y segundo cilindro se dejó una cámara de aire estanco de 2.5 mm de espesor, y entre el segundo y el tercero se introdujo poliestireno expandido de $0.057 \text{ W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ de conductividad térmica. El primer cilindro es el elemento de conducción del aire de salida del invernadero, por lo que en él se dispusieron, a 1 m de la boca de entrada, cuatro parrillas de resistencias eléctricas (Nichrome) conectadas en paralelo, con una resistencia equivalente de 16.7Ω .

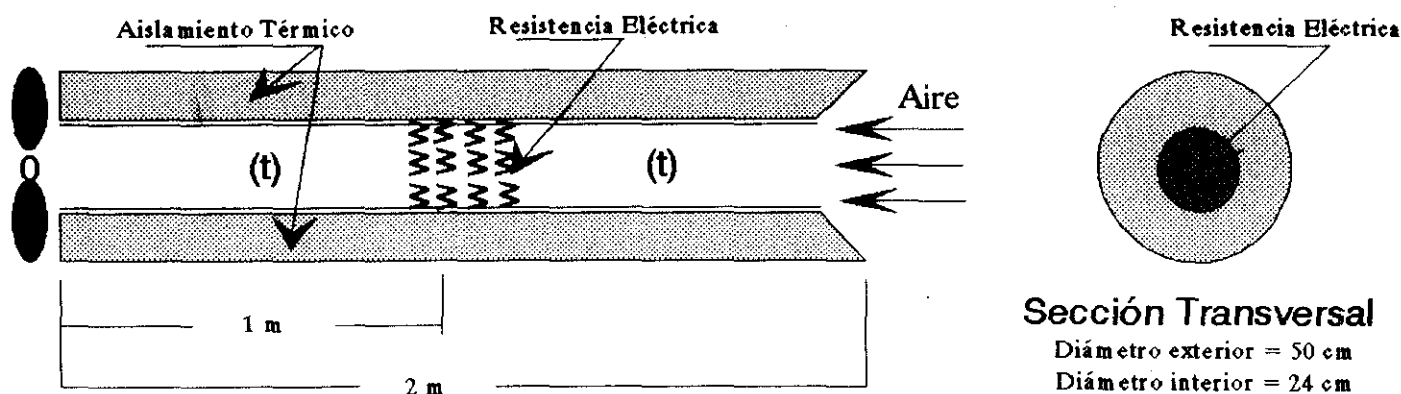


Fig. 7.5. Esquema del medidor de caudal másico de aire.

El objetivo del aislamiento térmico establecido (cámara de aire y poliestireno expandido) es evitar alteraciones en

³ Perry, J.H.; 1979. Manual del Ingeniero Químico. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana. Tomo I, II.

⁴ ASTM D3464-75 Standard test method for average velocity in a duct using a thermal anemometer.

⁵ ASTM D3154-72 Standard test method for average velocity in a duct (Pitot tube method).

los perfiles de temperatura de las secciones transversales del medidor por efecto del calentamiento ó enfriamiento de la pared del tubo de canalización del aire. De otra parte, con el doble propósito de minimizar el tiempo de respuesta del medidor y de conseguir la resolución analítica de las ecuaciones de evolución térmica del aire a su paso por el mismo, el cilindro interior se construyó con una plancha de aluminio anodizado de 2.5 mm de espesor y de emisividad en el infrarrojo térmico inferior a 0.2.

Ecuación de evolución térmica del aire en el medidor. Se aceptaron como hipótesis de trabajo que: **a)** El perfil de temperaturas en cualquier sección transversal del medidor es plano (corroborado a posteriori empíricamente); **b)** La pared del cilindro de conducción del aire es totalmente reflexiva en el infrarrojo térmico ($\epsilon < .2$); y **c)** El coeficiente de transporte convectivo de calor entre la pared del cilindro interior y el aire, así como la conductividad térmica equivalente del aislamiento, son constantes a lo largo de la conducción. De esta forma, se obtuvo la siguiente expresión del caudal másico de aire, m (Kg/s), en función de dos magnitudes físicas directamente medibles, la potencia eléctrica suministrada, P (W), y el salto térmico experimentado por el aire al atravesar la parrilla de resistencias eléctricas, ΔT (C) (Palomo, 1987 c):

$$m c_p \Delta T = P - Q_3 \quad (7.6)$$

El término Q_3 representa el balance radiativo neto en la sección transversal del medidor que contiene a las resistencias eléctricas. Siendo de muy difícil determinación experimental, el diseño y dimensionado tanto de la conducción de aire como de la parrilla de resistencias eléctricas se realizó de forma que dicho término resultase despreciable frente al de potencia eléctrica disipada (P) (Palomo, 1987 c).

Medida del salto térmico y de la potencia de calefacción. La medida del salto térmico ΔT se realiza de forma diferencial mediante dos termopilas de 3 pares termoelectrónicos tipo T cada una, situadas en sendas secciones transversales del medidor, distantes 35 cm de la zona de resistencias eléctricas (ver fig. 7.5). Los termopares se recubrieron con una funda adhesiva de aluminio para evitar cualquier efecto radiativo sobre ellos y se orientaron en la dirección principal del flujo de aire dentro del medidor para minimizar posibles fenómenos de estancamiento. El error absoluto en la medida del salto térmico, $\mu_{\Delta T}$, se estima en 0.2 °C.

La potencia eléctrica se determina de forma indirecta midiendo simultáneamente la caída de tensión en las resistencias eléctricas del medidor (V) y en un segundo emparrillado eléctrico exterior (V^*). Este último está constituido por nueve resistencias de Nichrome ($\alpha = 0.00015 \Omega.m.C^{-1}$) conectadas en paralelo y dispuestas dentro de una caja a la que se acoplaron dos ventiladores de 10 cm. de diámetro. Con este montaje se consigue que la resistencia de este segundo emparrillado ($R^* = 0.976 \Omega$) apenas varíe en el transcurso de los experimentos, permitiéndonos la estimación de la intensidad de corriente como el cociente V^*/R^* . Calculando la potencia eléctrica como $P = V.V^*/R^*$, el error relativo asociado a esta magnitud, $\epsilon_p = \sqrt{(\epsilon_v^2 + \epsilon_{v^*}^2 + \epsilon_{R^*}^2)}$, resulta inferior a .5E-2.

Análisis de errores en la medida de caudal. El error relativo asociado a la medida de caudal másico de aire se estimó mediante la ecuación siguiente:

$$\epsilon_m = \sqrt{\epsilon_p^2 + \epsilon_{\Delta T}^2 + \epsilon_{Q_3}^2} \quad (7.7)$$

Para la estimación del término Q_3 se supuso (Palomo, 1987 c) que: **a)** Las secciones transversales del medidor correspondientes a las bocas de salida y entrada de aire son discos negros a la temperatura de salida y entrada del aire al medidor, respectivamente. **b)** La zona de resistencias eléctricas se comporta como un disco negro con temperatura uniforme. **c)** La superficie interior del cilindro de conducción de aire es un reflector difuso perfecto en el infrarrojo térmico ($\epsilon_2 < .15$).

A partir de las ecuaciones de balance radiativo-convectivo del medidor, mediante un procedimiento iterativo, se

realizó una estimación del error relativo ϵ_{q3} , adoptando una función de descripción del número de Nusselt del tipo $Nu = C.Re^n.Pr^{1/3}$, con valores de C y n de .973 y .534, respectivamente⁶. Se observó que para un valor de la relación longitud/diámetro del cilindro interior de $l=8$, en el rango de velocidades que nos es de interés y para valores de la potencia eléctrica inferiores a 3000 W, dicho error es inferior al 1%. Se comprobó que este valor aumenta al disminuir l, así como para cualquier posición de la parrilla de resistencias distinto de 1/2, siendo prácticamente insensible al valor de temperatura de entrada del aire al medidor en el rango de 15 a 30 °C.

Examinados μ_{AT} , ϵ_p y ϵ_{q3} , se procedió finalmente a la estimación del error relativo asociado a la medida del caudal másico de aire, para potencias eléctricas entre 2000 y 4000 W y en un rango de velocidad media del aire en el medidor de 5 a 15 $m.s^{-1}$. Se observó que cuanto mayor es el caudal de aire mayor es la potencia eléctrica que se requiere para conseguir un mismo valor de ϵ_m . Limitando este último al 4%, será preciso aplicar potencias superiores a 2500 y 3500 W para valores de U_m superiores a 9 y 13 $m.s^{-1}$, respectivamente. Dado el volumen de nuestro prototipo experimental de invernadero los valores de U_m previsibles son inferiores a 10 $m.s^{-1}$, por lo que se seleccionó un valor de P igual a 2700 W.

Sensibilidad del medidor de caudal. Para un valor de potencia eléctrica determinado, la sensibilidad del medidor viene dada por:

$$S = \frac{P}{m^2 c_p} \quad (7.8)$$

Es función no lineal del caudal másico de aire, m, que presenta para valores bajos de este último ($m < 450 \text{ gr.s}^{-1}$) una apreciable variación con la potencia eléctrica. En nuestro caso ($P=2700 \text{ W}$), en el rango de caudales que nos es de interés ($250 \text{ gr.s}^{-1} < m < 550 \text{ gr.s}^{-1}$), la sensibilidad del medidor varía entre 0.4 y 0.1 °C.Dgr.s⁻¹. Teniendo en cuenta que μ_{AT} es del orden de 0.2 °C, el medidor no será capaz de detectar variaciones de caudal másico de aire inferiores a 5 $gr.s^{-1}$ ($m=250$) ó 20 $gr.s^{-1}$ ($m=550$), valores que por otro lado se sitúan en el límite máximo de error estimado en la medida de caudal.

7.3. EXPERIENCIAS DISEÑADAS

El diseño del experimento condicionará en gran medida la calidad de los resultados del proceso de identificación: determina la cantidad de información que podremos extraer acerca del comportamiento higratérmico del invernadero; impone restricciones sobre la naturaleza, dimensión y estructura paramétrica de los modelos candidatos a describir el microclima de estos sistemas (identificabilidad de modelos); y, por último, interviene de manera muchas veces decisiva sobre el sesgo y varianza que afectan a los parámetros de los modelos ajustados. El diseño del experimento implica, entre otras cosas:

- a) La selección de las variables de entrada y salida: ¿Qué señales han de ser consideradas como entradas al sistema (señales que lo excitan) y cuáles como salidas del mismo (señales de respuesta)? ¿Cómo y dónde han de ser medidas?
- b) ¿Qué frecuencia de registro se precisa y cuál ha de ser la duración del experimento para poder extraer del mismo cuanta información dinámica del sistema requiramos?
- c) Las señales de entrada determinan las partes y modos del sistema que se van a ver excitados en el transcurso del experimento, ¿qué forma y qué espectro de potencia han de tener, de ser manipulables por el observador, para que se produzca la excitación de cuantos modos interese y en la forma en que interese?

⁶ Gröber, H. & S. Erk, 1967. Transmisión de Calor. Selecciones Científicas. Madrid.

d) Una vez finalizado el experimento los datos recabados pueden presentar deficiencias que conviene subsanar antes de utilizarlos en los algoritmos de identificación, ¿qué tipo de acondicionamiento previo de señal necesitamos?

A continuación pasamos revista a los puntos a) y b). El punto d) será tratado en el capítulo siguiente, y el c) omitido. La mayor parte de nuestros experimentos se realizaron con el invernadero en evolución libre, esto es, sin ningún tipo de control o actuación sobre el mismo. De este modo, la cuestión c) se invierte y lo que trataremos de investigar, también en el capítulo siguiente, es la cantidad de información que sobre la dinámica del invernadero poseen los experimentos realizados.

7.3.1. Variables de entrada y salida.

ENTRADAS: A lo largo de este trabajo hemos señalado, en el contexto de los modelos denominados de conocimiento, como variables no manipulables que excitan al invernadero las siguientes:

- Irradiancia solar directa y difusa.
- Temperatura y humedad específica del ambiente exterior.
- Temperatura aparente del cielo.
- Temperatura de suelo a una profundidad suficiente como para que no se vea afectada por la onda térmica superficial.

y como entradas comandables:

- En invernadero con ventilación forzada, la temperatura y humedad específica del aire a la entrada.
- Potencia de calefacción o de refrigeración si fuera el caso.
- Otras relativas a sistemas de control del ambiente del sistema.

En el contexto de este trabajo, en invernaderos sin otra manipulación que la de ventilación forzada, las entradas se reducen a las no comandables. De otra parte, dadas nuestras limitaciones en lo relativo a instrumentación, dichas variables se condensaron en:

- Irradiancia solar global: I_g
- Temperatura y humedad específica del ambiente exterior: T_a y θ_a
- La temperatura y humedad específica del aire a la entrada del invernadero: T_{IN} y θ_{IN}

No hubo posibilidad de medir las dos componentes de la radiación solar, ni tampoco fué posible efectuar medidas de la radiancia del cielo en el infrarrojo térmico o de la temperatura aparente de cielo.

SALIDAS: Son consideradas como salidas del invernadero, la temperatura y la humedad específica del aire interior del invernadero: T_a y θ_a , aunque también se registraron las temperaturas superficiales de cubierta y suelo. En los experimentos realizados con ventilación forzada de aire, hubiese sido también interesante incluir como salidas los valores de calor útil total, sensible y de cambio de fase, pero las medidas de caudal de aire no resultaron ser lo bastante buenas debido a un deficiente acoplamiento del medidor al invernadero.

7.3.2. Frecuencia de medida y duración del experimento.

El proceso de discretización de los datos producidos por el sistema es inherente a los sistemas de adquisición de datos por ordenador. Evidentemente, esto supone una pérdida de información dinámica: para un intervalo temporal de muestreo uniforme (T), se perderá la información del sistema asociada a frecuencias superiores a la de Niquist, $w_N = \frac{1}{2} (2\pi/T)$. Esto implica la necesidad de determinar un intervalo temporal de discretización, T , que haga que dicha pérdida resulte insignificante.

Para una duración del experimento predeterminada, los criterios a tener en cuenta a la hora de fijar T (Ljung, 1987) pueden resumirse en el modo siguiente:

- Una frecuencia de muestreo excesivamente alta puede acarrear problemas de tipo numérico. Las medidas podrían estar afectadas por gran cantidad de ruido y ser, en consecuencia menos informativas de lo debido. El ajuste del modelo se concentraría en las bandas de alta frecuencia.
- Si el intervalo de muestreo fuese superior a las constantes de tiempo naturales del sistema, los datos recabados contendrían escasa información acerca de la dinámica del sistema, y aumentaría drásticamente la varianza asociada a los parámetros de los modelos ajustados.
- Una selección adecuada de T debería encontrarse en el rango de la constante de tiempo más pequeña que queramos detectar, siendo inferior a ella. En muchas ocasiones se adopta un valor de T diez veces inferior al de la constante de dicha constante.

En el caso que nos ocupa se adoptaron valores del intervalo de muestreo entre 2 y 5 min y periodos de medida de 1 a 2 días (ver Tabla 7.1). La duración de los experimentos se estableció de forma que se aseguraba la detección de la constante de tiempo principal del invernadero ⁷, a la par que se disminuía el riesgo de variación del sistema en el transcurso del experimento.

7.3.3. Experimentos realizados.

Los experimentos llevados a cabo pueden agruparse en tres grupos o categorías:

GRUPO 1: Este grupo de experimentos se realizó en ausencia de vegetación y de circulación forzada, estando cerradas las aberturas de entrada y salida de aire del invernadero.

FECHA INICIO DD/MM	GRUPO	INTERVALO DE MEDIDA (min)	NUMERO DE MEDIDAS	REFERENCIA
05/09	1	2	591	05/09
09/01	1	3	972	09/01
11/01	1	3	1084	11/01
03/05	2	3	480	03/05
08/05	2	3	480	08/05
10/06	3	5	425	10/06
27/06	3	5	425	27/06
29/06	3	5	425	29/06
06/08	3	5	267	06/08

TABLA 7.1. Experimentos realizados.

GRUPO 2: Los experimentos de este grupo se realizaron en ausencia de vegetación pero con ventilación forzada

⁷ En este sentido, se recomienda (ver ej. Ljung, 1987) una duración de al menos 10 veces la constante de tiempo del sistema en que estemos interesados.

de aire.

GRUPO 3: Estas experiencias se realizaron con el cultivo de tomate plenamente desarrollado y haciendo uso continuo del sistema de ventilación forzada. Se utilizaron dos caudales de aire distintos.

De los experimentos correspondientes a cada uno de los grupos señalados, se escogieron para su análisis, atendiendo a criterios de calidad y representatividad, los que aparecen reflejados en la Tabla 7.1, de los que ofrecemos a continuación una descripción cualitativa.

05/09: Este experimento se llevó a cabo un día 5 de septiembre con alto nivel de radiación solar (fig. 7.6a). En las primeras y últimas horas del día, aunque se observan rachas ocasionales de viento (fig. 7.6b), predomina la calma. A medida que el sol va cobrando altura aumenta considerablemente la velocidad de viento, alcanzando valores en el entorno de los 2 m/s. En la figura 7.6c aparece representada la evolución térmica del aire, del suelo y de la cubierta del invernadero, junto con la del aire exterior. En ella podemos observar como el invernadero llega a situarse 20 °C por encima de su entorno durante el día. En la noche, la temperatura de la cubierta se sitúa por debajo de la del exterior y las temperaturas de suelo y aire del invernadero se aproximan a ella, manteniéndose uno o dos grados por encima.

09/01: Este experimento se prolongó durante casi dos días. Las condiciones de irradiancia solar y velocidad de viento imperantes a lo largo del mismo aparecen contenidas en las figuras 7.7a y 7.7b. En ellas se observan dos días muy similares en relación con ambas variables: velocidades de viento inferiores a 1 m/s y valores de irradiancia solar global a medio día del orden de 300 W/m², en el exterior, y de 100-120 W/m², en el interior. En la figura 7.7c aparecen representada la temperatura ambiente exterior y las temperaturas medias de cubierta, suelo y aire del invernadero frente al número de medidas. Apreciamos un claro calentamiento del ambiente exterior a partir del mediodía del día 10, probablemente ocasionado por un cambio en las condiciones de presión atmosférica. Durante el día el invernadero se halla a un nivel térmico superior al de su entorno, mientras que durante la noche la temperatura de cubierta se sitúa claramente por debajo de la ambiente exterior, la del aire del invernadero se iguala a ésta y la superficial del suelo se mantiene pocos grados por encima de la misma.

11/01: El experimento comenzó en la madrugada de un día 11 de enero y se prolongó durante más de dos días. Las condiciones meteorológicas variaron sustancialmente respecto de los dos días anteriores. Como se aprecia en la figura 7.8a la irradiancia solar global se redujo considerablemente y adoptó perfiles mucho más fluctuantes. Asimismo, aumentó considerablemente la velocidad de viento exterior (ver fig. 7.8b). En cuanto a las condiciones térmicas del experimento (ver fig. 7.8c), observamos un descenso general de las mismas. Otra particularidad de este experimento es el hecho de que durante la noche tanto la temperatura del aire del invernadero como la temperatura superficial del suelo se mantienen por encima de la temperatura ambiente exterior, mientras que es ahora la temperatura de cubierta la que se iguala con ésta.

03/05: Este experimento corresponde ya al grupo 2 (ventilación forzada con aire seco), siendo su duración de un día. En la figura 7.9a observamos un alto nivel de irradiancia solar en el día, alterado por la presencia de nubosidad variable. Nótese que en ocasiones la irradiancia solar global supera los 1100 W/m², siendo éste un valor que puede parecer irreal. El experimento se llevó a cabo en un día de cielo claro con alternancia de nubes blancas que provocan efectos locales de concentración de la radiación solar. En la figura 7.9b, vemos como la velocidad de viento tiende a aumentar antes del medio día y a disminuir a partir de ese momento. En las horas centrales se situó en el entorno de los 2-3 m/s. Finalmente, en la figura 7.9c, aparecen representadas las temperaturas superficiales de cubierta y suelo y las del aire interior y exterior. La amplitud térmica diaria exterior es de unos 10 °C, mientras que en el interior es de unos 15 °C. Durante el día el invernadero se halla térmicamente por encima de su entorno, mientras que durante la noche la temperatura de cubierta se sitúa por debajo de la temperatura ambiente exterior, la temperatura del aire se iguala a ésta y la temperatura superficial de suelo se mantiene un par de grados por encima de ella. De todas las variables registradas, la temperatura de cubierta es la que más se ve afectada por las

fluctuaciones de la radiación solar, como era de esperar dada su escasa inercia térmica.

08/05: Este experimento presenta características análogas al anteriormente descrito. En las figuras 7.10 pueden observarse los niveles de irradiancia solar global, velocidad de viento y temperatura imperantes a lo largo del mismo.

10/06: Este es el primer experimento con aire húmedo y ventilación forzada que presentamos. Se realizó durante dos días 10 y 11 de Junio, comenzando poco antes del mediodía solar del primer día. El día 10 (ver fig. 7.11a) fué un día claro de radiación solar, mientras que durante el día 11 el perfil de irradiancia solar global se vió continuamente alterado por la presencia de nubes. En ambos casos, en el mediodía solar se alcanzaron valores de irradiancia solar global sobre plano horizontal próximos a los 1000 W/m^2 . Como en casos anteriores, en este experimento observamos una tendencia de la velocidad de viento a aumentar durante las horas de sol (ver fig. 7.11b). Toma valores muy por debajo de 1 m/s durante la noche, mientras que durante el día llega a sobrepasar los 3 m/s . Como podemos apreciar en la figura 7.11c, la temperatura ambiente exterior experimenta una ligera subida del día 10 al 11 que se hace sentir en el resto de las magnitudes térmicas medidas. Como en ocasiones anteriores durante el día el sistema se halla bastante más caliente que su entorno, mientras que durante la noche la temperatura de cubierta queda por debajo de la temperatura exterior, la temperatura del aire interior se iguala con ésta y la temperatura superficial del suelo se mantiene $1\text{-}2 \text{ }^\circ\text{C}$ por encima de ella. Finalmente, en la figura 7.11d aparecen representadas la humedad específica del aire exterior y la del aire interior frente al número de medida. En ella se observa que la humedad específica del ambiente exterior tiende a aumentar con el paso del tiempo, lo que indica que se está produciendo un cambio paulatino de la masa de aire presente. En cuanto a la humedad específica del aire interior vemos que se iguala a la exterior durante la noche, cuando el fenómeno de transpiración es irrelevante, mientras que durante el día tiende a seguir el curso de la radiación solar.

27/06: Este experimento, con una duración de casi dos días, pertenece también al grupo 3. Las condiciones en que se desarrolló aparecen contenidas en las figuras 7.12. Dos aspectos del mismo pueden llamar la atención del observador: a) Durante la noche se produce un aumento repentino ($\approx 3 \text{ }^\circ\text{C}$) de la temperatura ambiente exterior acompañado de un descenso repentino de la humedad específica (casi 2 gr/kg), sólo explicable por un cambio de la masa de aire presente; b) En la tarde del día 28 se produjo un descenso rápido y drástico de la irradiancia solar y de la temperatura del aire exterior que afectó sensiblemente al invernadero. Esto fué debido al desarrollo de una tormenta de verano.

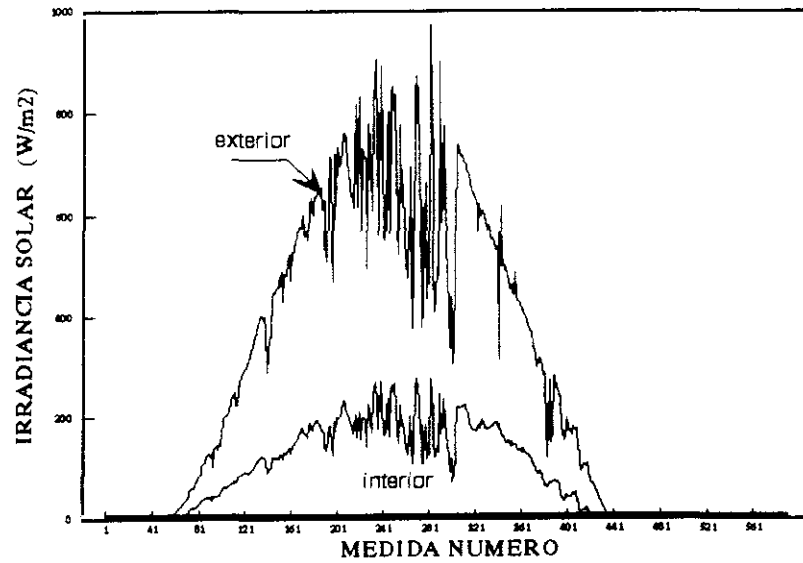
29/06: Este experimento se realizó en condiciones similares a las del día precedente (ver fig. 7.13). Como en el caso anterior, en la tarde se observa el desarrollo de una tormenta de verano (descenso brusco de la radiación solar, de la temperatura ambiente exterior y del estado térmico del invernadero).

06/08: El último experimento que presentamos del grupo 3 se llevó a cabo durante un día 6 de agosto. Fué un día tremendamente claro (ver fig. 7.16a), con niveles de irradiancia solar global por encima de los 900 W/m^2 en el mediodía solar. Como en otras ocasiones, la velocidad de viento (ver fig. 7.16b) fué mayor durante las horas de sol que durante la noche. La oscilación térmica exterior (ver fig. 7.16c) rondó los $10 \text{ }^\circ\text{C}$ y el comportamiento térmico de la cubierta, la superficie del suelo y el aire del invernadero presentó idénticas tendencias a las mencionadas en ocasiones anteriores. En la figura 7.16d aparecen representadas la evolución de la humedad específica ambiente exterior y la evolución de la humedad específica ambiente interior.

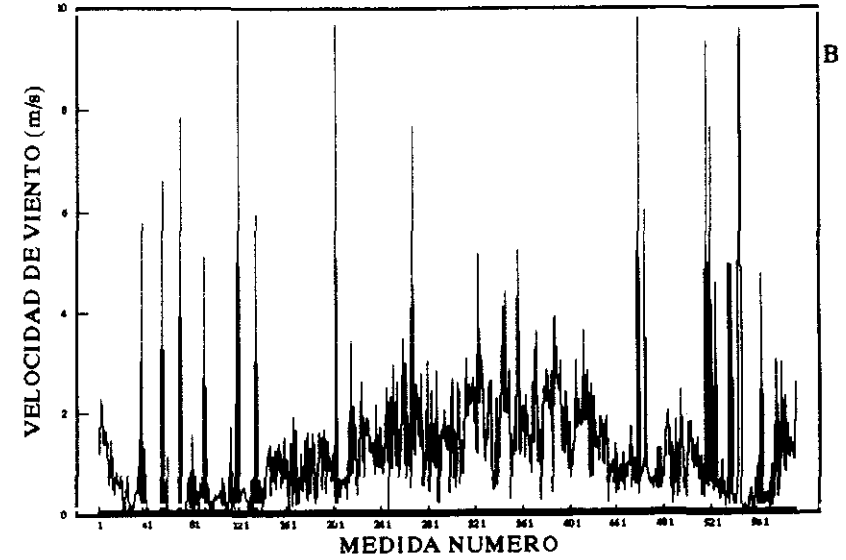
NOTA: En todos los experimentos que se realizaron con ventilación forzada, el aire fué tomado del ambiente, es decir $T_{IN} = T_\infty$ y $\theta_{IN} = \theta_\infty$. Téngase en cuenta que el ventilador trabajó siempre en aspiración.

EXPERIMENTO 05/09 DEL GRUPO 1

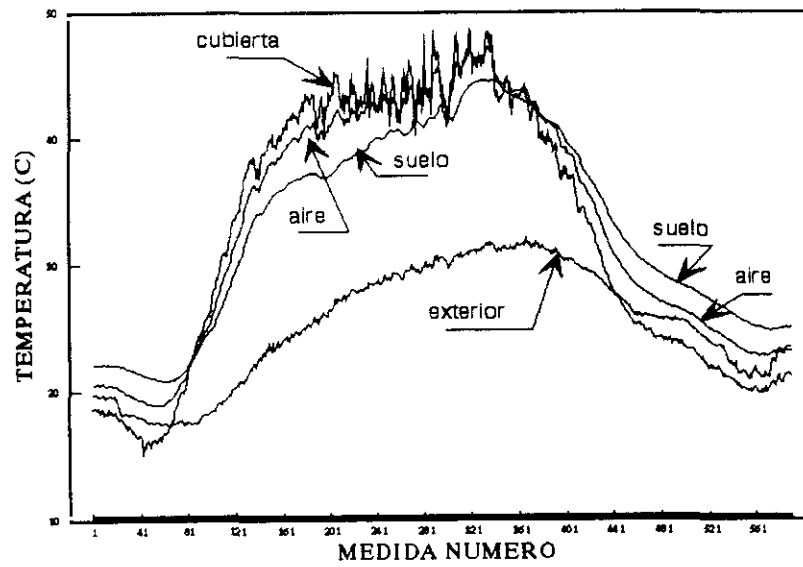
Fig. 7.6.- Medidas registradas durante el experimento 05/09 del Grupo 1.



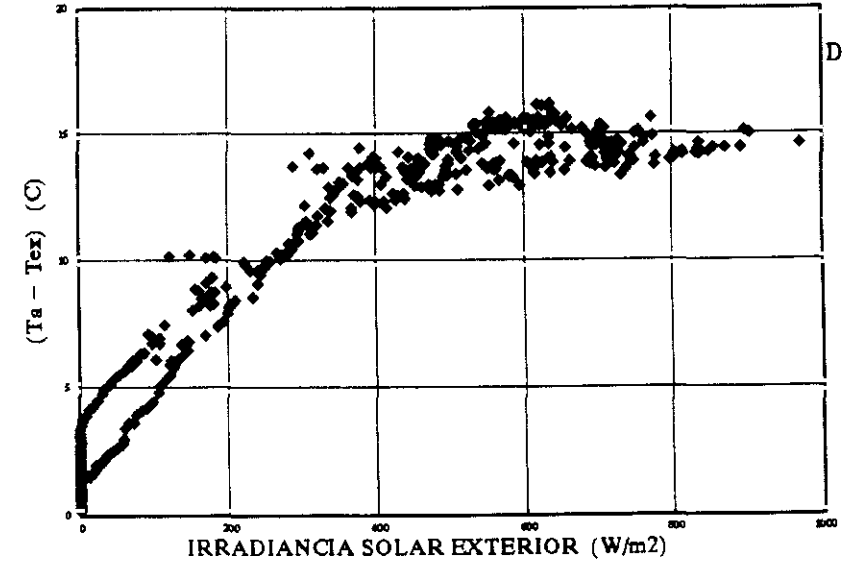
A



B



C



D

EXPERIMENTO 09/01 DEL GRUPO 1

Fig. 7.7.- Medidas registradas durante el experimento 09/01 del Grupo 1.

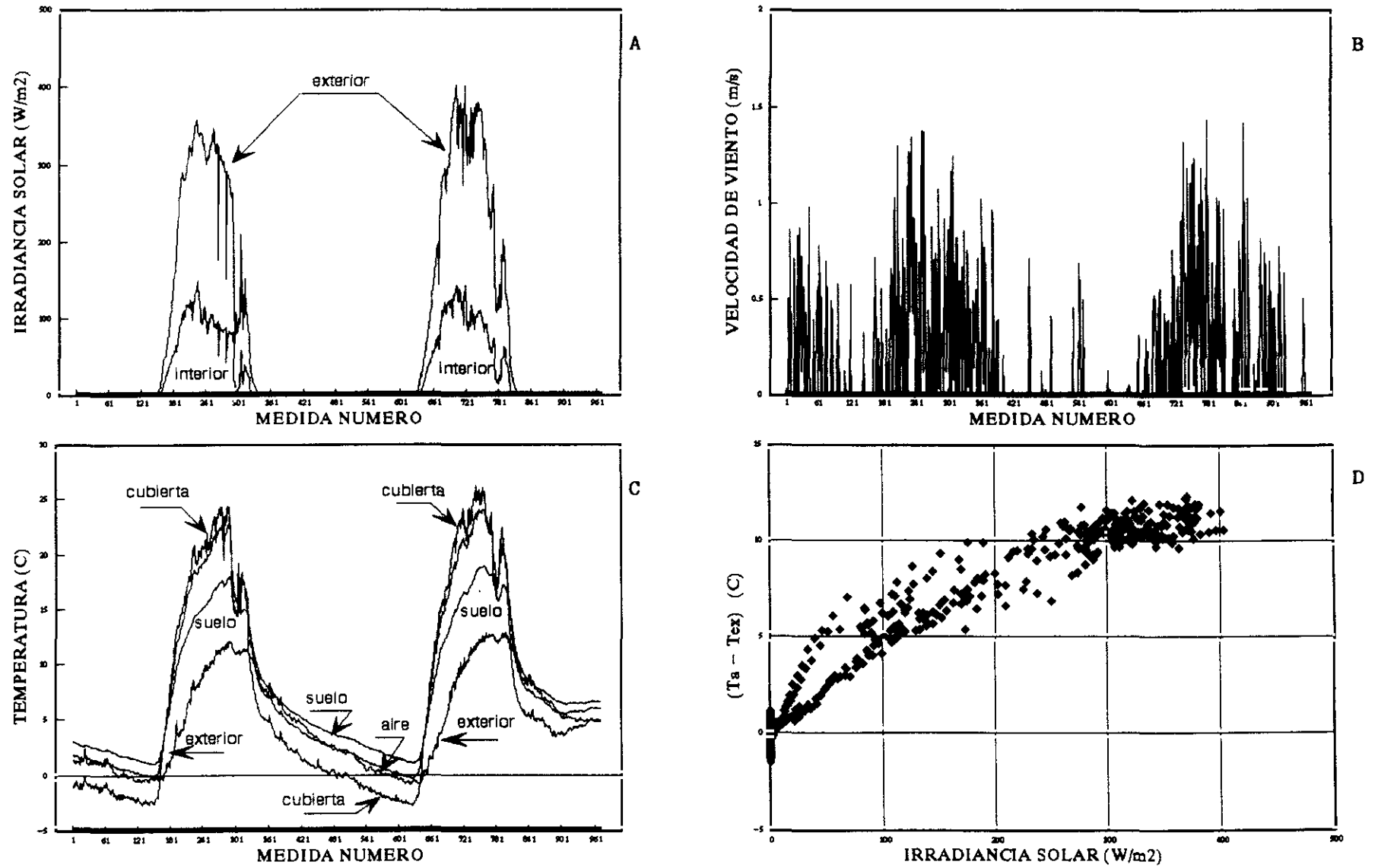
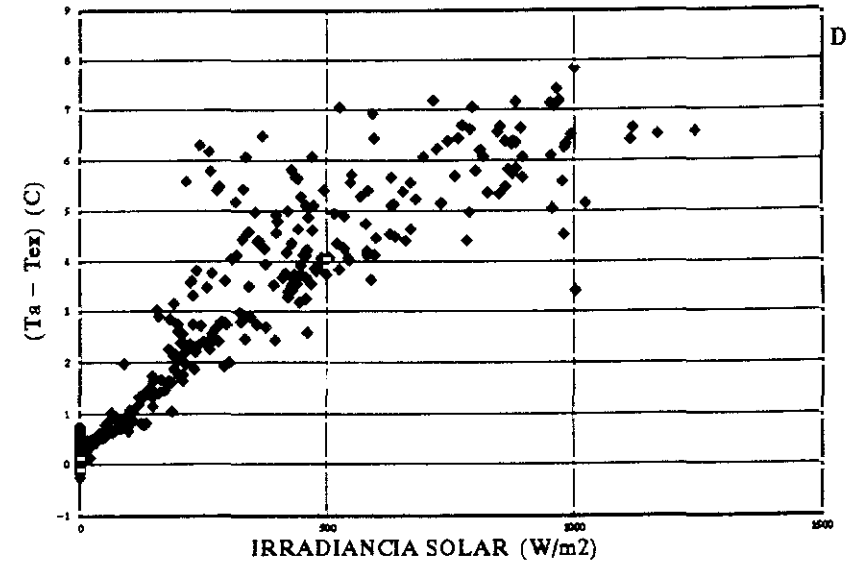
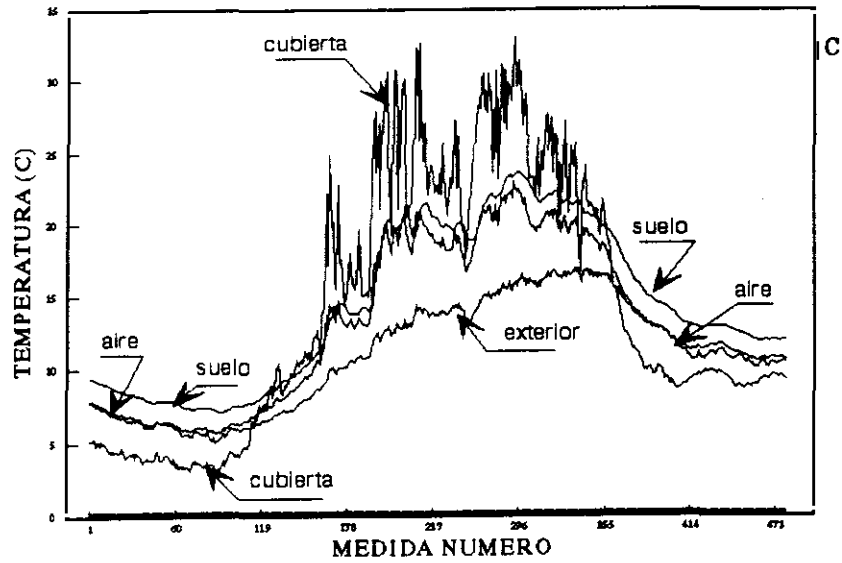
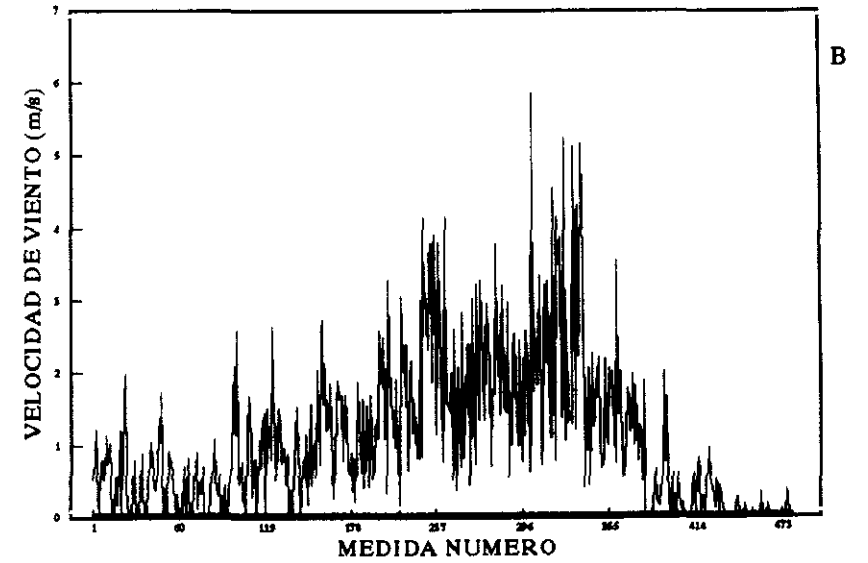
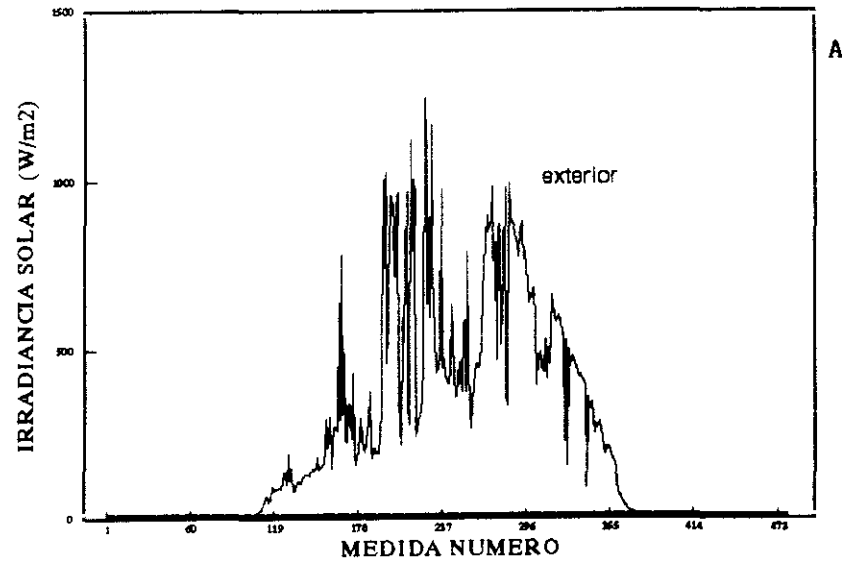


Fig. 7.8.- Medidas registradas durante el experimento 11|01 del Grupo 1.



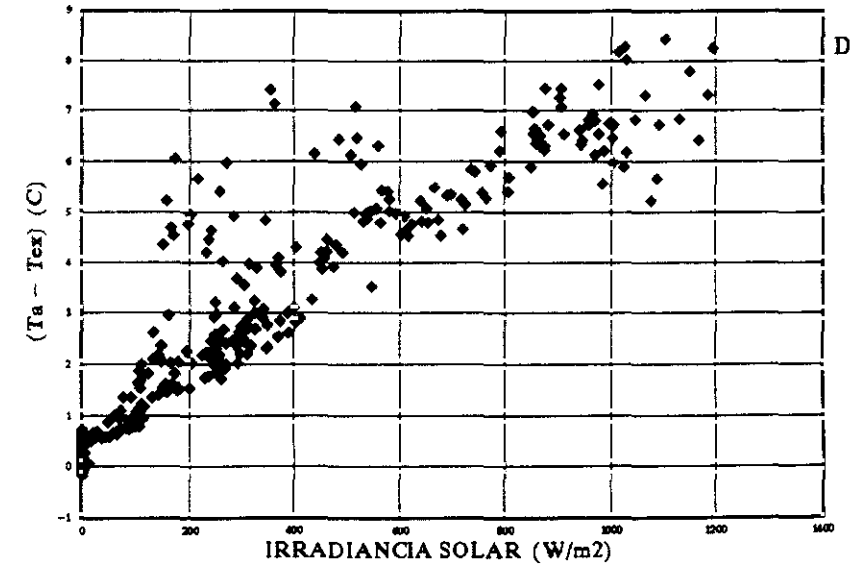
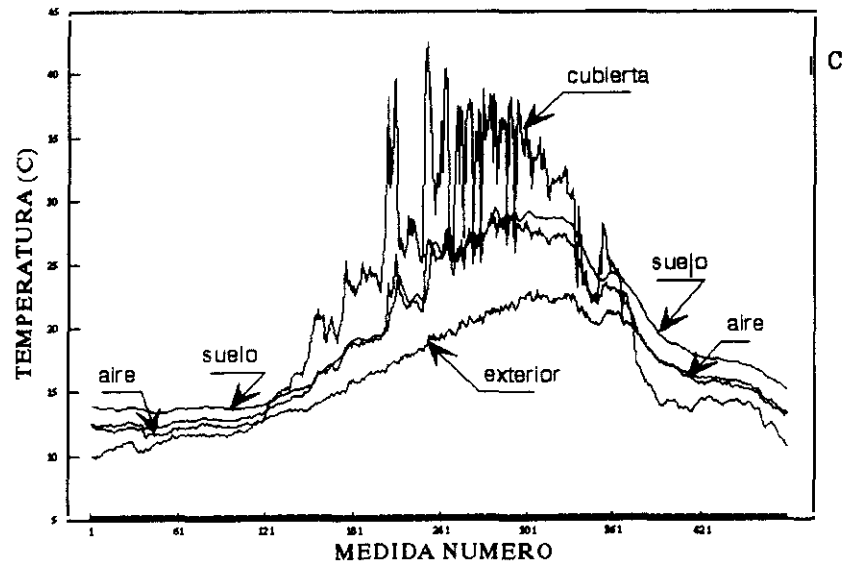
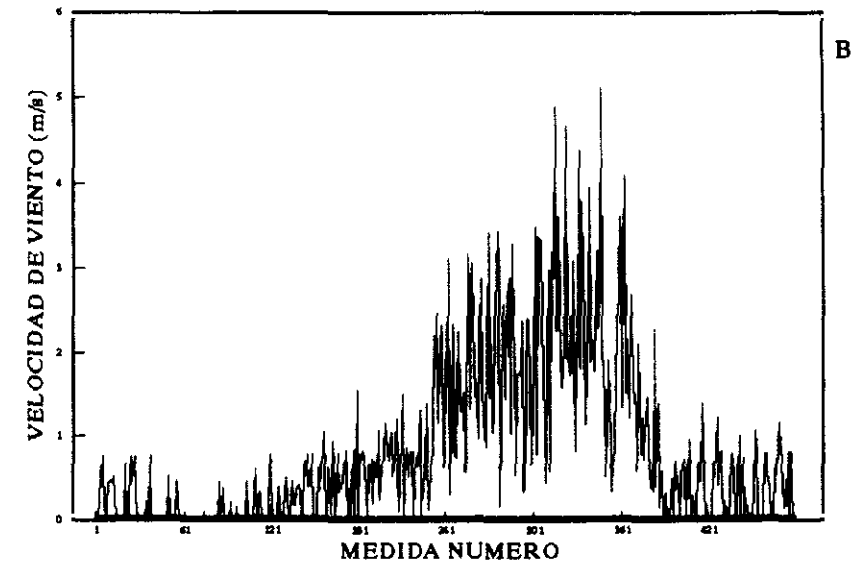
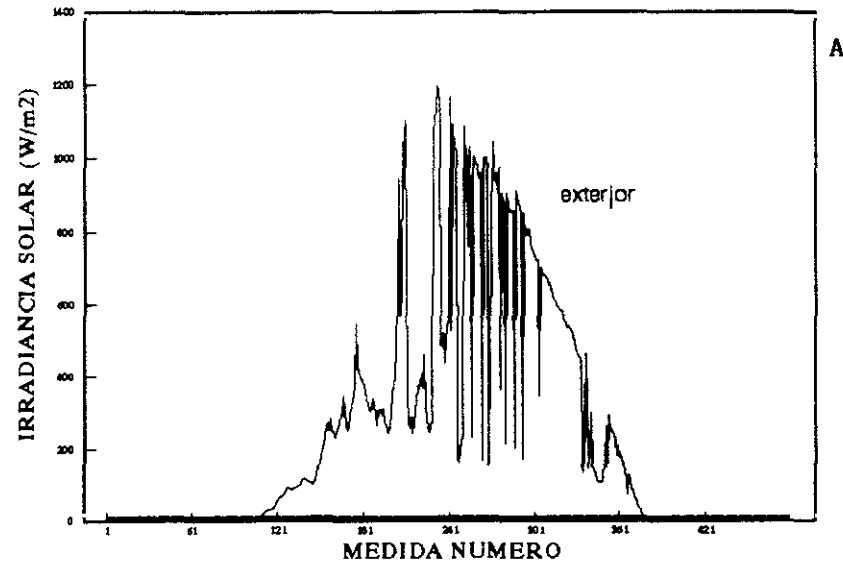
EXPERIMENTO 03/05 DEL GRUPO 2

Fig. 7.9.- Medidas registradas durante el experimento 03|05 del Grupo 2.



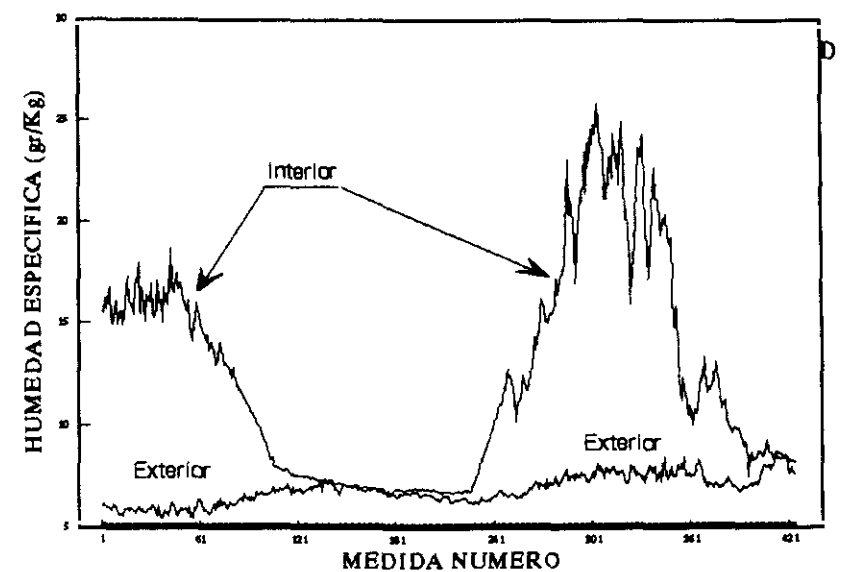
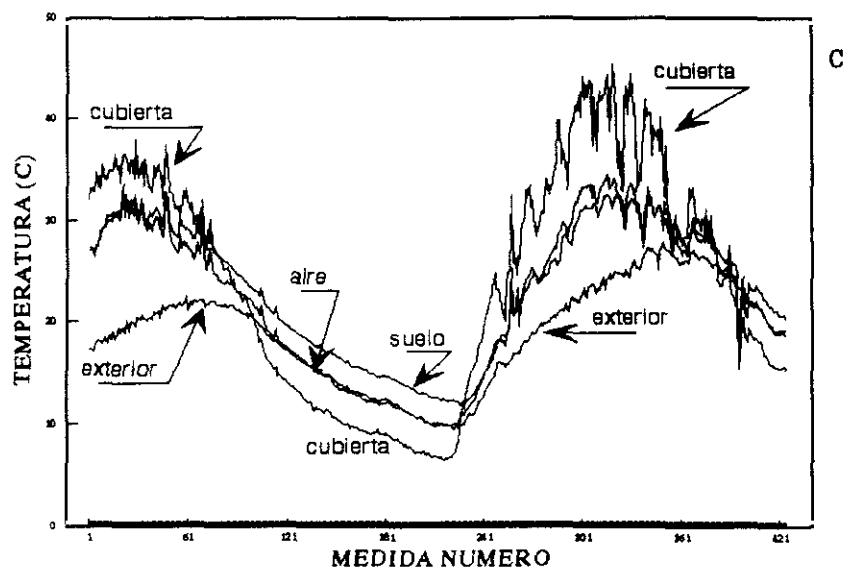
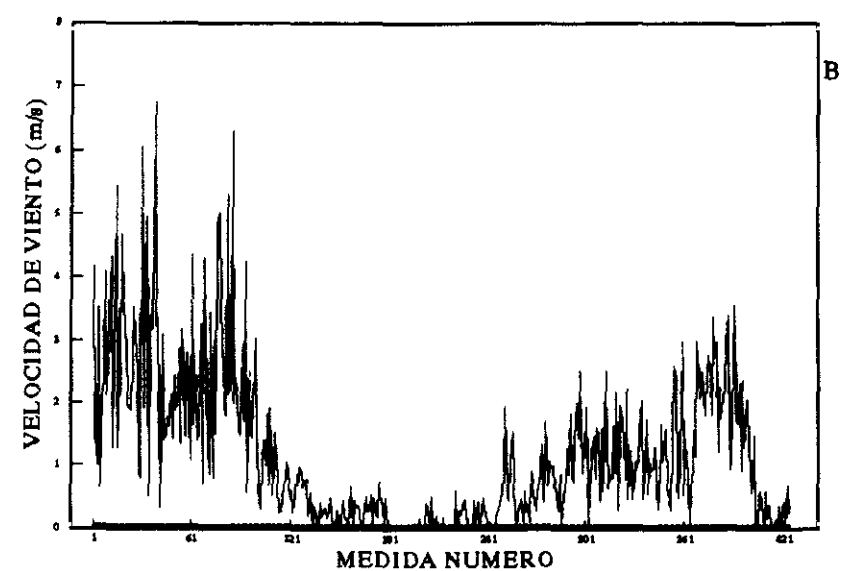
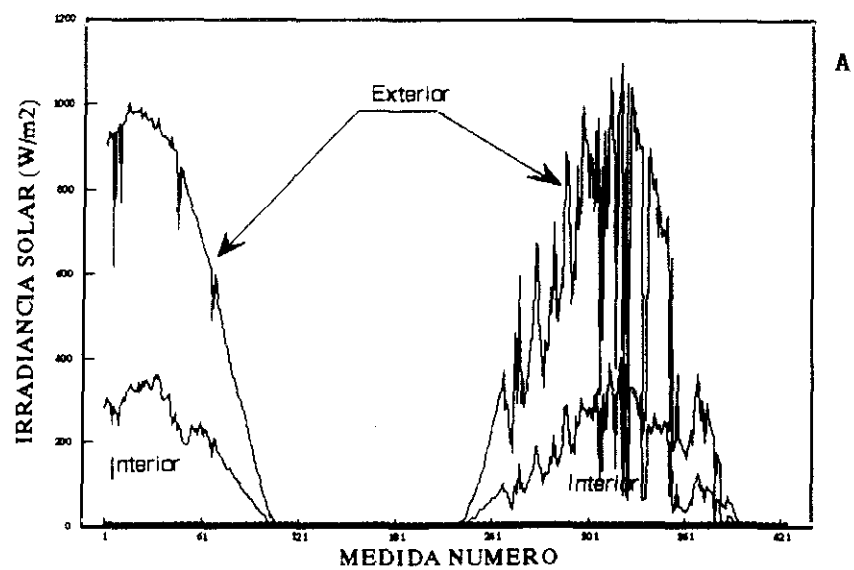
EXPERIMENTO 08/05 DEL GRUPO 2

Fig. 7.10.- Medidas registradas durante el experimento 08/05 del Grupo 2.



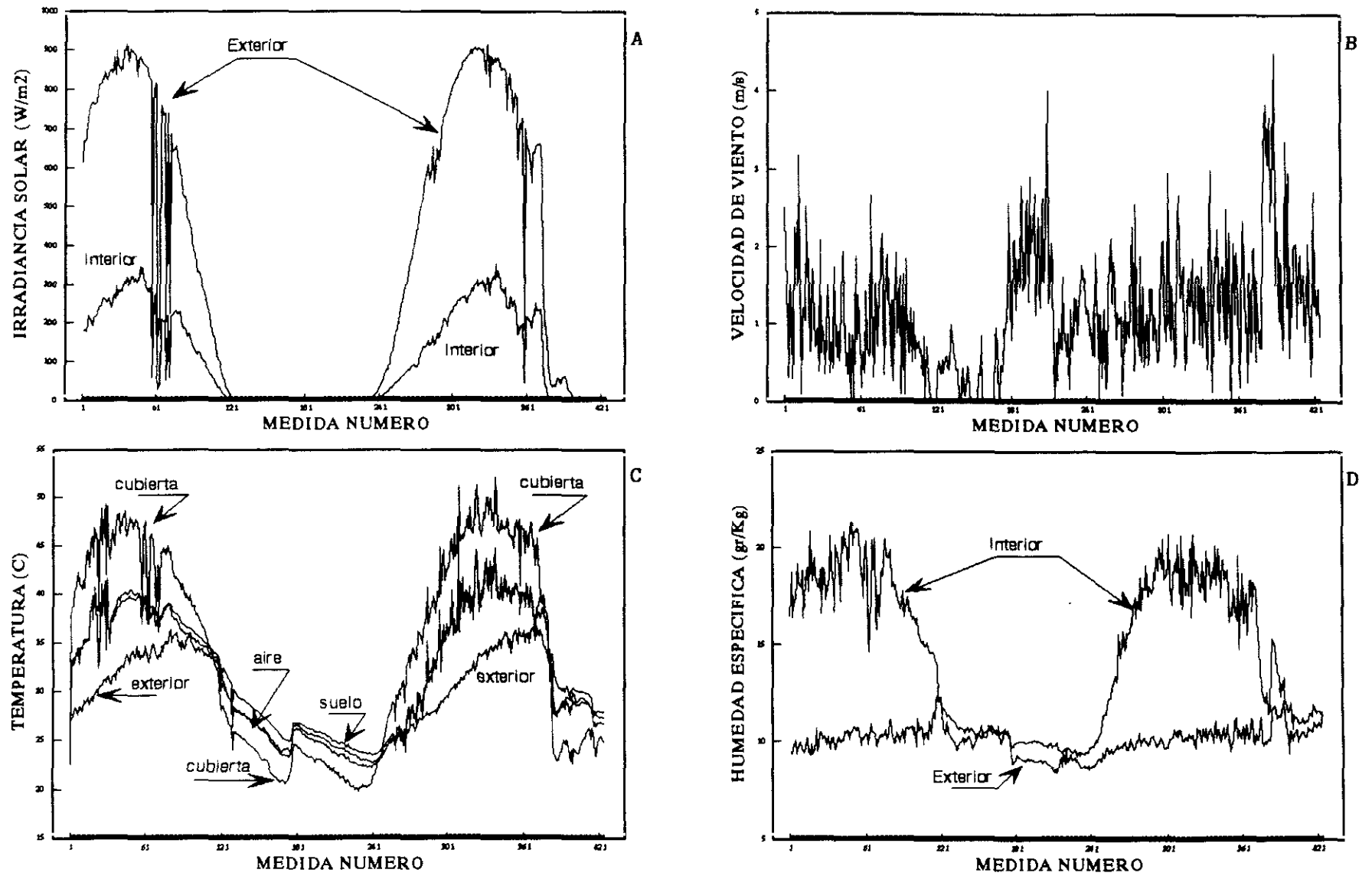
EXPERIMENTO 10/06 DEL GRUPO 3

Fig. 7.11. Medidas registradas durante el experimento 10/06 del Grupo 3.



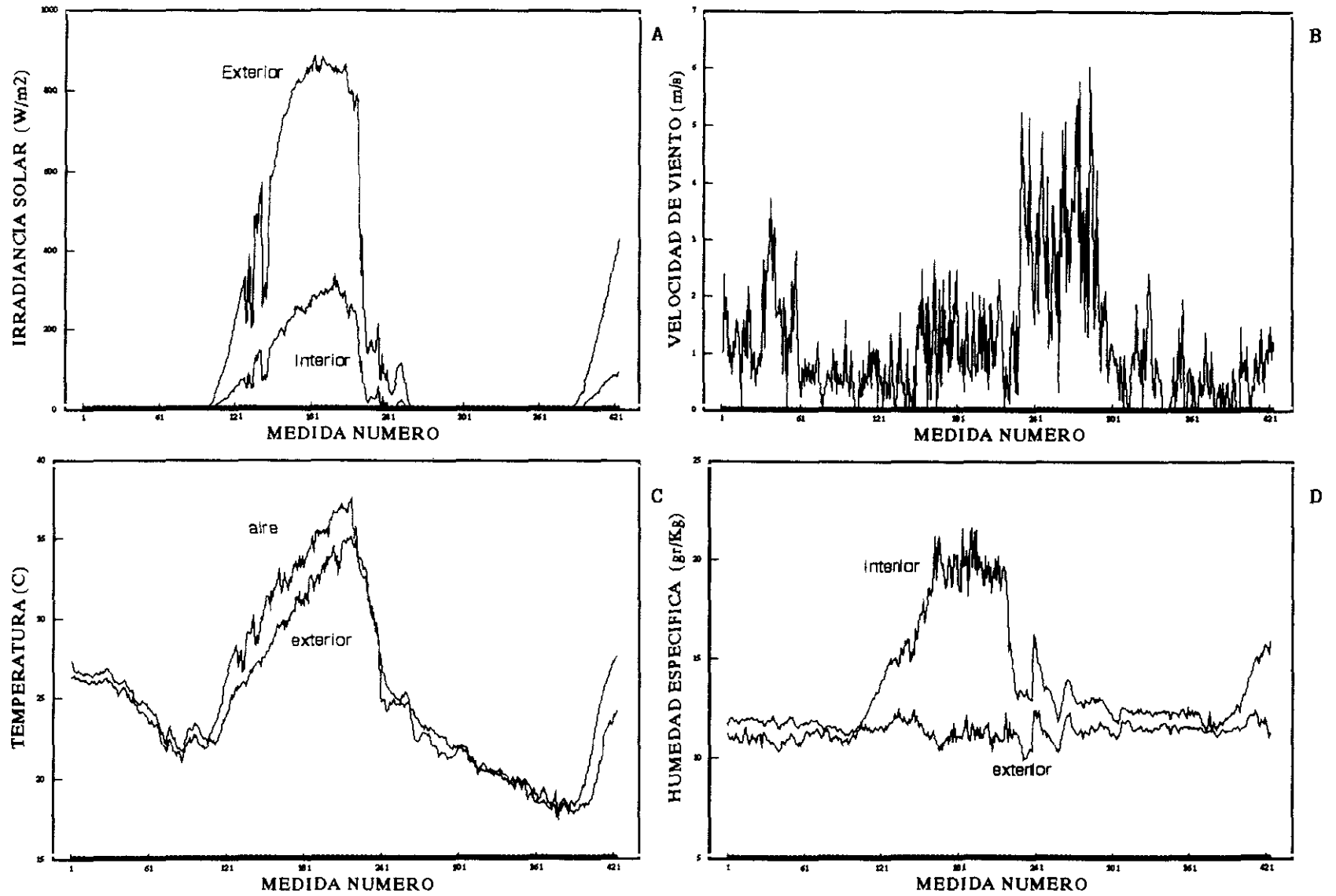
EXPERIMENTO 27/06 DEL GRUPO 3

Fig. 7.12.- Medidas registradas durante el experimento.27|06 del Grupo 3.



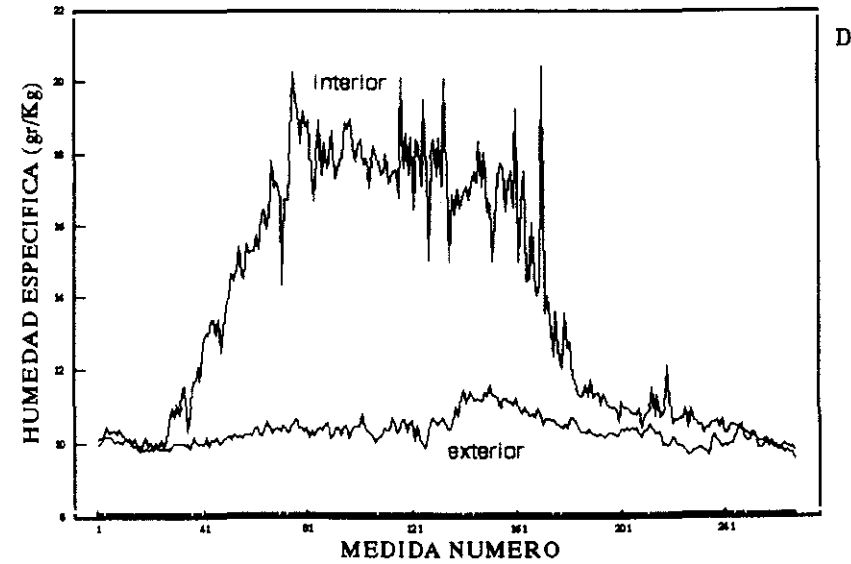
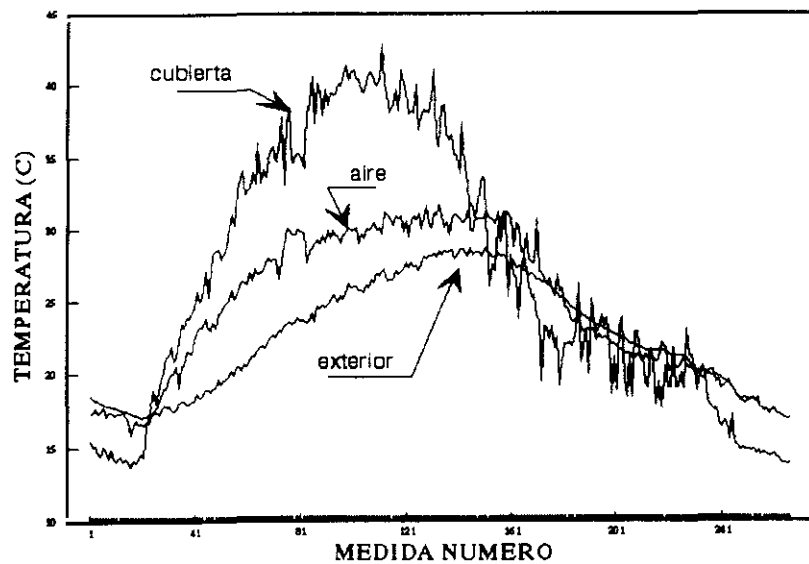
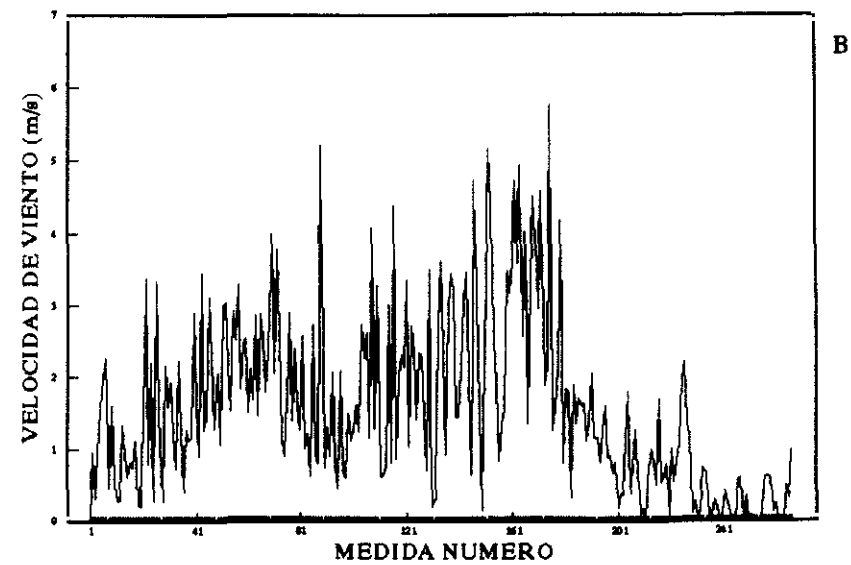
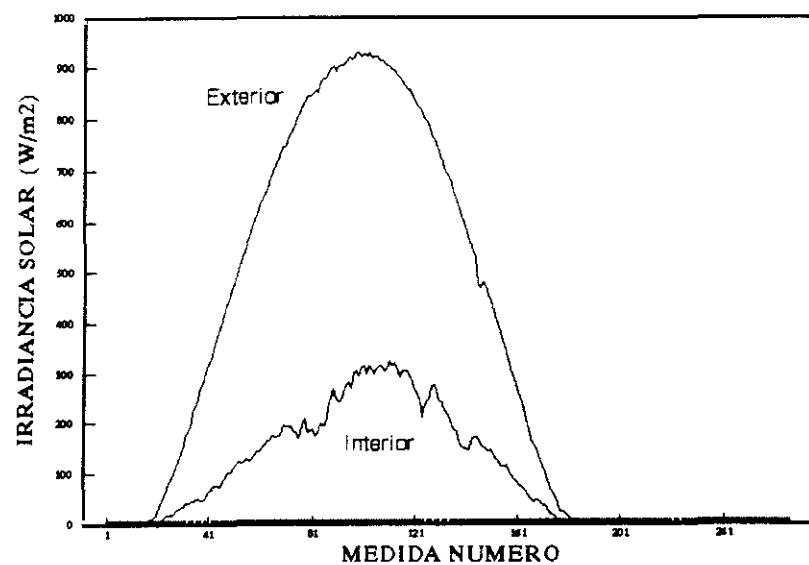
EXPERIMENTO 29/06 DEL GRUPO 3

Fig. 7.13.- Medidas registradas durante el experimento 29/06 del Grupo 3.



EXPERIMENTO 06/08 DEL GRUPO 3

Fig. 7.14.- Medidas registradas durante el experimento 06/08 del Grupo 3.



CAPITULO 8

Metodología de Análisis y de Inferencia de Modelos

8.1. DESCRIPCION GENERAL

La que hemos denominado metodología de análisis y de inferencia de modelos está orientada hacia la búsqueda del carácter, dimensión y estructura de modelos que describan adecuadamente la realidad observada en el prototipo experimental antes descrito, al análisis de su adecuación a distintos menesteres (ej. caracterización y análisis, simulación, predicción y/o control del invernadero), y al estudio de sus propiedades y limitaciones de uso.

"Grosso modo", en la metodología propuesta pueden diferenciarse tres fases o etapas (ver fig. 8.1):

FASE 1: Pretratamiento de las señales. Es un primer paso ineludible cuyo desarrollo puede tener un efecto notable sobre la calidad de los análisis subsiguientes. Los problemas o aspectos aquí tratados son los siguientes:

- a) Detección de errores ocasionales de medida.
- b) Definición de distintas magnitudes representativas del estado térmico (o higrotérmico) del invernadero.
- c) Disminución del ruido en las medidas.
- d) Detección y eliminación de perturbaciones de baja frecuencia (ej. tendencias) y de errores sistemáticos de medida.
- e) Modificación, cuando sea preciso, del discretizado temporal de observación.
- f) Cuantificación de la incertidumbre en las medidas.

FASE 2: Análisis no paramétrico. Podría pensarse que esta fase resulta innecesaria. Sin embargo, se ha mostrado de gran utilidad a la hora de orientar la fase siguiente. Sus objetivos pueden resumirse de la siguiente manera:

- 1. Adquirir una primera descripción cualitativa del carácter del sistema (análisis preliminares de linealidad e invariabilidad temporal, de dimensiones, de coherencia y de ruido).
- 2. Conseguir una primera medida de la calidad de los experimentos diseñados en relación con el proceso de identificación.

El fundamento de esta fase reside en el análisis espectral de las señales puestas en juego (espectros de potencia, funciones de transferencia y coherencias espectrales) y en el análisis del régimen estático de funcionamiento del invernadero.

FASE 3: Análisis paramétrico. Es el corazón del análisis. Aquí es donde realmente daremos respuesta a nuestras preguntas. De acuerdo con el carácter del conjunto de modelos a analizar, hemos diferenciado hasta tres tipos de análisis distintos:

METODOLOGIA DE ANALISIS Y DE INFERENCIA DE MODELOS

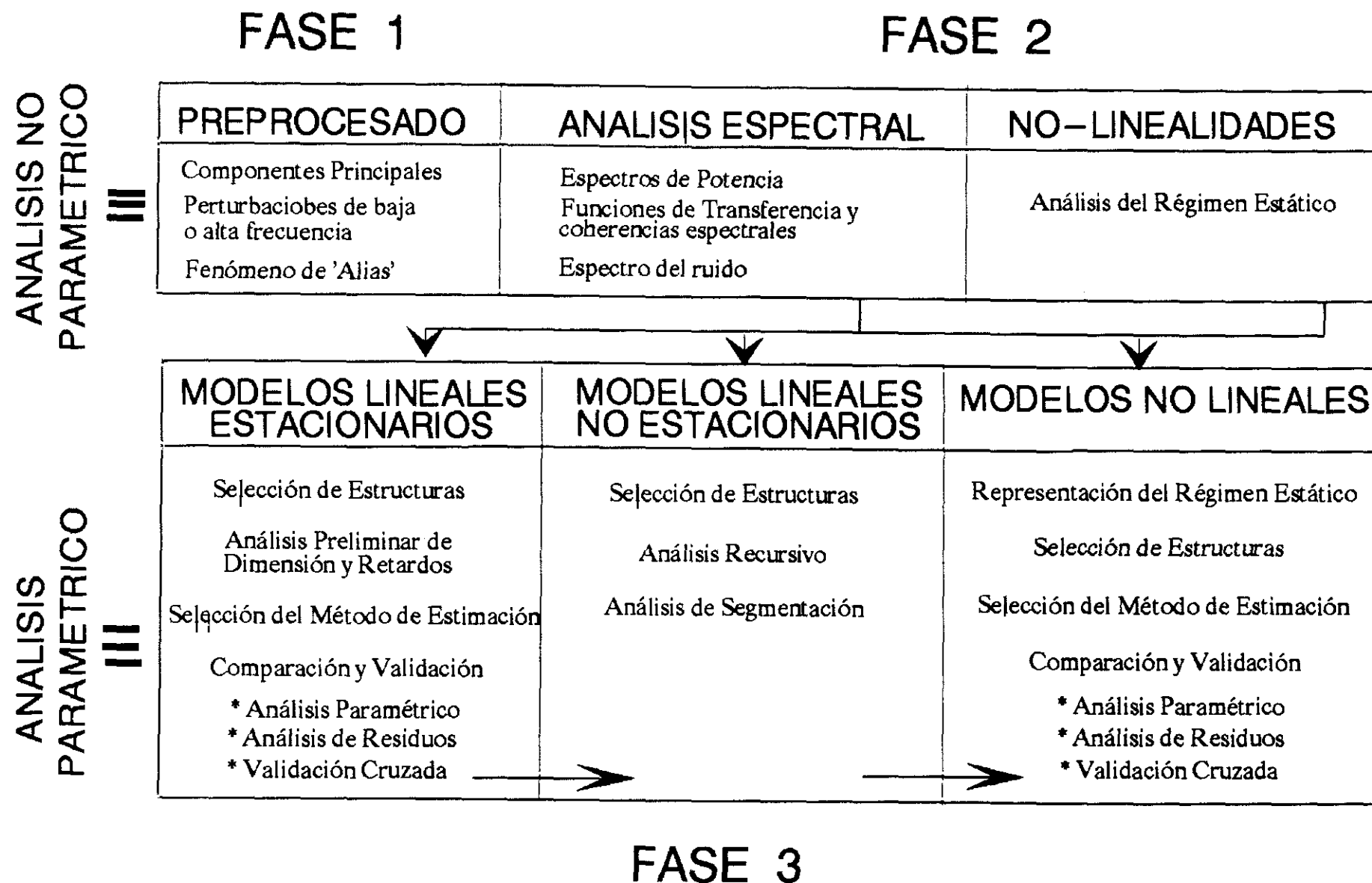


Fig. 8.1.- Esquema de proceso de análisis y de inferencia de modelos.

1. Análisis paramétrico sobre modelos lineales invariables respecto al tiempo.
2. Análisis paramétrico sobre modelos lineales variables respecto al tiempo.
3. Análisis paramétrico sobre modelos no lineales.

No quiere esto decir que los tipos sean excluyentes. Habrá veces en que interese utilizarlos de forma secuencial y veces en que uno de los tipos de análisis será más que suficiente. La decisión a este respecto nos la dictarán en gran medida los resultados de la fase 2.

Los tres tipos de análisis tienen gran similitud metodológica, aunque presentan diferencias sustanciales en el desarrollo y en el detalle. Así, vemos (fig. 8.1) que en todos los casos el análisis cubre las etapas siguientes:

- Definición de las estructuras a analizar.
- Selección del (o de los) método(s) de estimación.
- Comparación y validación de estructuras mediante análisis de parámetros, análisis de residuos y técnicas de validación cruzada.

Sin embargo, nos encontraremos con diferencias más que sustanciales en lo referente a tipos y estructuras de modelos que, como veremos más adelante, condicionan lo relativo a métodos de estimación y validación.

A continuación pasamos a describir con detalle cada una de las fases de análisis diferenciadas. Mientras que se ha dedicado un único apartado para describir lo relativo a la fase de acondicionamiento previo de señales (sección 8.2), y un único apartado para explicar lo concerniente al análisis no paramétrico (sección 8.3), la descripción de la fase de análisis paramétrico queda contenida en las secciones de 8.4 a 8.7: El apartado 8.4 contiene una breve descripción, con referencias a los capítulos 4, 5 y 6, de las estructuras paramétricas (modelos) que serán utilizadas; la sección 8.5 se ha dedicado a la presentación de los métodos de estimación; y, todo lo relativo a métodos de comparación y validación de modelos queda contenido en 8.7. Finalmente, la sección 8.8 incluye un ejemplo de aplicación de la metodología de análisis y de inferencia de modelos que se propone. Este ejemplo cumple el doble objetivo de ilustrar la metodología y de aligerar la descripción de los análisis realizados en el capítulo siguiente.

8.2. ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES.

Los problemas relacionados con el acondicionamiento previo de señales que abordamos en este punto son: a) la detección de errores ocasionales; b) la definición de magnitudes representativas del estado térmico o higrótérmico del sistema; c) la detección y eliminación de perturbaciones de alta y baja frecuencia; d) la modificación del discretizado temporal de observación; y e) la estimación de la incertidumbre en la respuesta del sistema observada.

8.2.1. Errores Ocasionales.

Una simple inspección visual de las señales registradas suele ser un método efectivo de detectar los errores ocasionales. Cuando estos errores ocasionales aparezcan, procederemos a subsanarlos mediante el uso de métodos de interpolación lineal, salvo que la laguna de datos a cubrir sea grande, en cuyo caso rechazaremos el experimento. Más adelante, el llamado análisis de residuos permitirá afinar la detección de este tipo de errores.

8.2.2. Análisis de Componentes Principales.

Como señalamos en el capítulo 7, la medida de la temperatura y de la humedad específica del aire del invernadero, de la temperatura superficial de cubierta (cara interna) y de la temperatura superficial del suelo se realizó simultáneamente en distintos puntos del mismo. La cuestión que ahora se nos plantea es cómo determinar la señal que, de entre las registradas, resulte más representativa del estado térmico (o higrótérmico en el caso del aire) del

aire del invernadero y de las superficies de cubierta y de suelo. Dicho de otro modo, ¿cómo condensar en una única señal la información que procura el conjunto de sensores destinados a la medida de una misma magnitud?. El procedimiento empleado para solventar esta cuestión es el denominado Análisis de Componentes Principales.

Consideremos, por ejemplo, el caso de la temperatura del aire. Sea,

$$\mathbf{X}_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{8t}) \quad (8.1)$$

el vector que contiene la medida de temperatura registrada, en el instante de tiempo t , por cada uno de los 8 sensores instalados (termopilas de 15 termopares). Contemplemos ahora \mathbf{X}_t como un proceso estocástico y X_{1t} , ..., X_{8t} como distintas realizaciones del mismo. A partir de este momento, el método de análisis de componentes principales procede del modo siguiente:

- Estima el valor medio de cada una de las realizaciones

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_{it} \quad (8.2)$$

- Estima la matriz de covarianzas asociada al vector \mathbf{X}_t , $C = \{c_{ij}\}$

$$c_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (X_{it} - \mu_i) (X_{jt} - \mu_j) \quad (8.3)$$

- Calcula los autovalores (λ_i) y autovectores de módulo unidad (\mathbf{p}_i) de C . El denominado componente principal i se define como:

$$Y_{it} = \mathbf{p}_i^T \mathbf{X}_t \quad (8.4)$$

- Determina el autovalor que mejor da cuenta de las variaciones de temperatura registradas, durante el periodo de tiempo analizado, por el total de 8 sensores. Esto es, aquél que contribuye en mayor grado a explicar la varianza del conjunto de observaciones. En adelante, lo designaremos como primer autovalor, por coincidir normalmente con el mayor de todos ellos.
- El autovector asociado al primer autovalor (primer autovector) determina la combinación lineal que, aplicada a las señales registradas por los 8 sensores de temperatura del aire, define la denominada temperatura representativa del conjunto (primer componente principal).

Como ejemplo de aplicación hemos incluido el análisis de componentes principales realizado sobre las medidas de temperatura del aire interior del invernadero correspondientes al experimento 03/05 (ver Capítulo 7) cuyos resultados aparecen reflejados en la figura 8.2. El que denominamos primer autovalor toma un valor de 228.5 y contribuye en un 99.4% a explicar la varianza del conjunto de medidas realizadas. A este autovalor le corresponde el autovector que figura en la columna 2 de la tabla de autovectores. Nótese que no existen grandes diferencias entre los valores de las componentes de este vector (0.33 a 0.37), por lo que la temperatura efectiva o representativa del estado térmico del invernadero no difiere apreciablemente de la media. Designando como c_i ($i=1,\dots,8$) a las componentes del autovector de referencia, la temperatura efectiva se calcula como:

Fig. 8.2. ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

AUTOVALORES

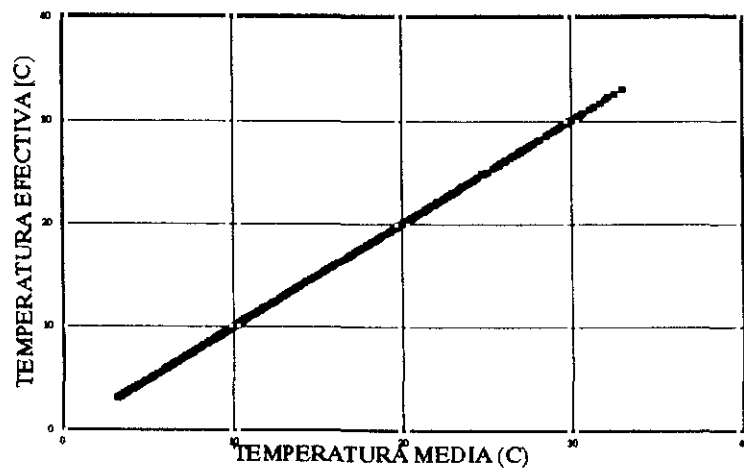
Sensor	Media	Varianza				
			Autovalor	% Varianza		
1	13.2009	26.7468				
2	12.8408	30.8994	1	0.0258	0.0112	
3	13.3217	26.094	2	228.5185	99.4180	
4	12.7903	31.3223	3	0.0124	0.0054	
5	14.3257	28.0721	4	0.0191	0.0083	
6	12.4678	29.6799	5	0.2696	0.1173	
7	12.7035	31.6192	6	0.7512	0.3268	
8	13.3959	25.4226	7	0.0352	0.0153	
1 a 8	13.1308	29.0272	8	0.2244	0.0976	

MATRIZ DE CORRELACIONES

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.0000	0.9976	0.9945	0.9964	0.9893	0.9878	0.9920	0.9923
2	0.9976	1.0000	0.9978	0.9989	0.9932	0.9927	0.9948	0.9933
3	0.9945	0.9978	1.0000	0.9984	0.9936	0.9949	0.9948	0.9961
4	0.9964	0.9989	0.9984	1.0000	0.9914	0.9959	0.9975	0.9951
5	0.9893	0.9932	0.9936	0.9914	1.0000	0.9812	0.9816	0.9864
6	0.9878	0.9927	0.9949	0.9959	0.9812	1.0000	0.9983	0.9914
7	0.9920	0.9948	0.9948	0.9975	0.9816	0.9983	1.0000	0.9935
8	0.9923	0.9933	0.9961	0.9951	0.9864	0.9914	0.9935	1.0000

AUTOVECTORES

1	2	3	4	5	6	7	8
0.4912	0.3411	0.1158	-0.1046	-0.7146	-0.1493	-0.2504	-0.1495
-0.5801	0.3672	-0.5483	-0.3039	-0.1786	-0.1406	0.0022	-0.2898
-0.2507	0.3375	0.6083	-0.4693	0.2716	-0.0770	-0.3664	0.1380
-0.3574	0.3700	0.2766	0.7909	-0.0882	0.0300	-0.0886	-0.1293
0.3110	0.3479	-0.0743	0.1008	0.4113	-0.7143	0.2907	-0.0518
0.3573	0.3590	-0.3453	0.0689	0.4369	0.4706	-0.4181	-0.1799
0.0630	0.3710	0.2319	-0.1801	-0.0227	0.4622	0.7297	-0.1508
-0.0150	0.3323	-0.2469	0.0602	-0.1241	0.0769	0.0583	0.8945



$$T(t) = \sum_{i=1}^8 c_i T_i(t) / \sum_{i=1}^8 c_i ; \quad T_i = \text{valor de temperatura registrado por el sensor } i \text{ en } t \quad (8.5)$$

8.2.3. Perturbaciones de Baja Frecuencia.

Las perturbaciones de baja frecuencia que solemos encontrar en los datos son las denominadas tendencias, provenientes de fuentes externas de error, y los llamados errores sistemáticos de medida. Aunque existen diversos procedimientos para eliminarlas (ver por ej. Ljung, 1987), nosotros sólo nos detendremos en la descripción de aquéllos que hemos empleado. Consideramos para ello un sistema con una única entrada, $u(t)$, y una única salida, $y(t)$, cuyas propiedades dinámicas representamos mediante un modelo lineal estandar del tipo:

$$A(q) y(t) = B(q) u(t) + v(t) \quad (8.6)$$

siendo $v(t)$ el denominado término de perturbaciones. Mediante $u^m(t)$ e $y^m(t)$ haremos referencia a las señales de entrada (solicitaciones) y de salida (respuesta) registradas.

Sustracción de la media.

Designamos como e_y y e_u a los errores sistemáticos que afectan a la salida y a la entrada del sistema, respectivamente:

$$y(t) = y^m(t) - e_y ; \quad u(t) = u^m(t) - e_u \quad (8.7)$$

Se define el punto de equilibrio u operación del sistema como:

$$\langle y^m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y^m(t), \quad \langle u^m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u^m(t) \quad (8.8)$$

$$\text{que verifica :} \quad \langle y \rangle = \langle y^m \rangle - e_y ; \quad \langle u \rangle = \langle u^m \rangle - e_u$$

De (8.7) y (8.8) se deriva que $y - \langle y \rangle = y^m - \langle y^m \rangle$ y que $u - \langle u \rangle = u^m - \langle u^m \rangle$. De este modo, si $y(t)$ verifica (8.6),

$$y^m(t) - \bar{y} \quad \text{con} \quad u^m(t) - \bar{u} \quad (8.9)$$

también. Queda pues, por este procedimiento, eliminado el problema que los errores sistemáticos ocasionarían en el posterior ajuste de (8.6), o de cualquier otra estructura lineal, a los datos experimentales.

Diferenciación de los datos.

La diferenciación de los datos puede ser empleada con el doble propósito de eliminar errores sistemáticos y de eliminar tendencias. En este caso, $y(t)$ y $u(t)$ en (8.6) vienen dados por:

$$y(t) = y^m(t) - y^m(t-1), \quad u(t) = u^m(t) - u^m(t-1) \quad (8.10)$$

Al constituir un filtro de paso alto, la diferenciación no será empleada más que con el objetivo de eliminar tendencias. Si las series de datos registradas no muestran tendencias apreciables, la eliminación de posibles errores sistemáticos se efectuará por el procedimiento antes indicado de sustracción de la media.

8.2.4. Modificación del Discretizado Temporal.

Como ya comentamos en 7.3.2, la selección del intervalo de muestreo puede llegar a ser crucial. Intervalos demasiado grandes implican una pérdida sustancial, si no total, de la información relativa a la dinámica del sistema. Por el contrario, intervalos demasiado pequeños pueden derivar la atención hacia zonas del espectro de potencia (altas frecuencias) donde la dinámica del sistema resulte irrelevante. Si "a priori" desconocemos las constantes de tiempo principales del sistema, una forma conservadora de proceder puede ser la siguiente:

- a) Fijar como intervalo de muestreo el mínimo que garantice que la información contenida en frecuencias superiores a la de Nyquist es irrelevante;
- b) Proceder "a posteriori" a la modificación (incremento) del mismo si fuera preciso.

Para esto último no bastará con promediar dentro del nuevo discretizado temporal las señales registradas, si no que será preciso un filtrado previo de éstas que evite la aparición del fenómeno de "alias".

Fenómeno de "Alias".

Al discretizar una señal continua (muestreo) no sólo perdemos información, sino que corremos el riesgo de que las variaciones de la señal continua a frecuencias superiores a la de Nyquist, puedan ser interpretadas como variaciones a frecuencias mucho más bajas en la señal muestreada.

Sea $x(t)$ una señal continua estacionaria y $x_k = x(kT)$ la señal que resulta de observar $x(t)$ a intervalos regulares de tiempo T . La densidad espectral de esta nueva señal es (Bloomfield, 1976):

$$\Gamma_T(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Gamma(\omega - m\omega_T), \quad -\pi/T < \omega \leq \pi/T \quad (8.11)$$

siendo π/T la frecuencia angular de Nyquist. En esta ecuación se aprecia claramente que la densidad espectral de la señal discretizada contiene valores que corresponden a frecuencias superiores a la de Nyquist en la densidad espectral de la señal continua. Esta distorsión del espectro, originada por la discretización de la señal continua, es el denominado fenómeno de "alias".

Filtros previos.

La solución del problema de "alias" pasa por la utilización de filtros previos al muestreo. Consideremos un filtro lineal cualquiera, $h(t)$, y la señal filtrada,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) x(t-u) du \quad (8.12)$$

cuya densidad espectral viene dada por:

$$\Gamma_y(\omega) = |H(i\omega)|^2 \Gamma_x(\omega); \quad H(s) = \text{Transformada de Laplace de } h(t) \quad (8.13)$$

Se denomina **filtro ideal** al que muestra las siguientes características espectrales:

$$|H(i\omega)| = 1, \quad |\omega| \leq \omega_T; \quad |H(i\omega)| = 0, \quad |\omega| > \omega_T \quad (8.14)$$

Si antes del muestreo se filtra la señal continua mediante (8.14), la densidad espectral de la señal continua y la de la discreta coincidirán en el intervalo de Nyquist.

En tiempo discreto, las ecuaciones (8.12) y (8.13) se transforman en:

$$y_t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k x_{t-k} \quad y \quad \Gamma_y(\omega) = |H(e^{j\omega})|^2 \Gamma_x(\omega) \quad (8.15)$$

respectivamente, siendo $H(z)$ la transformada z de h_k .

Estas ecuaciones ponen de manifiesto que el filtro ideal, por requerir series infinitas, no es aplicable en la práctica. En su lugar se utilizan ecuaciones del tipo (8.15) truncadas:

$$y_t = \sum_{k=-N_p}^{N_p} h_k x_{t-k} \quad (8.16)$$

En la bibliografía (Kaiser, 1977) existen distintos métodos para escoger N_p y los coeficientes, h_k , del filtro. Uno de los métodos de uso más extendido es la aproximación NER (Nearly Equal Ripple), cuyos parámetros: error, banda de transición y frecuencia de corte, quedan suficientemente definidos en la figura 8.3. Para este filtro, los parámetros de diseño están relacionados con el número de coeficientes del filtro, N_p , a través de la ecuación empírica

$$N_p \approx (-20 \log_{10} \epsilon - 7.95) / 28.72 \delta \quad (8.17)$$

8.2.5. Reducción del Ruido.

Normalmente las señales registradas estarán afectadas por ruido. Esto es, contendrán una parte de información útil y otra ocasionada por perturbaciones o errores de medida. Mientras que la información útil está concentrada en la zona del espectro de baja y media frecuencia, las perturbaciones poseerán una banda espectral mucho más ancha. De este modo, el uso de filtros de paso bajo permitirá, en general, reducir la varianza del ruido que afecta a la señal sin ocasionar excesiva pérdida de la llamada información útil. Los filtros que utilizaremos son los definidos en el apartado anterior (NER).

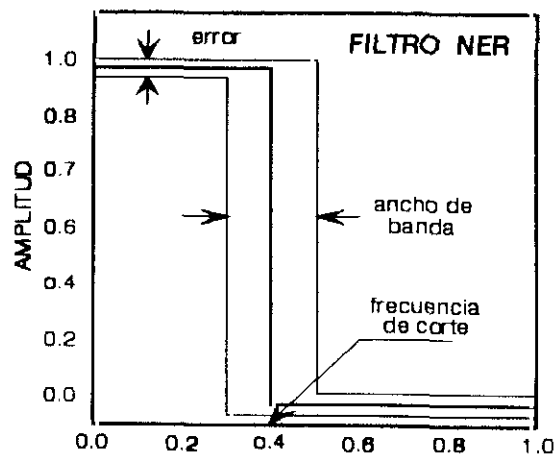


Fig. 8.3. Parámetros de diseño del filtro NER

8.2.6. Incertidumbre en las Señales de Salida.

Aunque llamada incertidumbre, bajo este nombre nos referiremos a la varianza de los procesos estocásticos definidos por las señales provenientes del conjunto de sensores que determinan una misma magnitud física. Por ejemplo, en el caso de la temperatura del aire del invernadero, las ocho termopilas a que venimos haciendo constante referencia. Sea, por ejemplo,

$$\mathbf{X}_t = (X_{1t}, \dots, X_{8t}) \quad (8.18)$$

el vector que contiene la medida de temperatura del aire registrada por cada una de esas 8 termopilas en el instante de tiempo t . Siendo

$$\mu_t = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_{kt}, \quad N=8 \quad (8.19)$$

la media móvil del proceso, su varianza, en cada instante de tiempo t , vendrá dada por:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_{kt} - \mu_t)^2 \quad (8.20)$$

Bajo el supuesto de que el proceso sigue una ley Gaussiana de distribución, las bandas de incertidumbre del 99%, por ejemplo, asociadas a la temperatura del aire, quedarán determinadas como $\mu_t \pm 2.33 \sigma_t$.

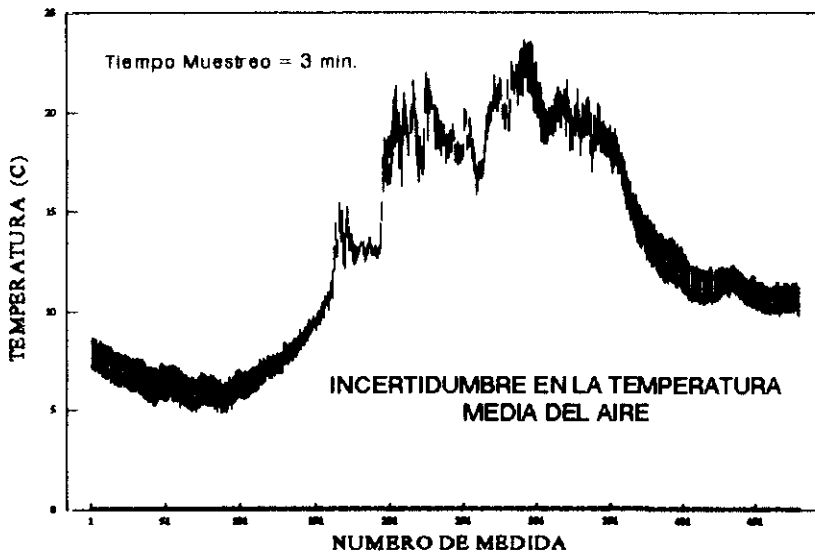


Fig. 8.4. Bandas de incertidumbre de la temperatura del aire interior (03/05)

En la figura 8.4 aparecen representadas, mediante barras verticales, las bandas de confianza del 99% correspondientes a la temperatura del aire del invernadero en el transcurso del experimento 03/05. El interés de la construcción de estas bandas se verá con detenimiento en los apartados de comparación y validación de estructuras paramétricas.

8.3. ANALISIS NO PARAMETRICO.

Como ya indicamos anteriormente, el objetivo del análisis paramétrico consiste en procurar una primera descripción cualitativa del experimento/sistema que ayude a definir las fases subsiguientes de análisis y que procure un primer nivel de entendimiento del proceso en estudio.

En los párrafos siguientes omitimos toda una serie de conceptos estadísticos (ej. funciones de autocovarianza, autocorrelación, covarianza y correlación cruzadas, espectros de potencia y densidades espectrales, ...) con los que suponemos que el lector está familiarizado. Una buena descripción y discusión de los métodos y estadísticos que siguen puede encontrarse en (Jenkins, 1968), (Cramer, 1974) o (Priesley, 1981), así como en muchos otros textos

de análisis de series temporales. De otra parte, el Apéndice I contiene la definición o descripción formal de algunos de ellos. Incluimos a continuación una descripción muy somera de los mismos, deteniéndonos en el análisis del tipo de información que procuran, antes que en su definición formal o en los métodos empleados para su estimación. Para esto último, remitimos al lector al documento (Palomo, 1991b).

8.3.1. Medias y Covarianzas.

A lo largo de los capítulos 4 a 6 (especialmente en el 5), hemos incidido en el hecho de que los denominados parámetros característicos del sistema son más característicos del binomio sistema-experimento que del sistema propiamente dicho. Las causas de esto son de diversa índole:

- a) Las simplificaciones realizadas en el transcurso de la modelización implican, en numerosos casos (ej. linearizaciones), la variación de los parámetros de la estructura matemática resultante con las condiciones de operación del sistema (ej. nivel y fluctuaciones térmicas)
- b) Las características de las sollicitaciones (ej. medias, covarianzas, densidades espectrales, formas, ...) condicionan y limitan la información que pueda llegar a procurar el experimento sobre el proceso en estudio.

Con la estimación de la media temporal de las señales de entrada y de salida localizaremos el nivel de operación del sistema (punto de equilibrio). La estimación de las varianzas nos procurará una medida de la magnitud de sus fluctuaciones, y las covarianzas cruzadas entre las señales de entrada mostrarán el grado de dependencia lineal existente entre dichas señales, que puede condicionar la capacidad posterior que tengamos de separar causas en la respuesta observada del sistema. Toda esta información es esencial a la hora de acotar las posibilidades de uso de un modelo ajustado sobre los datos provenientes de un experimento dado.

8.3.2. Analisis Espectral.

Todo el análisis espectral que sigue se apoya en la hipótesis de que el sistema es lineal e invariable respecto al tiempo, y en el supuesto de que se ve excitado por entradas estacionarias en sentido estadístico. Entradas (sollicitaciones) y salidas (respuesta) estarán, por tanto, relacionadas a través de la ecuación general de convolución

$$y(t) - \mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(u) (x_1(t-u) - \mu_1) du + \dots + \int_{-\infty}^{\infty} h_q(u) (x_q(t-u) - \mu_q) du + Z(t) \quad (8.21)$$

donde $x_1(t)$, ..., $x_q(t)$ son las entradas al sistema, $y(t)$ la salida, y $Z(t)$ un ruido independiente. μ_i ($i=1, \dots, q$ ó y) es la media del proceso i y h_i ($i=1, \dots, q$) la función de respuesta al impulso asociada a la entrada i . El análisis que sigue constituirá una primera medida de:

- La contribución del conjunto de entradas considerado, y de cada una de ellas por separado, para explicar las variaciones observadas en la señal de salida.
- La importancia y naturaleza de las perturbaciones que afectan al sistema.

Densidades Espectrales.

Mientras que la varianza constituye una medida de la magnitud de las fluctuaciones de una señal dada respecto de su valor medio, el espectro de potencia describe cómo se distribuyen éstas por frecuencias (ver Anejo I). La función de densidad espectral se construye por normalización del espectro de potencia respecto a la varianza, permitiendo de este modo la comparación de señales de muy diferentes escalas de medida.

El análisis de las densidades espectrales de las señales puestas en juego reúne el doble interés de:

1. Establecer en que rango de frecuencias se concentra, si así ocurre, la información dinámica contenida en un experimento. Esto permite:
 - a) Definir filtros espectrales que mejoren la relación señal útil/ruido.
 - b) Definir filtros que dirijan el posterior análisis paramétrico hacia los rangos de frecuencia de mayor interés.
 - c) Determinar las zonas del espectro con contribución nula o despreciable a la varianza, de donde no será posible extraer información dinámica alguna.
2. Poner un primer límite al orden o dimensión de los modelos a ajustar. Por ejemplo, para estructuras matemáticas lineales, el nivel de persistencia de las señales de entrada determina con relativa claridad el orden máximo de modelo que podremos llegar a identificar.

Función de Transferencia.

El concepto de función de transferencia, introducido en el capítulo 6, se aplica sólo a sistemas lineales, aunque puede extenderse a ciertos sistemas no lineales (Ogata, 1980). Es una expresión de la relación lineal existente entre entradas y salida del sistema, que, aunque característica del sistema en sí, no provee información alguna respecto a la estructura física del mismo.

Para un sistema con múltiples entradas, las funciones de transferencia entrada-salida vienen dadas por la siguiente ecuación:

$$\Gamma_{(y)}(f) = \Gamma_{qq}(f) H_{(y)}(f) \quad (8.22)$$

$\Gamma_{(y)}(f)$ es el vector de espectros cruzados entre la salida, $y(t)$, y las distintas entradas, $x_i(t)$, y $\Gamma_{qq}(f)$ es la matriz espectral asociada al vector de entradas. Los elementos diagonales de ésta son los espectros de potencia de las entradas, y los no diagonales los espectros cruzados de las mismas.

Al ser magnitudes complejas, las funciones de transferencia vendrán dadas por una función módulo o amplitud, $|H(f)|$, y una función de ángulo de desfase φ

$$H(f) = |H(f)| e^{j\varphi} \quad (8.23)$$

El tipo de representación gráfica adoptada es de Diagrama de Bode:

- . Diagrama de amplitud: Amplitud en db ($20 \cdot \log_{10} |H(f)|$) frente a la frecuencia en escala logarítmica.
- . Diagrama de fase: Angulo de desfase frente a la frecuencia en escala logarítmica.

El análisis que realizaremos sobre este estadístico está orientado a una primera estimación de las características dinámicas más sobresalientes del sistema. Se efectúa esencialmente sobre el diagrama de Bode para la amplitud, en particular sobre los denominados ancho de banda, frecuencia de corte, velocidad de corte y ganancia estática:

Frecuencia de corte: Es la frecuencia f_c a partir de la cual $|H(f) - H(0)| > 3$ (en db). El sistema filtra las componentes de las señales de entrada cuyas frecuencias sean superiores a la de corte, y transmite aquéllas cuya frecuencia sea inferior.

Ancho de banda: Es el rango de frecuencias $0 \leq f \leq f_c$. Del análisis del ancho de banda se puede inferir:

- . La capacidad del sistema de reproducir las señales de entrada. Un ancho de banda elevado corresponde a un sistema con respuesta rápida (tiempos característicos cortos).
- . Las características del filtro necesario para la reducción del ruido a altas frecuencias. Nótese que un paso de banda ancho reduce las posibilidades de reducción del ruido.

Velocidad de corte: Es la pendiente de la curva de amplitud (Diagrama de Bode) en las inmediaciones de la frecuencia de corte. Indica la capacidad del sistema para discernir entre señales de entrada y

perturbaciones o ruido. Cuanto mayor es la velocidad de corte, tanto mayor es la capacidad del sistema para este tipo de distinción.

Ganancia estática: Es el valor de la amplitud de la función de transferencia a frecuencia 0.

Espectro de las perturbaciones.

Nos seguimos moviendo dentro de la estructura (8.21), donde $Z(t)$ representa un término independiente de ruido o perturbaciones que, al igual que las denominadas entradas, producirá un efecto observable sobre la salida del sistema. Su origen puede ser muy variado. Pueden provenir de errores de medida, de las simplificaciones realizadas en el proceso de modelización conducente a la estructura (8.21) (errores estructurales), de solicitaciones cuyo efecto sobre la respuesta del sistema ha sido, deliberada o inconscientemente, desestimado, Sea cual sea su origen, es claro que nos interesará evaluar su magnitud e investigar sus características espectrales.

Para un proceso multivariado del tipo (8.21), el espectro de potencia (o la densidad espectral) del término de ruido viene dado por (ver Anejo I):

$$\Gamma_z(f) = \Gamma_y(f) - \sum_{i=1}^q H_{yi}(f) \Gamma_{yi}(f) \quad (8.24)$$

donde $\Gamma_y(f)$ es el espectro de potencia (o la densidad espectral) de la salida $Y(t)$; $\Gamma_{yi}(f)$ es el espectro cruzado (o densidad espectral cruzada) entre la salida y la entrada $X_i(t)$; y $H_{yi}(f)$ son las funciones de transferencia.

Representando sobre un mismo gráfico las funciones de densidad espectral estimadas para los procesos de salida y de ruido, nos podemos hacer una primera idea de la magnitud o importancia de éste. El área contenida por ambas curvas representa la proporción de la varianza (fluctuaciones) de la respuesta del sistema que podría llegar a ser predicha mediante relaciones de tipo lineal a partir del conjunto de entradas $X_i(t)$ considerado.

Espectro de coherencia.

La definición de los espectros de coherencia múltiples y parciales se ha relegado al Apéndice I. En este apartado nos limitaremos a comentar su significado y a explicar el uso que haremos de ellos.

El espectro de coherencia múltiple es una medida, en el dominio de la frecuencia, de la correlación existente entre el proceso de salida $Y(t)$ y el proceso multivariado de entradas $\{X_1(t) \dots X_q(t)\}$. Su amplitud (coherencia múltiple cuadrática) proporciona una medida por frecuencias de la proporción del espectro de la respuesta del sistema (salida) que podría ser explicada, y por tanto predicha, a partir del conjunto de solicitaciones (entradas) considerado. Es, por otro lado, una medida adimensional y normalizada. Toma valores entre 0 y 1. Un valor nulo a una determinada frecuencia significa que, a dicha frecuencia, no existe correlación alguna entre la salida y el conjunto de entradas. Por el contrario, un valor igual a la unidad significa que, a la frecuencia a que se produce, las variaciones observadas en la respuesta del sistema se explican enteramente a partir de las entradas. Valores intermedios entre 0 y 1 corresponden a situaciones en las cuales la salida podría ser parcialmente predicha a partir de las entradas.

Los espectros de coherencia parcial (ver Anejo I para su definición) poseen un significado análogo al del espectro de coherencia múltiple. Su amplitud (coherencia parcial cuadrática) representa, en el dominio de la frecuencia, la correlación lineal existente entre la salida $Y(t)$ del sistema y cada una de las entradas $X_i(t)$ por separado. Es, como en el caso anterior, una medida adimensional y normalizada (valores entre 0 y 1) de la proporción del espectro de la respuesta del sistema que podría ser predicha a partir de cada una de las solicitaciones por separado. Se relaciona con el espectro de coherencia múltiple mediante:

$$1 - k_{y|k}^2(f) = \frac{1 - k_{y12\dots q}^2(f)}{1 - k_{yk}^2(f)} \quad (8.25)$$

donde $k_{y|k}^2(f)$ es la coherencia parcial cuadrática correspondiente a la entrada k , $k_{y12\dots q}^2(f)$ es la coherencia múltiple cuadrática, y $k_{yk}^2(f)$ la coherencia múltiple cuadrática estimada excluyendo a la entrada $X_k(t)$ del conjunto de entradas. Si los procesos $Y(t)$ y $X_k(t)$ estuviesen descorrelacionados, nos encontraríamos con:

$$1 - k_{y12\dots q}^2(f) = 1 - k_{yk}^2(f) \quad \text{y por tanto con :} \quad k_{y|k}^2 = 0 \quad (8.26)$$

Ejemplo de aplicación.

Continuamos con el experimento 03/05. Se trata de un caso en que el invernadero es perfectamente asimilable a un colector solar de aire convencional. Consideraremos las siguientes magnitudes como salidas y entradas del sistema:

Salida: Diferencia de temperatura entre el aire interior y el exterior, DT (K).

Entrada 1: Irradiancia solar global sobre plano horizontal fuera del invernadero, I (W/m^2).

Entrada 2: Velocidad de viento exterior, V (m/s). Esta segunda entrada se ha incluido para que el ejemplo resulte más ilustrativo.

Los resultados del análisis espectral efectuado sobre este experimento aparecen condensados en las figuras 8.5a-d¹:

a) Medias y varianzas:

Variable	Media	Varianza
Salto Térmico, DT (K)	2.10 (K)	4.94 (K) ²
Irradiancia Solar, I (W/m^2)	226.60 (W/m^2)	86806.15 (W/m^2) ²
Velocidad Viento, V (m/s)	1.08 (m/s)	1.12 (m/s) ²

b) Densidades espectrales: En la figura 8.5a se han representado las funciones de densidad espectral estimadas para la señal de salida (cuadrados), la irradiancia solar (rombos) y la velocidad de viento (triángulo negro). Los rasgos más sobresalientes de las series analizadas son:

- a) Las tres series presentan una concentración notable de la varianza a bajas frecuencias.
- b) La serie con mayor contenido de información a altas frecuencias es la de velocidad de viento. Es menor en el caso de irradiancia solar y aún menor en el caso del salto térmico.
- c) Puede sorprender la alta concentración de varianza a bajas frecuencias que presenta la velocidad

¹ El valor de frecuencia que aparece en las gráficas corresponde a un intervalo temporal de muestreo igual a la unidad. Para obtener la frecuencia real, divídase dicho valor por el intervalo real de muestreo (3 min. en el caso del experimento 03/05)

de viento. Sin embargo, recuérdese (ver capítulo 7) que los perfiles diarios de viento en la zona muestran una clara correlación con la radiación solar.

c) **Función de transferencia:** La figura 8.5b contiene los diagramas de Bode para la amplitud de distintas funciones de transferencia.

- * FT1 (cuadrados): Amplitud estimada para la irradiancia solar suponiendo que I y V no presentan correlación alguna.
- * FT2 (rombos negros): Amplitud estimada para la velocidad de viento suponiendo que I y V no presentan correlación alguna.
- * FT3 (rombos blancos): Amplitud estimada para la irradiancia solar teniendo en cuenta la correlación existente entre I y V.
- * FT4 (triángulos): Amplitud estimada para la velocidad de viento teniendo en cuenta la correlación existente entre I y V.

El objetivo de construir estas cuatro funciones de transferencia consiste en destacar la importancia que tiene la correlación existente entre las variables de entrada a la hora de estimar estadísticos espectrales cruzados. De este modo, comparando FT2 con FT4, vemos cómo el valor de amplitud detectada a bajas y medias frecuencias en FT2 es ficticio. Proviene de la correlación existente a dichas frecuencias entre la velocidad de viento y la irradiancia solar, suprimida como entrada en la estimación de FT2. El hecho de que no se observen apreciables diferencias entre FT1 y FT3 se debe a que el efecto del viento sobre la salida del sistema es irrelevante (ver apartado e).

De la observación de FT1, y más claramente de la observación de la figura 8.6, se concluye que:

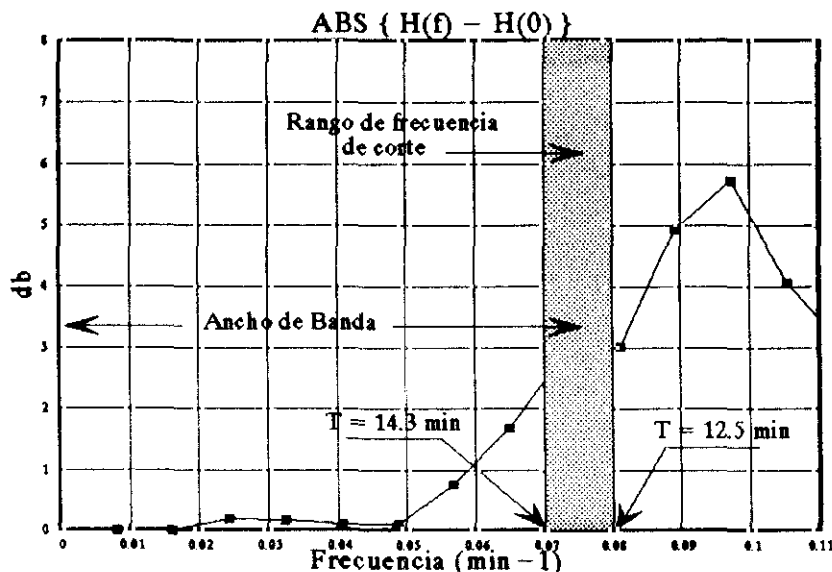
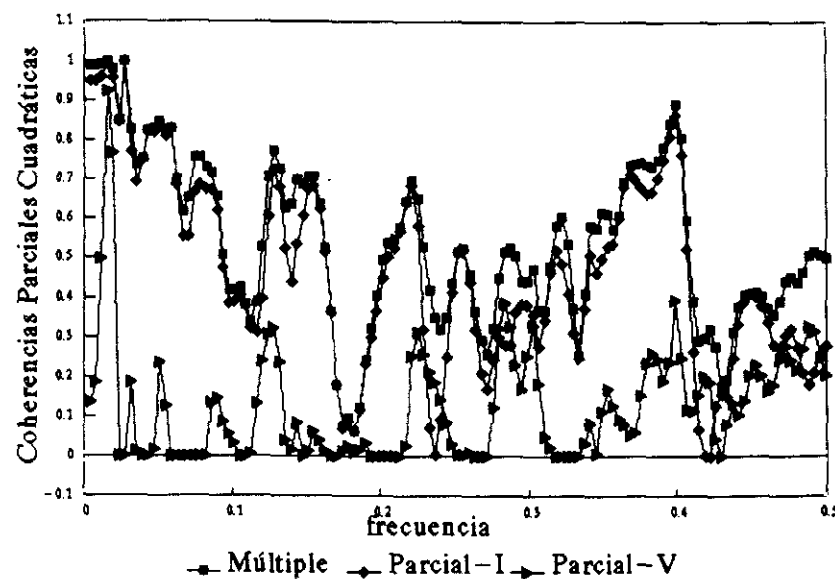
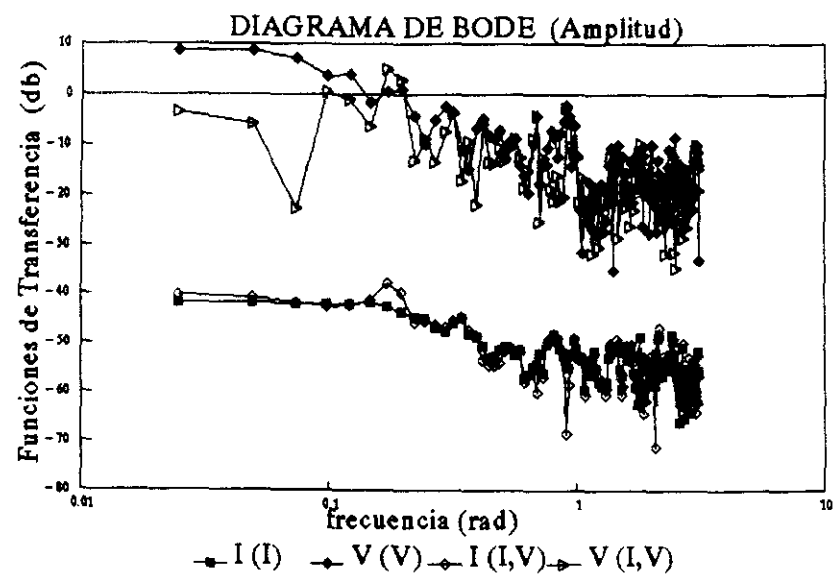
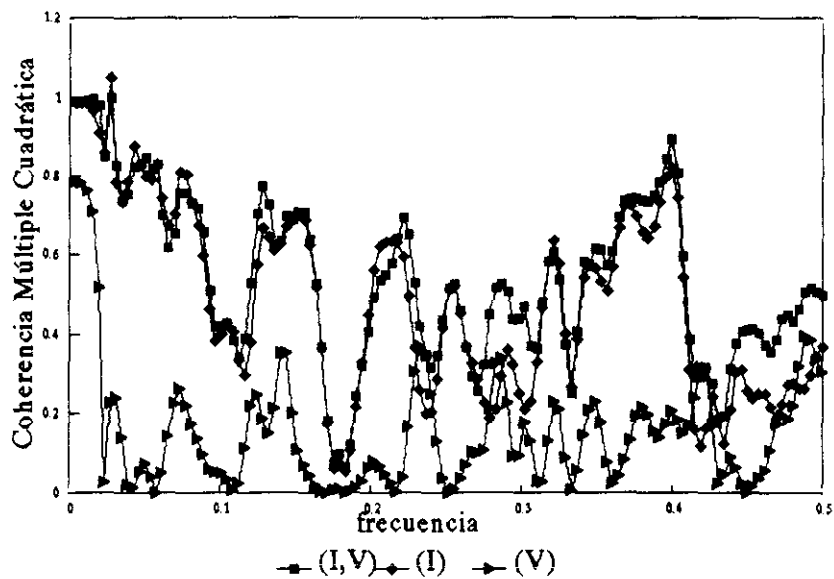
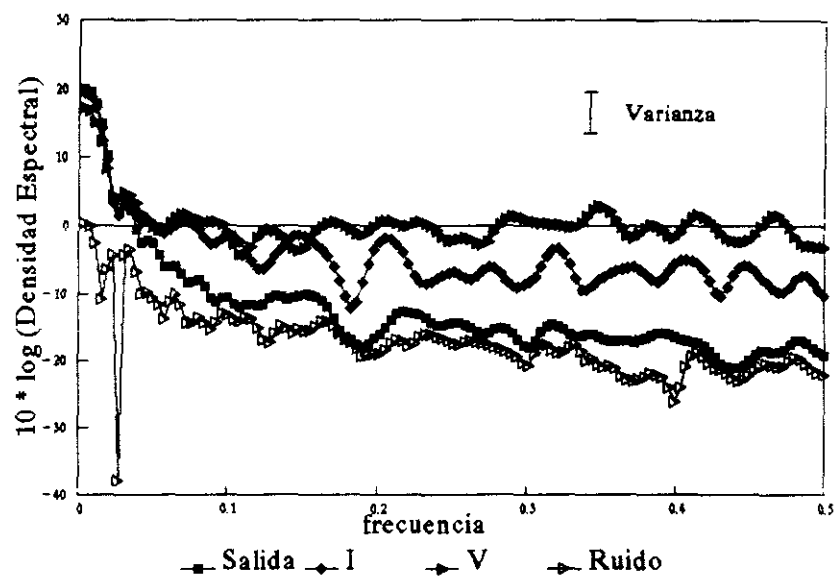


Fig. 8.6. Ancho de banda y Frecuencia de corte.

- * La ganancia estática del sistema se localiza en el entorno de 0.008.
- * Es un sistema con un ancho de banda relativamente amplio ($0-0.075 \text{ min}^{-1}$). Esto quiere decir que no posee gran inercia térmica (respuesta rápida). Su primer tiempo característico de respuesta rondará los 12-15 min.
- * La frecuencia de corte se localiza en el entorno de $0.07-0.08 \text{ min}^{-1}$. El sistema actúa como un filtro de paso bajo.
- * En el entorno de la frecuencia de corte, la pendiente de la curva de amplitud (en diagrama de Bode) es muy suave. Este hecho, unido al relativamente amplio ancho de banda, nos indica cierta torpeza del sistema para distinguir entre señales de entrada y ruidos.

Fig. 8.5.- Análisis espectral. Experimento 03/05.



d) Espectro del ruido: Aparece representado, junto con la densidad espectral de la salida, en la figura 8.5a. A bajas y medias frecuencias existe una diferencia sustancial entre ambas densidades espectrales. Esto quiere decir que, a dichas frecuencias, gran parte de las variaciones observadas en la respuesta del sistema (DT) pueden explicarse a partir de las entradas (I y V).

e) Coherencias: Al igual que en el caso de las funciones de transferencia, con objeto de mostrar el efecto de la correlación entre las señales de entrada sobre los estimadores cruzados, se ha procedido a la estimación de las coherencias en dos etapas. En la primera (CM1 y CM2) se ha supuesto que no existe correlación alguna entre la irradiancia solar y la velocidad del viento. En la segunda, la estimación de los espectros de coherencia (CM3) se ha realizado teniendo en cuenta la correlación existente entre ambas.

En la figura 8.5c aparecen representadas las coherencias múltiples cuadráticas obtenidas en sendas etapas (CM1, CM2 y CM3). En relación con ellas, son de destacar los siguientes particulares:

- a) CM3 muestra en general valores altos de coherencia, excepto en el entorno de 0.06 min^{-1} (0.17 en la gráfica) y en la zona de muy altas frecuencias. Esto quiere decir, como ya vimos en el apartado d, que gran parte de las variaciones observadas en la respuesta del sistema (DT) podrán ser predichas a partir de la irradiancia solar y de la velocidad de viento.
- b) Salvo en la zona de muy altas frecuencias, CM1 tiende a coincidir con CM3. Esto no es más que un primer indicativo de que será la irradiancia solar la principal responsable de las fluctuaciones observadas en DT.
- c) Sólo para valores muy bajos de frecuencia, CM2 muestra valores de coherencia altos. Como veremos a continuación, esta correlación detectada a bajas frecuencias entre V y DT no es más que aparente, producto de la correlación existente entre irradiancia solar y velocidad de viento en dicho rango de frecuencias.

En la figura 8.5d se han representado las coherencias múltiple y parciales estimadas en la segunda etapa de análisis (entradas = I y V). Las conclusiones más importantes que se derivan de esta gráfica son:

- a) Respecto de la coherencia múltiple, las ya enunciadas en el apartado a) del párrafo anterior.
- b) Respecto de las coherencias parciales cuadráticas:
 - * El efecto de la velocidad de viento sobre la salida del sistema (DT) es despreciable.
 - * La responsable principal de las fluctuaciones observadas en DT es la radiación solar. Véase como la coherencia parcial de esta señal prácticamente coincide con la coherencia múltiple.

8.3.3. No Linealidades y Variabilidad Temporal.

Métodos no-paramétricos de detección.

Una buena revisión de los métodos existentes puede encontrarse en (Haber, 1985). Aquí nos limitaremos a enumerarlos, destacando las causas por las cuales no son de aplicación en nuestro caso. Utilizaremos las mismas denominaciones que el autor de referencia.

T1. Test en el dominio del tiempo: Exige que el sistema sea excitado por señales constantes. Sólo investiga el carácter lineal/no lineal del régimen estático del sistema.

T2. Test sobre el Régimen Estático: Exige solicitaciones de tipo escalón.

T3. Test sobre el valor medio de salida: Exige que el sistema sea excitado, primero por una solicitación constante, y luego por una señal estocástica estacionaria de media nula que se añade a la señal anterior. Como T1 y T2, sólo

sirve para detectar no linealidades en el régimen estático de funcionamiento del sistema.

T4. Método en frecuencias: Exige solicitaciones de tipo sinusoidal puro.

T5. Método de la densidad espectral lineal: No es de aplicación cuando existen perturbaciones que afectan a la respuesta del sistema (ej. errores de medida).

T6. Método de la correlación lineal: Igual que T5 no es de aplicación en el caso de existir perturbaciones.

T7. Método de la función de dispersión cruzada: Es en general costoso de aplicar. Sólo cobra interés en los casos en que la entrada sea un proceso estocástico estacionario. Se recomiendan entradas pseudo-aleatorias de los tipos PRBS o PRTS.

T8. Método de la correlación cruzada no lineal: La señal de entrada debe ser un ruido blanco o pseudo-aleatorio del tipo PRBS o PRTS.

T9. Método de la función de autocorrelación de orden superior: Exige el mismo tipo de entrada que T8.

T10. Método basado en el ajuste de estructuras no lineales simples.

Salvo T10, los restantes métodos son inaplicables al caso que nos ocupa debido al tipo de solicitud que requieren.

Método Aplicado.

Antes de describir el método empleado para la detección de no linealidades (incluso variabilidad temporal), conviene detenerse a recordar algunas de las características de nuestro sistema:

- a) Continuamente, en la parte III de este trabajo y con mayor énfasis en los capítulos 4 y 5, hemos señalado el hecho de que las fuentes de no linealidad y variabilidad temporal presentes están asociadas a procesos de transporte que tienen lugar en las interfases y fronteras del sistema. No son elementos capacitivos, sino elementos estáticos del sistema.
- b) El sistema que analizamos tiene escasa inercia térmica.
- c) El número de entradas al sistema no suele exceder a 2.

De a) se concluye que la inspección del régimen estático de funcionamiento proporcionará información suficiente acerca del carácter lineal/no lineal del sistema. En b) y c) se sustenta el método de detección que a continuación se describe.

Sea un sistema con una única entrada, $y(t)$, y una única salida, $u(t)$, sobre el que se ha realizado un experimento con un tiempo de muestreo T , suficientemente pequeño como para detectar las características dinámicas del sistema que sean de nuestro interés. Al representar $y(t)$ frente a $u(t)$ obtendremos una nube de puntos más o menos dispersa, dependiendo de la mayor o menor inercia que posea el sistema y del grado de fluctuación de $u(t)$. A medida que vayamos promediando en el tiempo ambas señales (ej. promedios cada $2T$, $3T$, ... nT), observaremos que la nube de puntos se va suavizando y perfilando una relación funcional entre entrada y salida (régimen deslizante de funcionamiento). Si dicha relación es una línea recta, podremos concluir que el sistema, bajo las condiciones de excitación $u(t)$, es susceptible de ser descrito mediante modelos lineales e invariables respecto al tiempo.

Así pues, el método no paramétrico de detección de no linealidades propuesto cubre las siguientes etapas:

- a) Representación de $y(t)$ frente a $u(t)$
- b) Promediado de las series de entrada/salida en intervalos de tiempo nT (y_n, u_n).
- c) Representación de $y_n(t)$ frente a $u_n(t)$.

Si en c) sigue sin detectarse una relación funcional clara entre ellas, incrementaremos el valor de n y volveremos a b. En caso contrario, procederemos al análisis de la naturaleza lineal/no lineal de dicha relación funcional.

AIRE SECO+VENTILADOR: ANALISIS DEL REGIMEN ESTATICO: (03/05)

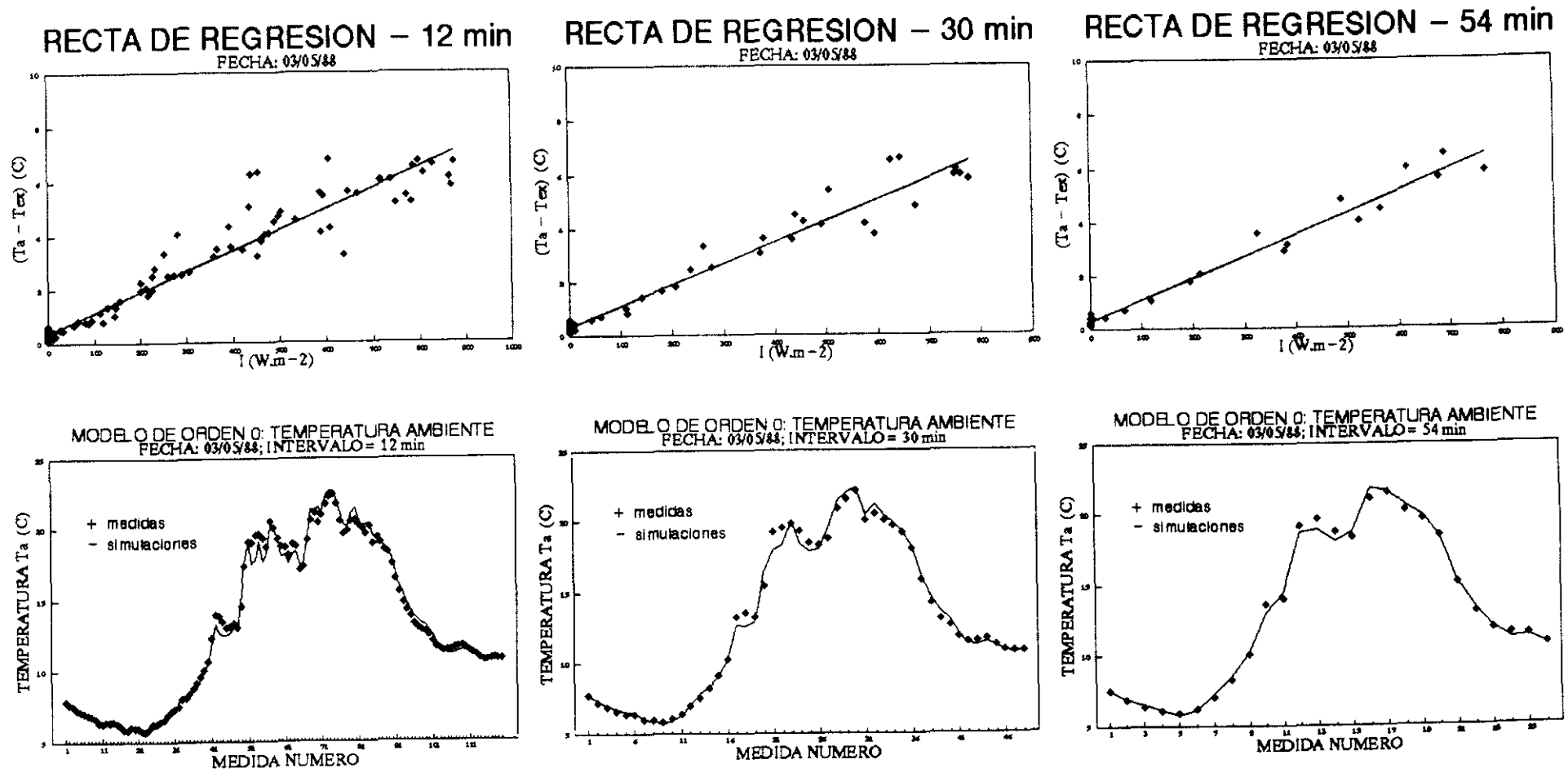
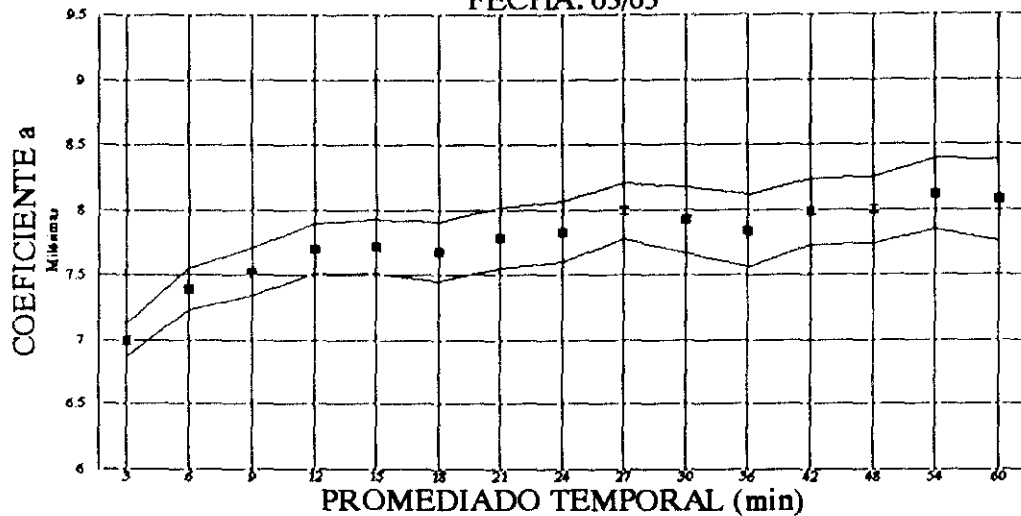


Fig. 8.7.- Experimento 03/05. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.

MODELO DE ORDEN 0: ANALISIS DEL REGIMEN ESTATICO
 MODELO: $(Ta - Tex) = a \cdot lex + c$

min	rms	r2	N	GL	a	SIG_a	c
3	0.832770	0.860100	480	478	0.006995	0.000129	0.519731
6	0.694630	0.902550	240	238	0.007392	0.000157	0.429841
9	0.645898	0.915770	160	158	0.007526	0.000181	0.399466
12	0.573987	0.933440	120	118	0.007705	0.000189	0.358863
15	0.563092	0.936140	96	94	0.007722	0.000208	0.355104
18	0.576300	0.933160	80	78	0.007681	0.000232	0.364236
21	0.526960	0.944450	68	66	0.007788	0.000232	0.341180
24	0.497740	0.950370	60	58	0.007831	0.000234	0.330382
27	0.420786	0.964600	53	51	0.007996	0.000214	0.293601
30	0.471873	0.955170	48	46	0.007926	0.000252	0.308778
36	0.478827	0.954190	40	38	0.007839	0.000278	0.328519
42	0.399851	0.968420	34	32	0.007963	0.000254	0.296678
48	0.373820	0.972300	30	28	0.007994	0.000254	0.293263
54	0.366705	0.974000	26	24	0.008122	0.000270	0.263033
60	0.411363	0.967200	24	22	0.008072	0.000316	0.275770

MODELO DE ORDEN 0: COEFICIENTE a
 FECHA: 03/05



MODELO DE ORDEN 0: R.M.S. y r2
 FECHA: 03/05

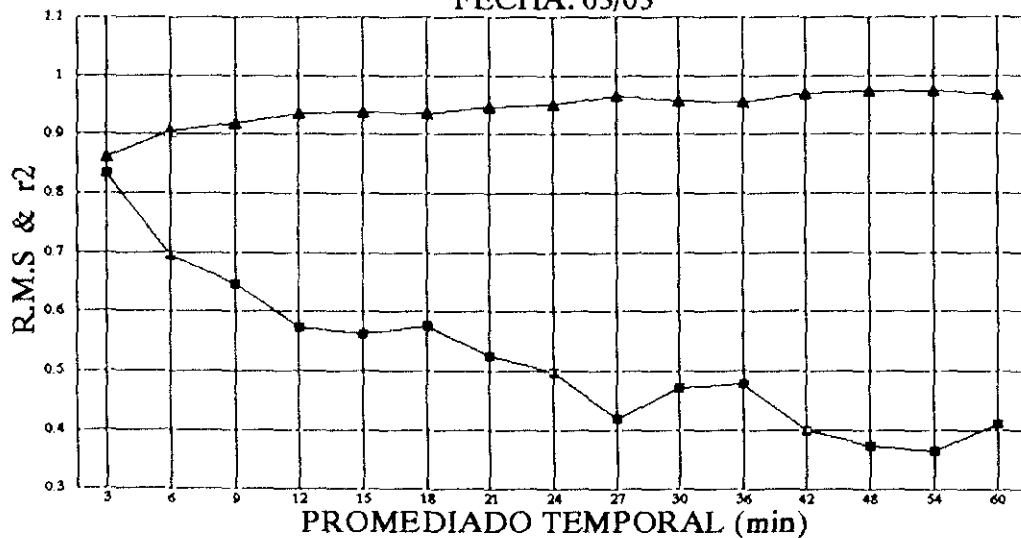


Fig. 8.8.- Experimento 03/05. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.

En el caso de un sistema con una salida, $y(t)$, y dos entradas, $u_1(t)$ y $u_2(t)$, procederemos de igual modo, aunque sobre las variables y/u_1 y u_2/u_1 , o bien sobre y/u_2 y u_1/u_2 .

Ejemplo de aplicación.

Como ejemplo de aplicación incluimos los resultados obtenidos con el experimento 03/05. Este es un caso de sistema con una única entrada (I) y una única salida (DT). El tiempo de muestreo es de 3 min.. En la figura 7.11d aparece representado el salto térmico, DT, frente a la irradiancia solar global, I, observándose una nube de puntos relativamente dispersa.

Procedimos, a continuación, a promediar las series de medidas en intervalos de tiempo de 6, 9, 12 ... hasta 60 min., graficando en cada caso la salida resultante frente a la entrada. En la figura 8.7 aparecen representados:

- * Arriba: Las nubes de puntos resultado de promediar cada 12, 30 y 54 min., junto con las rectas de regresión correspondientes.
- * Abajo: Las medidas (promediadas) de temperatura del aire interior del invernadero, junto con las simulaciones realizadas con el modelo del tipo $DT = a I + c$ (a, c = constantes) previamente ajustado.

La conclusiones más importante al respecto son:

- a) Para promedios temporales de 54 min. han desaparecido totalmente los fenómenos de inercia y se dibuja claramente el régimen deslizante del sistema.
- b) Bajo las condiciones de excitación de este experimento, el invernadero es susceptible de ser concebido como un sistema lineal e invariable respecto al tiempo.

En la figura 8.8 se recogen los resultados de los ajustes lineales efectuados sobre los distintos promedios temporales explorados. Nótese como, a medida que aumenta el intervalo temporal de promediado, aumenta el coeficiente de correlación (r^2) del ajuste y disminuye el error cuadrático medio (rms) del mismo. Asimismo, se observa una tendencia asintótica del coeficiente de proporcionalidad (a) hacia valores en el entorno de 0.008, coincidentes con el valor de ganancia estática observado en la función de transferencia empírica de este experimento.

8.4. CARACTERIZACION FORMAL DE LOS MODELOS.

Una de las fases más conflictivas del proceso de identificación es la fase de selección de modelos. Por esta razón, la Parte II de este trabajo se ha dedicado por completo a derivar estructuras matemáticas simples, adecuadas al proceso de identificación, a partir del análisis físico-matemático del proceso en estudio. Se acotó de forma clara el tipo de estructuras que pueden constituirse en firmes candidatos a representar la realidad observada en el prototipo experimental de invernadero ya descrito. Sin embargo, en ningún momento a lo largo de los capítulos 4, 5 y 6, hemos hablado de la posible existencia de perturbaciones, que, como veremos en este apartado, introducirán modificaciones sobre las representaciones matemáticas del proceso derivadas en dichos capítulos.

8.4.1. El Sistema: Entradas, Salidas y Perturbaciones.

En el transcurso del proceso de identificación el sistema es considerado como un objeto que recibe estímulos del exterior y produce señales de respuesta observables. Reciben el nombre de salidas las señales producidas por el sistema que son de nuestro interés. Las solicitaciones externas que puedan ser manipuladas o controladas se denominan entradas, y se llama perturbaciones a las restantes. A su vez, las perturbaciones se dividen en aquellas que son directamente medibles y las que escapan a nuestra observación, de las cuales sólo tendremos referencia a través de su efecto sobre las salidas. Como la distinción entre entradas y perturbaciones medibles es más académica

que práctica, en lo sucesivo, con el término entradas nos referiremos tanto a las entradas "sensu stricto" como a las perturbaciones medibles. El término perturbaciones se reserva para las llamadas perturbaciones no medibles.

El origen de las perturbaciones puede ser muy variado. Pueden provenir de errores de medida, de errores estructurales (originados en el proceso de modelización), de señales cuyo efecto sobre la salida ha sido, consciente o inconscientemente, desestimado, etc. En cualquier caso, tienen normalmente un carácter aleatorio y su presencia abre la disquisición que sigue acerca de los modelos.

8.4.2. Clasificación de los Modelos

Debido a la presencia de perturbaciones, los experimentos realizados sobre un mismo sistema no son exactamente reproducibles - la misma secuencia de entradas u^N puede producir distintas secuencias de salidas y^N ². En tales circunstancias parece natural contemplar y^t como un proceso estocástico del cual observamos distintas realizaciones. Un modelo del sistema podría ser, en consecuencia, una descripción de $Z^t = \{y^t, u^t\}$ en términos de probabilidades. Tal modelo quedaría formulado a través de la función de densidad de probabilidad de Z^t o, alternativamente, considerando u^t como una secuencia determinista dada, en términos de la densidad de probabilidad condicionada de y^t dado u^t .

Sin embargo, este tipo de modelos resultará difícil de construir y engorroso de usar. En su lugar, será preferible utilizar modelos estocásticos que procuren una medida implícita e indirecta de dichas funciones de densidad de probabilidad. De otra parte, en una descripción del sistema en los términos arriba descritos, no están presentes ni la dirección natural del vector tiempo ni la noción de causalidad, por lo que, con independencia de otras consideraciones, no parecen ser la opción más apropiada en nuestro caso.

En el transcurso de los capítulos 4, 5 y 6, con carácter unas veces general y otras específico, se han derivado modelos y estructuras adecuados al proceso de identificación, que contienen la noción de causalidad aunque no contemplan la presencia de perturbaciones. Ahora constituirán la base de los modelos llamados de predicción.

Una descripción suficientemente general de un sistema de dimensión finita, que contiene a las derivadas para el invernadero en los capítulos 5 y 6, es:

$$\begin{aligned}x(t+1) &= f(t, x(t), u(t), w(t); \theta) \\ y(t) &= h(t, x(t), u(t), v(t); \theta)\end{aligned}\tag{8.27}$$

donde $w(t)$ y $v(t)$ son secuencias de variables aleatorias independientes; θ es un vector de parámetros desconocidos; $u(t)$ el vector de entradas; $y(t)$ el vector de variables de observación; y $x(t)$ el vector de estado. Nótese que $w(t)$ y $v(t)$ son los términos de perturbaciones que afectan a la estructura y a la salida del sistema, respectivamente.

A partir de consideraciones de tipo probabilista, con mayor (modelos lineales) o menor (modelos no lineales) facilidad, de (8.27) se deduce el siguiente tipo de ecuación de predicción (o predictor):

$$\hat{y}(t | \theta) = g(t, Z^{t-1}; \theta)\tag{8.28}$$

que es la forma última en que se utiliza el modelo (8.27) en la identificación. En principio, g es la función que procura una mejor estimación de la salida del sistema en el tiempo t , a partir de las observaciones contenidas en Z^{t-1} .

² Los superíndices t o N hacen referencia al número de observaciones contenidas en los vectores de entrada (u) y de salida (y).

Así pues, en el ámbito de la identificación, un modelo M es una secuencia de funciones $g_M(t, Z^{t-1})$, $t=1,2, \dots$. Si el modelo sólo define la función de predicción, se denomina **Modelo Predictivo**. Cuando además procura la función de densidad de probabilidad de los errores de predicción asociados, se llama **Modelo Probabilista Completo**. Si, en lugar de hacer una descripción completa de esta función, procura únicamente sus momentos de segundo orden (matriz de covarianza), se le denomina **Modelo Probabilista Parcial**.

Otra posible clasificación de los modelos es:

1. Un modelo se dice que es **lineal** si $g_M(t, Z^{t-1})$ es lineal en y^{t-1} y u^{t-1} :

$$g_M(t, Z^{t-1}) = W_t^y(q) y(t) + W_t^u(q) u(t) \quad (8.29)$$

2. Se dice que un modelo es **invariante respecto al tiempo** cuando $g_M(t, Z^{t-1})$ no depende del tiempo absoluto.
3. Un modelo es de **predicción a k pasos** cuando $g_M(t, Z^{t-1})$ sólo depende de y^{t-k} y u^{t-1} .
4. Finalmente, un modelo se denomina **modelo de simulación** cuando $g_M(t, Z^{t-1})$ sólo depende de u^{t-1} .

8.4.3. El Conjunto de Modelos, las Estructuras y los Modelos Particulares.

El denominado **conjunto de modelos**, M^* , lo constituyen todos aquellos modelos que se conciben como posibles candidatos a representar el sistema bajo estudio. Puede ser algo tan general como:

$$M^* = \{\text{todos los modelos lineales}\} \quad (8.30)$$

con un número infinito de elementos.

Bajando en el nivel de concreción, nos encontramos con las denominadas **estructuras**. Estas constituyen una parametrización del conjunto de modelos. A las estructuras las designaremos mediante $M(\theta)$, y el conjunto de modelos se considerará como el conjunto unión de las estructuras.

Al fijar valores para los elementos del vector de parámetros asociado a $M(\theta)$, sea cual sea el procedimiento seguido para ello, obtendremos lo que se denomina un **modelo particular del conjunto**.

8.4.4. Estructuras Paramétricas Lineales e Invariantes respecto al tiempo.

Un sistema lineal, invariante respecto al tiempo, causal y libre de perturbaciones, queda completamente caracterizado a través de su función de respuesta al impulso. La(s) salida(s) del sistema se relaciona(n) con la(s) entrada(s) del mismo a través de la ecuación general de convolución, que, en tiempo discreto, adopta la forma:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) u(t-k) ; \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (8.31)$$

Cuando el sistema se ve afectado por perturbaciones, la ecuación anterior resulta inexacta. En su lugar se emplea la siguiente:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) u(t-k) + v(t) \quad (8.32)$$

donde se supone que el término aditivo $v(t)$ representa el efecto de las perturbaciones sobre la salida del sistema.

La caracterización del término de perturbaciones puede resultar una tarea en extremo difícil y ardua, particularmente cuando no se tiene información "a priori" sobre la naturaleza de las mismas. Normalmente se representan en la forma:

$$v(t) = \sum_{k=1}^{\infty} h(k) e(t-k) \quad (8.33)$$

siendo $e(t)$ una secuencia de variables aleatorias independientes (ruido blanco) con cierta función de densidad de probabilidad.

Resumiendo lo anterior, diremos que un modelo para un sistema lineal e invariable respecto al tiempo queda completamente determinado al especificar las funciones de respuesta al impulso del sistema, el espectro de las perturbaciones aditivas que afectan al sistema y, a veces, la función de densidad de probabilidad de éstas. Adopta, por tanto, la forma general:

$$y(t) = G(q) u(t) + H(q) e(t) \quad (8.34)$$

$f_e(.) \equiv$ función de densidad de probabilidad de $e(t)$

con

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) q^{-k}; \quad H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k) q^{-k} \quad (8.35)$$

$y(t)$ = señal de salida ; $u(t)$ = señal de entrada

Recuérdese que el "operador desplazamiento hacia delante q " y el "operador desplazamiento hacia atrás q^{-1} " se definen como:

$$q u(t) = u(t+1); \quad q^{-1} u(t) = u(t-1) \quad (8.36)$$

En adelante, los términos $G(q)u(t)$ y $H(q)e(t)$ de (8.34) serán denominados modelo de sistema y modelo de perturbaciones, respectivamente. $G(q)$ contiene las funciones de transferencia asociadas a las entradas del sistema y $H(q)$ representa la función de transferencia asociada a las perturbaciones.

Representaciones externas

Quizás el uso de funciones racionales es la forma más inmediata de parametrizar G y H . Este tipo de representación genera las denominadas estructuras externas, también conocidas por los nombres de modelos de función de transferencia o modelos de caja negra.

Los modelos de caja negra de uso más extendido pertenecen a la estructura general:

$$A(q) y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t) \quad (8.37)$$

con

$$Z(q) = 1 + \sum_{i=1}^{nz} z_i q^{-i} ; \quad X(q) = \sum_{i=1}^{nx} x_i q^{-i} ; \quad (8.38)$$

$$X \equiv B, C; \quad x \equiv b, c; \quad Z \equiv A, F, D; \quad z \equiv a, f, d$$

Para un modelo de este tipo, las funciones de transferencia asociadas a las entradas y a las perturbaciones vendrán dadas por:

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q) F(q)} ; \quad H(q) = \frac{C(q)}{A(q) D(q)} \quad (8.39)$$

Los casos particulares de (8.37) que utilizaremos en nuestro trabajo figuran en la Tabla 8.1. Nótese que la diferencia fundamental entre unas y otras estructuras reside en la hipótesis concerniente al modelo de perturbaciones. Un modelo de tipo ARX supone que el término de perturbaciones constituye un ruido blanco, mientras que un modelo ARMAX le otorga cierta estructura temporal (autorregresiva-media móvil). De otra parte, mientras que en los modelos ARX y ARMAX, las funciones de transferencia de las entradas y de las perturbaciones comparten denominador, en los modelos OE y BJ son completamente independientes. Por último, mientras que los modelos ARX, ARMAX y BJ son modelos predictivos, los modelos OE son modelos de simulación, no incluyen hipótesis alguna acerca de la estructura de las perturbaciones y sólo modelizan la función de transferencia de las entradas.

POLINOMIOS UTILIZADOS	NOMBRE DEL MODELO
A, B	ARX (AutoRegresive eXogeneous)
A, B, C	ARMAX (AutoRegresive Moving Average eXogeneous)
B, F	OE (Output Error)
B, F, C, D	BJ (Box-Jenkins)

Tabla 8.1. Modelos de caja negra utilizados para la identificación.

Representaciones Internas.

Los modelos en variable de estado de dimensión finita constituyen otra forma de parametrizar las funciones de transferencia **G** y **H**. Como ya indicamos en los capítulos 4 y 5, en sistemas termodinámicos del tipo analizado, esta parametrización se traduce en:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F(\theta) x(t) + B(\theta) \dot{u}(t) + w(t) \\ y(t) &= H(\theta) x(t) + S(\theta) u(t) + v(t) \end{aligned} \quad (8.40)$$

donde $w(t)$ y $v(t)$, las únicas variantes respecto de la formulación presentada en dichos capítulos, reciben los nombres de ruido del proceso y ruido de medida, respectivamente. Normalmente se supone que son variables aleatorias de media cero y covarianzas

$$E [w(t) w^T(t)] = R_1(\theta) ; \quad E [v(t) v^T(t)] = R_2(\theta) ; \quad E [w(t) v^T(t)] = R_{12}(\theta) \quad (8.41)$$

Relación existente entre las representaciones internas y externas.

Aunque, como ya indicamos en el capítulo 6, efectuaremos la identificación sobre representaciones de tipo externo, las de tipo interno serán utilizadas aquí para orientar la búsqueda del modelo de las perturbaciones, como ya hicieramos en 6.2 para determinar los tipos de modelos de función de transferencia del sistema.

Sea

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t|\theta) \quad (8.42)$$

el denominado error de predicción. Llevando (8.40) a la forma denominada ecuación de innovaciones (ver por ej. Ljung, 1987), nos encontramos con la siguiente equivalencia entre representaciones internas y externas:

$$y(t) = G(q, \theta) u(t) + H(q, \theta) e(t) \quad (8.43)$$
$$G(q, \theta) = H(\theta) [qI - F(\theta)]^{-1} B(\theta); \quad H(q, \theta) = H(\theta) [qI - F(\theta)]^{-1} K(\theta) + I$$

donde $K(\theta)$ representa al filtro Kalman.

Por un procedimiento análogo al seguido en 6.2.3, de (8.43) se deduce que la representación externa correspondiente a la interna de referencia es una estructura de tipo ARMAX con polinomios A, B y C de igual orden, siendo el número de parámetros desconocidos asociados a los mismos:

$$n_a = n_c \quad y \quad n_b = n_a + 1$$

8.4.5. Estructuras Paramétricas Lineales Variables Respecto al Tiempo.

Las variantes con la que nos encontramos aquí, respecto de lo especificado en el apartado anterior, se derivan de la variabilidad temporal de la función de respuesta al impulso que caracteriza a los sistemas lineales, causales y variables respecto al tiempo. Para este tipo de sistemas, las estructuras (8.39) y (8.40) adoptan la forma:

$$A_t(q) y(t) = \frac{B_t(q)}{F_t(q)} u(t) + \frac{C_t(q)}{D_t(q)} e(t) \quad (8.44)$$

y

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F_t(\theta) x(t) + B_t(\theta) \dot{u}(t) + w(t) \\ y(t) &= H_t(\theta) x(t) + S_t(\theta) u(t) + v(t) \end{aligned} \quad (8.45)$$

respectivamente, donde con el subíndice t se hace referencia a la variabilidad temporal de los polinomios o matrices afectados por el mismo.

Recuérdese que, en el caso del invernadero, el uso de estas representaciones puede venir motivado por:

- a) La variabilidad temporal intrínseca a algunos parámetros físicos del sistema (ej. transmitancia óptica de la cubierta, coeficientes convectivos dependientes de la velocidad del viento, ...)
- b) La variabilidad temporal asociada a los coeficientes de transporte que resultan de la linearización de determinados flujos.

8.4.6. Estructuras Paramétricas no Lineales.

Mientras que en los casos de sistemas lineales hemos mantenido un tono general de descripción, yendo a estructuras paramétricas que bien pueden representar al invernadero como a cualquier otro sistema lineal, en esta ocasión nos vemos forzados a sustituir lo general por lo particular. Como ya indicamos en el capítulo 4, sólo trataremos un tipo muy concreto de sistema no lineal. Es el caso de sistemas en los que las no linealidades afectan sólo al régimen estático o deslizante de funcionamiento, representándose el régimen dinámico por medio de relaciones lineales de entradas-salida.

La representación interna asociada a este tipo de sistemas es:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F(\theta) x(t) + B(\theta) \dot{u}(t) + w(t) \\ y(t) &= H(\theta) x(t) + S(\theta, u(t)) + v(t)\end{aligned}\tag{8.46}$$

En este caso, el paso de la forma interna a la externa dependerá de que conozcamos o no el régimen deslizante de funcionamiento del sistema. Si conocemos $S(\theta, u(t))$, basta redefinir el vector de salidas como

$$\bar{y}(t) = y(t) - S(\theta, u(t))\tag{8.47}$$

para reencontrarnos con las representaciones externas (8.37).

Si no conocemos $S(\theta, u(t))$, aproximaremos dicha función mediante una expansión polinómica del tipo

$$S(\theta, u(t)) = \alpha_1 u(t) + \alpha_2 u^2(t) + \dots + \alpha_m u^m(t)\tag{8.48}$$

que nos conducirá a representaciones externas del sistema de la forma general:

$$A(q) y(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)} u(t) + \dots + \frac{B_m(q)}{F_m(q)} u^m(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t)\tag{8.49}$$

parecidas a los conocidos modelos de Hammerstein.

Aunque en nuestro caso, como hemos visto en 8.3.3, empíricamente podremos llegar a conocer el régimen deslizante de funcionamiento del invernadero, hemos preferido la segunda aproximación antes que la primera. Las razones que nos indujeron a ello son de índole estadístico:

- Por un lado, sabemos que nuestro sistema es relativamente sensible al ruido (ver 8.3.2). Las funciones de transferencia suelen exhibir un amplio ancho de banda y una reducida velocidad de corte. Esto significa que los ajustes que pongan el énfasis en la zona del espectro de altas frecuencias serán más susceptible al ruido que aquellos que atribuyen mayor peso específico a las zonas de media y baja frecuencia.
- De otra parte, debido al tipo de solicitaciones a que se ve sometido el sistema (radiación solar y temperatura ambiente exterior), los experimentos contendrán una proporción notable de información concentrada en la zona de bajas y medias frecuencias del espectro.

Por todo lo anterior, y sabiendo que el método de redefinición de la salida constituye una forma indirecta de disminuir la relación señal útil/ruido, particularmente en la zona de mayor interés del espectro (baja y media frecuencia), y de desplazar los ajustes hacia las zonas de altas frecuencias, determinamos el uso del método de desarrollo en series de potencias del régimen deslizante.

8.4.7. Entradas, Salidas y Parámetros Característicos del Invernadero.

Salvo indicación en contra, en el caso del invernadero, las salidas y entradas consideradas son:

a) Invernadero sin plantas:

Salida: Diferencia de temperaturas entre el aire interior y exterior.

Entrada: Irradiancia solar global sobre superficie horizontal exterior.

b) Invernadero con plantas:

Salidas: Diferencia de temperaturas entre el aire interior y exterior y humedad específica del aire interior.

Entradas: Irradiancia solar global sobre plano horizontal exterior y déficit hídrico de la atmósfera exterior.

En cuanto a los denominados parámetros característicos del invernadero, no incidiremos aquí sobre su significado ni sobre sus posibles dependencias (remítase el lector a 5.6), nos limitaremos a señalar la forma en que se obtendrán a partir de los parámetros de las estructuras contenidas en la tabla 8.1, que, como hemos visto, serán el denominador común de todos nuestros análisis.

Los parámetros estáticos k_i asociados a cada una de las entradas $u_i(t)$ (o potencias de éstas) se relacionan con los coeficientes de los polinomios $B_i(q)$ y $A(q)$ de las estructuras ARX y ARMAX, o con los polinomios $B_i(q)$ y $F_i(q)$ de las estructuras OE y BJ, mediante:

$$k_i = \frac{\sum_{j=1}^{nb_i} b_{ij}}{1 + \sum_{j=1}^{na} a_j} ; \quad k_i = \frac{\sum_{j=1}^{nb_i} b_{ij}}{1 + \sum_{j=1}^{nf_i} f_{ij}} \quad (8.50)$$

Designando como r_i a las raíces de los polinomios $A(q)$ o $F_i(q)$, según el tipo de estructura utilizado, los tiempos característicos de respuesta del invernadero vendrán dados por:

$$\tau_i = - \frac{T}{\text{Ln}(r_i)} ; \quad T = \text{tiempo de muestreo} \quad (8.51)$$

8.5. METODOS DE ESTIMACION.

Se denominan **residuos o errores de predicción** a la diferencia entre las señales de salida medidas y las predichas mediante un modelo de predicción o estimación, y **errores de simulación** a las diferencias entre las medidas y las señales de salida simuladas mediante un modelo de simulación.

$$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|\theta) \quad (8.52)$$

Diremos que un modelo es un buen modelo predictivo (o un buen modelo de simulación) cuando produzca residuos (o errores de simulación) pequeños. Por lo tanto, el objetivo de la estimación será encontrar el conjunto de valores de los parámetros de una determinada estructura que hace lo más pequeño posible el correspondiente error.

La medida que se emplee para cuantificar la magnitud del error determina el método de estimación. Existen básicamente dos aproximaciones:

- a) **Métodos de predicción de error:** Cuantifican la magnitud del error mediante alguna función escalar del mismo.
b) **Métodos de correlación:** Imponen que ciertas proyecciones del error sean nulas.

En este trabajo se han empleado métodos de predicción de error por ser aplicables a una gran diversidad de estructuras y procurar la precisión asintótica óptima.

8.5.1. Métodos de Predicción de Error (PEM).

Una descripción detallada de estos métodos puede encontrarse en (Ljung, 1987) o (Söderström, 1988). Con el nombre de "Métodos de Predicción de Error" se hace referencia a todos aquellos métodos de estimación orientados a la búsqueda de los extremos (máximo o mínimo) de una función escalar de los residuos. Son casos particulares del método general, el método de mínimos cuadrados (surge de aplicar el método general PEM a estructuras de tipo ARX), el método de error de salida (es un método PEM aplicado a estructuras de tipo OE), y el método de máxima verosimilitud con perturbaciones de tipo Gaussiano.

El Predictor Optimo.

Se denomina predictor óptimo a la relación del tipo (8.28) que procura, en cualquier instante de tiempo t , la mejor estimación de la salida del sistema a partir de la información contenida en las observaciones de entrada/salida realizadas en tiempos anteriores. Se demuestra (ver por ej. Söderström, 1988; Ljung, 1987) que el predictor óptimo correspondiente a una estructura del tipo (8.37) es:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t | t-1; \theta) &= H^{-1}(q^{-1}; \theta) G(q^{-1}; \theta) u(t) + \{I - H^{-1}(q^{-1}; \theta)\} y(t) \\ e(t) &= H^{-1}(q^{-1}; \theta) \{y(t) - G(q^{-1}; \theta) u(t)\}\end{aligned}\quad (8.53)$$

El Criterio y la Función Objetivo.

Se denomina criterio a la función escalar utilizada para cuantificar la magnitud de los errores de predicción. Existen numerosas posibilidades a la hora de seleccionar el criterio. En este trabajo se ha optado por un criterio cuadrático de la forma:

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} e^2(t, \theta) \quad (8.54)$$

El conjunto de parámetros buscado es aquel que minimiza (8.54):

$$\hat{\theta}_N = \arg \min V_N(\theta, Z^N) \quad (8.55)$$

Implementación.

En el caso especial de salida escalar y criterio cuadrático del tipo (8.54), el problema de minimización (8.55), denominado "problema de mínimos cuadrados no lineal" en análisis numérico, se resuelve mediante rutinas iterativas del tipo:

$$\hat{\theta}_N^{(i+1)} = \hat{\theta}_N^{(i)} - \mu_N^{(i)} [R_N^{(i)}]^{-1} V'_N(\hat{\theta}_N^{(i)}, Z^N) \quad (8.56)$$

donde $R_N^{(i)}$ es una matriz cuadrada que modifica la dirección de búsqueda, $\mu_N^{(i)}$ una constante positiva, cuyo valor

debe asegurar que

$$V_N(\hat{\theta}_N^{(i+1)}, Z^N) < V_N(\hat{\theta}_N^{(i)}, Z^N) \quad (8.57)$$

y $V'_N(\theta, Z^N)$ el gradiente del criterio

$$V'_N(\theta, Z^N) = -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \epsilon(t, \theta) \quad (8.58)$$

En función de la selección que se haga de $R_N^{(i)}$, nos encontraremos con distintos métodos de resolución del problema de mínimos cuadrados no lineal (ver ej. Scales, 1985). Entre los de uso más extendido, cabe hacer mención del método de gradiente, el método de Newton y el método de quasi-Newton (también llamado de Gauss-Newton, Newton-Raphson modificado, ...). Este último, en el que $R_N^{(i)}$ constituye una buena aproximación del hessiano en la inmediaciones del mínimo, ha sido el empleado en nuestro trabajo.

$$V''_N(\theta, Z^N) \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \psi^T(t, \theta) = R_N^{(i)} \quad (8.59)$$

Propiedades.

Convergencia y consistencia: Cuando el número de datos, N , tiende a infinito se demuestra que

$$\hat{\theta} \rightarrow \arg \min E V(\theta) \quad \text{con probabilidad 1} \quad (8.60)$$

Propiedades asintóticas: Sean θ_0 y θ_N los vectores de parámetros real y estimado, respectivamente. Normalmente, se asume que, en el límite, cuando N tiende a infinito, la variable aleatoria $N^{0.5}(\theta_N - \theta_0)$ sigue una ley normal de distribución:

$$\sqrt{N}(\hat{\theta}_N - \theta_0) \in N(0, P_\theta) \quad (8.61)$$

En el caso en que el criterio de ajuste sea la norma cuadrática (8.54), la matriz de covarianzas P_θ viene dada por:

$$P_\theta = \lambda_0 [E \psi(t, \theta_0) \psi^T(t, \theta_0)]^{-1}; \quad \lambda_0 = \text{varianza del error de predicción} \quad (8.62)$$

y se estima mediante:

$$\hat{P}_N = \hat{\lambda}_N [\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \hat{\theta}_N) \psi^T(t, \hat{\theta}_N)]^{-1}; \quad \hat{\lambda}_N = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon^2(t, \hat{\theta}_N) \quad (8.63)$$

8.6. COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DE MODELOS.

Tras haber obtenido, por los métodos de estimación arriba indicados, los modelos particulares del conjunto que mejor describen la realidad observada, resta aún una fase importante del proceso de identificación: la fase de validación. Será ésta la que nos permita calificar los resultados obtenidos y, en último término, poner punto final al proceso de identificación. Antes de entrar en la descripción de la metodología de validación adoptada, recordaremos algo esencial. Dos han sido las direcciones de análisis determinadas:

- a) Dentro de una mismo tipo de estructura (ej. ARMAX) el análisis de la dimensión.
- b) Para una misma dimensión u orden, el análisis de la estructura que, dado el curso que ha ido tomando este trabajo, se reduce al análisis de la estructura de representación de las perturbaciones.

La metodología de validación tiene el doble propósito de calificar todos y cada uno de los modelos particulares obtenidos en la fase de ajuste y de comparar unos con otros. Al término de la validación deberíamos poder pronunciarnos acerca de:

- la dimensión máxima que el binomio sistema-experimento permite identificar.
- la calidad del modelo de sistema adoptado con la dimensión máxima identificable.
- la representación más conveniente del término de perturbaciones dependiendo del uso posterior que se vaya a hacer del modelo.

Procederemos para ello a evaluar y comparar los modelos ajustados en términos de:

1. Su capacidad para reproducir la realidad observada.
2. La calidad de los parámetros matemáticos estimados.
3. La calidad de los parámetros físicos derivados.
4. Su complejidad y su adecuación al propósito para el cual fueron concebidos.

8.6.1. Capacidad para Reproducir la Realidad Observada.

A la hora de evaluar este particular, nos detendremos en: a) Valorar la bondad del criterio de ajuste; b) Comparar las medidas realizadas con las simulaciones procedentes del modelo ajustado.

Para valorar los modelos de predicción, utilizaremos indistintamente el criterio de ajuste propiamente dicho, $V(\theta)$, y el denominado criterio de Akaike del error de predicción final

$$FPE = \frac{1 + n/N}{1 - n/N} V(\theta) ; \quad n = \text{número de parámetros del modelo} ; \quad N = \text{número de datos}$$

que incluye una penalización por número de parámetros estimados (penaliza la complejidad).

En esta primera etapa de la validación, la comparación de las medidas y las simulaciones se reduce al examen de los denominados errores de simulación en términos de su media, varianza y densidad espectral. La media será un índice de la capacidad del modelo para reproducir el régimen estático de funcionamiento del sistema; la varianza, una primera medida de la magnitud de las desviaciones observadas entre medidas y simulaciones; y la densidad espectral indicará en qué zonas del espectro cobran mayor importancia tales desviaciones.

8.6.2. Calidad de los Parámetros Matemáticos.

Bajo este epígrafe condensamos dos aspectos fundamentales de la validación: a) el concerniente al análisis de

identificabilidad del modelo ajustado; y b) el específico de calidad de los parámetros, a los que les es exigible mínimos sesgo (desviación respecto del valor real) y varianza (incertidumbre).

Reiteramos una vez más que la información contenida en los experimentos, siempre finita y en numerosas ocasiones muy reducida, impone límites al conocimiento que sobre el objeto real podemos llegar a adquirir a través de su observación. En relación con el tema que ahora nos ocupa (identificabilidad), esto se traduce en un límite a la dimensión máxima (número de parámetros) del modelo a ajustar que realmente puede ser detectada. Es corriente encontrarnos con situaciones en las que, a medida que aumenta el número de parámetros libres del modelo (grados de libertad), se mejora apreciablemente la capacidad de éste para reproducir las series de salida observadas. Sin embargo, esto no deja de ser un espejismo. Al aumentar el número de parámetros por encima del máximo admisible, si bien ganamos en capacidad mimética, vamos perdiendo paulatinamente sentido, significado y certidumbre; perdemos las condiciones de identificabilidad global o local. Cuando esto ocurra, diremos que el modelo o estructura está sobreparametrizado, que no es identificable, o que el experimento realizado no contiene información suficiente para identificar dicha estructura. Será preciso en estos casos, reducir la dimensión.

Los estudios de sobreparametrización se efectuarán, como más adelante se indica, mediante el análisis de la matriz de covarianza asociada a los parámetros estimados y a través del denominado análisis de cancelación de polos y ceros.

La calidad de los parámetros matemáticos del modelo ajustado se evaluará en términos de varianza (incertidumbre) y sesgo (desviación respecto del valor real). La varianza podrá a ser estimada por métodos directos, mientras que el sesgo requerirá de procedimientos indirectos de análisis (ej. análisis de residuos y la validación cruzada).

Análisis de la matriz de covarianzas.

La utilidad de este análisis reside en que:

- a) Permite establecer las bandas de confianza asociadas a los parámetros estimados. Bandas anchas indican gran indeterminación en el valor del mismo. Bandas que contienen el cero señalan parámetros que podrían ser eliminados del modelo, para cuya identificación el experimento no ha resultado suficientemente informativo.
- b) Permite cuantificar la correlación existente entre distintos parámetros, abriendo las puertas al análisis indirecto de correlación entre procesos, siendo éste otro aspecto del análisis de identificabilidad de los modelos.

Análisis de cancelación de polos y ceros

Los polos y ceros asociados a cada una de las entradas (o potencias de éstas en el caso de sistemas no lineales) del modelo, se definen como las raíces de los polinomios del numerador y del denominador, respectivamente, de la función de transferencia correspondiente. Por ejemplo, en el caso de una estructura de tipo ARMAX, con una única entrada, los polos son las raíces del polinomio $B(q)$ y los ceros las raíces de $A(q)$.

La incertidumbre, o bandas de cofianza asociadas a los mismos, ayudan a detectar problemas de sobreparametrización. Si la banda de confianza asociada a cualquiera de los ceros o polos, de cualquiera de las funciones de transferencia, contine al 0, el orden del modelo deberá ser reducido. Asimismo, la duplicidad de polos o ceros y la cancelación entre ellos (iguales valores o bandas de confianza que se solapan) pone de manifiesto la necesidad de reducir la dimensión del modelo.

Análisis de residuos.

Es una evaluación indirecta del sesgo en los parámetros estimados, que, por otro lado, puede llegar a procurar interesantes pautas para mejorar, si fuese preciso, la representación del proceso en estudio (Palomo, 1991c). El fundamento y tipo de análisis dependerá de que el modelo cuya validez se investiga sea de predicción o un modelo de simulación.

En el caso de modelos predictivos, el análisis de residuos está encaminado a verificar las hipótesis que contienen el modelo sobre la naturaleza de las perturbaciones. En los modelos de predicción utilizados, suponemos que el residuo es un ruido blanco independiente. Esto es, una serie temporal con funciones de autocorrelación y de correlación cruzada nulas para desfases superiores a 0. Desviaciones notables de los residuos respecto de este comportamiento, nos llevarán a rechazar el modelo. En estos casos, aunque el modelo reproduzca aceptablemente la realidad observada, es esperable la existencia de sesgo en los parámetros estimados.

En modelos de predicción, si el residuo es blanco e independiente, podremos afirmar que tanto el modelo de sistema como el modelo de perturbaciones son adecuados (Box-Jenkins, 1976). Si, aunque independiente, el residuo no es blanco diremos que el modelo de perturbaciones es inadecuado, aunque adecuado el modelo de sistema. Finalmente, si el residuo ni es blanco ni es independiente, puede ocurrir que ambos modelos, de sistema y de perturbaciones, sean deficientes o que sólo lo sea el modelo de sistema (ver tabla 8.2)

RESIDUOS	Blanco e Independiente	No Blanco pero Independiente	No Blanco No Independiente	No Blanco No Independiente
Modelo de Sistema	CORRECTO	CORRECTO	INCORRECTO	INCORRECTO
Modelo de Perturbaciones	CORRECTO	INCORRECTO	CORRECTO	INCORRECTO

Tabla 8.2. Análisis de residuos en el caso de modelos de predicción.

En el caso de modelos de simulación, no es de esperar que el residuo sea blanco. Sin embargo, es deseable que no presente correlación con las entradas. Que las entradas y el residuo estén descorrelacionados, significa que toda la información contenida en las entradas acerca del proceso en estudio ha sido debidamente extraída.

Así pues, la validación en términos de residuos de uno u otro tipo de modelos precisará de los correspondientes tests estadísticos de ruido blanco y correlación nula. El fundamento de los tests aplicados se describe en el Apéndice II, limitándonos aquí a una enumeración y descripción somera de los mismos:

* Test de ruido blanco en el dominio del tiempo: Se realiza sobre la función de autocorrelación del residuo. Sobre una misma gráfica se representan los valores de autocorrelación estimadas para los residuos y la banda de confianza del 95% correspondiente a la hipótesis de ruido blanco.

* Test de ruido blanco en el dominio de la frecuencia: Es un test más riguroso que el anterior. Sobre el gráfico del peridiograma de un ruido blanco, trazado con su correspondiente banda de confianza del 95%, se incluyen los puntos estimados del peridiograma del residuo.

* Test de correlación nula en el dominio del tiempo: Se realiza sobre las funciones de correlación cruzada residuos-entradas. El fundamento de este test es similar al de ruido blanco en el dominio del tiempo. La hipótesis de correlación nula se rechaza cuando alguno de los puntos de correlación cruzada estimado

queda significativamente fuera de la banda de confianza del 95% de dos procesos independientes, o bien, el conjunto de ellos muestren una distribución marcadamente no aleatoria en torno al cero. En la práctica este test tiene dos problemas: a) puede inducirnos a conclusiones erróneas si las series que se cruzan no han sido previamente preblanqueadas; b) no es de aplicación en el caso de modelos con entradas múltiples correlacionadas entre sí.

* Test de correlación nula en el dominio de la frecuencia: Este test no presenta las limitaciones del anterior. Se realiza sobre los espectros de coherencia múltiple y parciales. El test de coherencia múltiple no nula (ver apéndice II) se aplica para determinar si existe correlación entre los residuos y el conjunto de entradas del modelo. Si el resultado de este test resulta positivo, pasaremos a analizar los espectros de coherencia parciales. Como ya hemos indicado en ocasiones anteriores, éstos procuran una medida por frecuencias de la correlación existente entre los residuos y cada una de las entradas consideradas individualmente. Permitirá, en consecuencia, determinar las partes del modelo de sistema que presentan acusadas deficiencias.

Validación cruzada.

Es otra medida indirecta del sesgo y, a la par, una herramienta de interés a la hora de comparar modelos. Sean dos experimentos, A y B, realizados sobre el mismo objeto bajo condiciones de excitación diferentes. La validación cruzada consiste en utilizar uno de estos experimentos, por ejemplo el A, para ajustar las estructuras paramétricas seleccionadas, y el otro para comparar estructuras e investigar la posible existencia de sesgo en sus respectivos parámetros. Con los modelos particulares identificados sobre el experimento A y las entradas del experimento B, se simulará la salida de éste último. La calidad de dicha simulación (grado de acuerdo entre medidas y simulaciones) será un indicativo de la existencia o no de sesgo en los parámetros del modelo ajustado.

Incertidumbre en las simulaciones.

A veces damos demasiado crédito a lo observado e intentamos ir más allá de lo realmente posible en la validación (o comparación) de modelos. El análisis que sigue nos pondrá cota a este respecto y nos procurará una medida más, distinta a las ya mencionadas, de la incertidumbre asociada al modelo previamente ajustado.

Este análisis discurre en dos etapas:

- a) la primera se encarga de propagar la incertidumbre asociada a los parámetros ajustados a través del propio modelo. Como método de propagación se ha utilizado una técnica convencional de Monte Carlo, cuya descripción puede encontrarse en (Marco, 1991). El resultado es la banda de incertidumbre del 95% asociada a las simulaciones provenientes de dicho modelo que origina la incertidumbre asociada a los parámetros del mismo.
- b) en la segunda compararemos esta banda con la banda de incertidumbre experimental que se define por el procedimiento descrito en 8.2.6.

El grado de solapamiento entre ambas bandas de confianza nos procura una medida de la capacidad que tenemos de discernir entre modelos (o de validarlos) en términos de su capacidad para reproducir la realidad observada. Por ejemplo, dos modelos cuyas bandas de incertidumbre queden incluidas en las bandas de incertidumbre experimental son, en principio, suficientemente buenos e indistinguibles. Sólo en términos de probabilidad, aceptando como simulación más probable la correspondiente al valor más probable de los parámetros, cabrá efectuar distinciones entre los mismos.

8.6.3. Calidad de los Parámetros Físicos.

En relación con los parámetros denominados físicos (estáticos y dinámicos), el análisis de calidad se centrará sobre los siguientes particulares:

- a) Coherencia existente entre los parámetros físicos derivados del modelo matemático ajustado y los estimados por métodos no paramétricos (ej. análisis del régimen estático y función de transferencia).
- b) Varianza asociada a dichos parámetros.
- c) Capacidad del modelo ajustado para reproducir la(s) función(es) de transferencia empírica(s).

8.6.4. Complejidad y Adecuación al Uso Previsto.

Será un aspecto a tener en cuenta para seleccionar un modelo de entre los que tienen un comportamiento similar en relación con los puntos de 8.6.1 a 8.6.3. La complejidad del modelo determina en gran medida la complejidad del algoritmo de ajuste y, en consecuencia, el esfuerzo requerido de cálculo. Preferiremos siempre la estructura más simple de entre las que procuran similar calidad de resultados, siempre y cuando lo permita el uso posterior que vayamos a hacer del modelo.

8.7. ESTRUCTURA SECUENCIAL DEL ANALISIS PARAMETRICO.

De acuerdo con lo ya visto, la fase de análisis paramétrico cubre las tres etapas fundamentales siguientes:

1. SELECCION DEL CONJUNTO DE MODELOS.

- 1.1. Análisis del régimen estático: Tiene por objeto el determinar el carácter lineal/no lineal y estacionario/no estacionario del sistema.
- 1.2. Selección del tipo de estructura paramétrica: Al dictado de lo que resulte en 1.1, adoptaremos estructuras paramétricas externas de los tipos generales 8.37 (modelos lineales invariables respecto al tiempo), 8.44 (modelos lineales variables respecto al tiempo) u 8.49 (modelos no lineales). Nótese que todas ellas guardan estrecha relación y que, además, de entre las posibles estructuras que satisfacen (8.37), (8.44) y (8.49), optaremos por aquellas designadas como ARX, ARMAX, BJ y OE.
- 1.3. Análisis preliminar de la dimensión máxima.

1.1., 1.2. y 1.3. acaban definiendo el conjunto de estructuras candidatas a representar la realidad observada en nuestro prototipo experimental de invernadero.

2. ESTIMACION.

- 2.1. Selección del método de estimación : Dependerá del tipo de estructuras seleccionado. Modelos invariables en el tiempo nos conducen a métodos PEM y modelos variables conducirían a métodos recursivos de estimación.
- 2.2. Ajuste

2.1. y 2.2. originarán, para cada uno de los elementos del conjunto de modelos, el modelo particular que mejor describe, en términos del criterio de ajuste, lo observado experimentalmente.

3. COMPARACION Y VALIDACION DE MODELOS.

El objetivo de esta etapa del proceso de identificación es doble. De una parte, estaremos interesados en calificar

todos y cada uno de los modelos particulares obtenidos en 2 y, de otra, en determinar el mejor de entre ellos en relación con las tareas de caracterización, predicción y/o simulación. La secuencia en la que aplicaremos lo expuesto en 8.6, será:

- 3.1. Análisis de la capacidad de los modelos de reproducir la realidad observada.
- 3.2. Análisis de identificabilidad.
- 3.3. Análisis de residuos.
- 3.4. Análisis de los parámetros físicos y de la función de transferencia.
- 3.5. Simulación y validación cruzada.

Como ya indicamos en 8.6, al término de esta secuencia de análisis deberíamos poder pronunciarnos sobre:

- la dimensión máxima que el binomio sistema-experimento permite identificar.
- la calidad del modelo de sistema adoptado con la dimensión máxima identificable.
- la representación más conveniente del término de perturbaciones dependiendo del uso posterior que se vaya a hacer del modelo.

8.8. EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA DE INFERENCIA Y VALIDACIÓN DE MODELOS.

8.8.1. El Experimento.

Continuamos con el experimento 03/05 antes utilizado en los ejemplos de aplicación de las metodologías de acondicionamiento previo de señales y de análisis no paramétrico. Recuértese que en 8.3.2 concluimos que, bajo las condiciones de excitación imperantes durante este experimento, el invernadero es susceptible de ser representado como un sistema lineal.

8.8.2. Análisis Preliminar del Orden y de los Desfases.

Este análisis se lleva a término ajustando modelos de tipo ARX a los datos de entrada-salida observados, siendo éste un procedimiento equivalente al de estimación de la función de autocorrelación parcial empleado en series temporales. Las etapas a cubrir en el análisis son:

1. Sobre un modelo general del tipo ARX

$$y(t) + \sum_{i=1}^{na} y(t-i) = \sum_{i=1}^{nb} u(t-nk-i) + e(t) \quad (8.65)$$

se seleccionan los valores de na , nb y nk (desfase) a ser explorados.

2. Se estiman los parámetros de todos y cada uno de los modelos seleccionados, utilizando para ello un método de correlación (método de variable instrumental).

3. Se comparan los resultados obtenidos en términos de: a) El error cuadrático medio de los errores de simulación (V); b) El logaritmo del número de condicionamiento de la denominada matriz de información (\log_R) (ver. Ljung, 1987, pag.415). Este número es el cociente entre los autovalores máximo y mínimo de dicha matriz y mide el grado de invertibilidad de la misma. Un aumento notable de su logaritmo indicará un orden excesivo en el modelo.

La razón para utilizar un método de correlación en vez de un método de predicción de error en el ajuste reside en el hecho de que las estructuras de tipo ARX o ARMAX, ajustadas por métodos PEM, tienden a corregir las posibles deficiencias de la representación del término de perturbaciones falseando los coeficientes del polinomio

$A(q)$. Recuérdese que en estas estructuras el modelo de ruido $C(q)/A(q)$ presenta un acoplamiento directo con el modelo dinámico del sistema $B(q)/A(q)$. De este modo, si el término de perturbaciones no es un ruido blanco (como postula 8.74), los modelos del tipo ARX requerirán de mayor orden del realmente preciso para describir simultáneamente las características dinámicas del sistema y de las perturbaciones.

El procedimiento arriba expuesto se aplicó a los datos del experimento 03/05, explorando órdenes desde 1 hasta 10 y desfases o retardos de 0 y 1. Los resultados obtenidos están contenidos en la figura 8.9, donde se han representado V y \log_R frente al número de parámetros estimados ($n_a + n_b$) en cada caso.

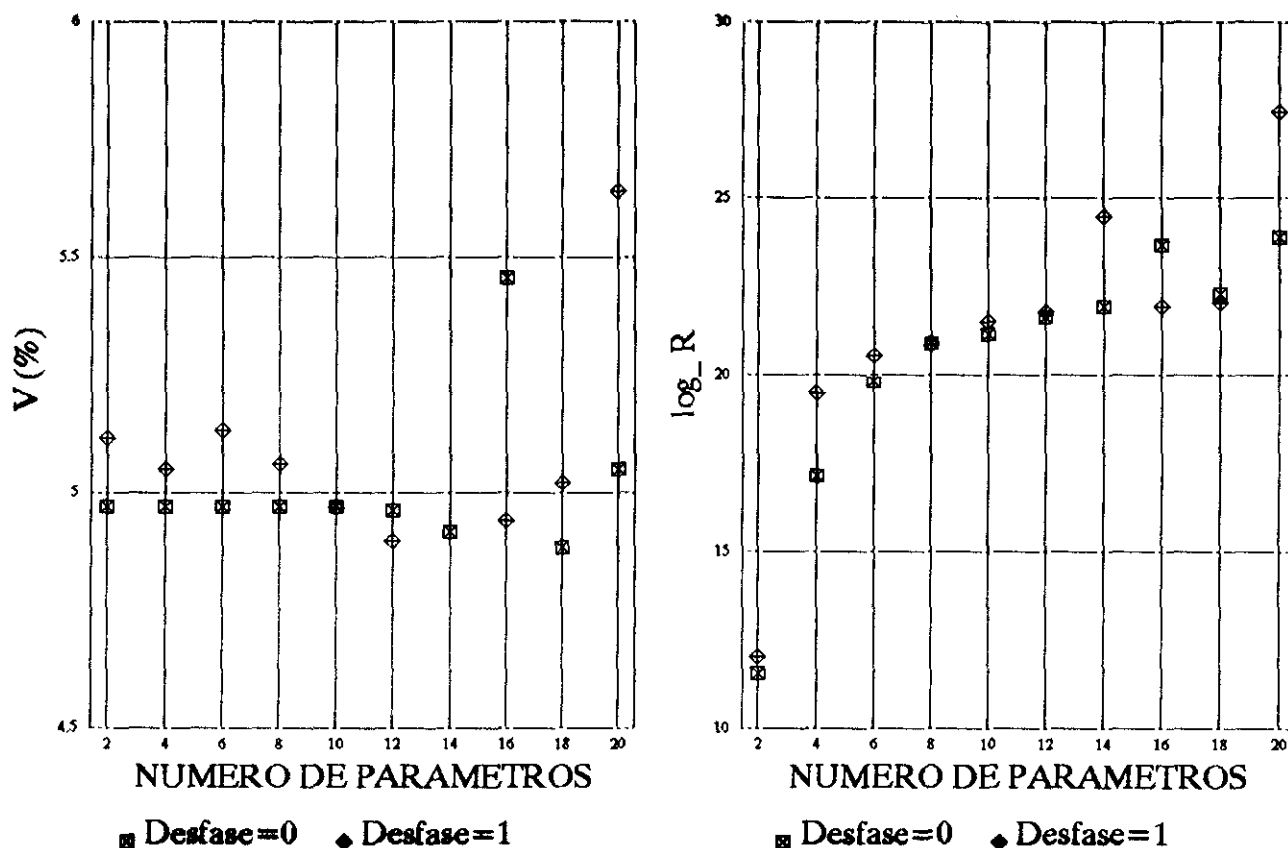


Fig. 8.9. Análisis preliminar del orden y de los retardos. Experimento 03/05.

En esta figura se observa que:

- Sea cual sea el orden del modelo, suponer un desfase distinto de cero implica el empeoramiento del criterio. El binomio sistema-experimento no muestra desfases netos entre entrada y salida.
- El criterio (V en la gráfica) permanece prácticamente constante al aumentar el orden del modelo. Sin embargo, el logaritmo del número de condicionamiento de la matriz de información (\log_R en la gráfica) aumenta considerablemente. Todo parece indicar que un modelo de orden 1 será suficiente para representar adecuadamente la evolución térmica del invernadero en el transcurso del experimento 03/05.

8.8.3. El Conjunto de Modelos.

Está constituido por las estructuras paramétricas que figuran en la Tabla 8.3. La selección de éste como conjunto de modelos atiende a las razones siguientes:

- El análisis no paramétrico efectuado sobre el experimento 03/05 nos condujo a la selección de modelos lineales e invariables respecto al tiempo, a estructuras del tipo (8.37).

- b) El análisis preliminar de la dimensión y el desfase nos impuso valores nulos de desfase y ordenes no superiores a 2.
- c) Finalmente, la física del problema que nos ocupa condujo a relaciones del tipo $nb = na - 1$ ó $nb = nf - 1$ en las estructuras (8.37) utilizadas.

Nomenclatura	Número de Parámetros						Tipo de Modelo
	na	nb	nc	nd	nf	nk	
M120000	1	2	0	0	0	0	ARX orden 1
M230000	2	3	0	0	0	0	ARX orden 2
M121000	1	2	1	0	0	0	ARMAX orden 1
M122000	1	2	2	0	0	0	ARMAX orden 1
M232000	2	3	2	0	0	0	ARMAX orden 2
M233000	2	3	3	0	0	0	ARMAX orden 2
M020010	0	2	0	0	1	0	OE orden 1
M030020	0	3	0	0	2	0	OE orden 2
M021110	0	2	1	1	1	0	BJ orden 1
M031120	0	3	1	1	2	0	BJ orden 2
M032220	0	3	2	2	2	0	BJ orden 2

Tabla 8.3. El Conjunto de Modelos. Experimento 03/05

Según se desprende de la Tabla 8.3, el conjunto de modelos definido ofrece dos direcciones de análisis: 1) Dentro de un mismo tipo de estructura, el análisis del orden; 2) Para un mismo orden o dimensión, el análisis de la estructura.

8.8.4. Modelos Particulares.

Para el ajuste de los parámetros libres de las estructuras que figuran en la tabla 8.3, se utilizó el método de predicción de error descrito en 8.5.2. Omitimos la relación de valores numéricos obtenidos por ser irrelevante de cara al propósito que nos mueve de validación y comparación de modelos.

8.8.5. Comparación de Modelos en Términos del Criterio.

La tabla 8.4 contiene los valores del criterio de ajuste, del índice FPE y del error cuadrático medio en simulación (rms), correspondientes a cada uno de los modelos ajustados. La conclusión principal que se deriva de la observación de dicha tabla es que no existen diferencias sustanciales entre modelos en términos de criterio.

Modelo	Criterio	FPE	rms
M120000	0.07012	0.07100	0.48949
M230000	0.06720	0.06862	0.50882
M121000	0.06636	0.06748	0.50521
M122000	0.06591	0.06730	0.51089
M232000	0.06312	0.06499	0.40308
M233000	0.06176	0.06386	0.39448
M020010	0.22153	0.22432	0.46186
M030020	0.21703	0.22160	0.45973
M021110	0.06505	0.06642	0.49545
M031120	0.06460	0.06651	0.46579
M032220	0.06458	0.06705	0.46589

Tabla 8.4. Comparación de modelos en términos de criterio.

8.8.6. Análisis de Identificabilidad.

Como hemos indicado con anterioridad, la información contenida en los experimentos es limitada. Esto quiere decir que el número de parámetros de la estructura matemática a ajustar no podrá ser tan elevado como queramos, sino que deberá estar en consonancia con la cantidad de información contenida en el experimento. El análisis que sigue está orientado a determinar las limitaciones que el experimento 03/05 impone en relación con la dimensión (número de parámetros) del modelo. Para ello emplearemos los procedimientos antes descritos de cancelación de ceros y polos.

De la observación de la figura 8.10a, donde se han representado los polos correspondientes a los modelos previamente ajustados, se desprende que M232000, M233000, M031120 y M032220 son modelos no identificables sobre el experimento 03/05. Esta afirmación se sustenta en el hecho de que dichos modelos presentan duplicidad de polos y, en ocasiones, límites de confianza de éstos que contienen al 0.

De otra parte, hay que señalar que el modelo M030020 presenta un primer polo negativo que implicará una constante de tiempo asociada sin sentido físico alguno.

En la figura 8.10b, donde hemos representado los ceros de los modelos ajustados, se observa que la banda de confianza (95%) del segundo cero de los modelos M230000, M031120 y M032220 contiene al 0.

Visto lo anterior (no identificabilidad de los modelos de segundo orden), los análisis subsiguientes se refieren sólo a los modelos de orden 1. Consideramos dilucidado el orden de los modelos, quedando como única cuestión a definir el modelo de perturbaciones o estructura más conveniente o interesante.

8.8.7. Análisis de los Parámetros Físicos.

En el tipo de experimento que nos ocupa (invernadero sin plantas), hablaremos de dos parámetros característicos del binomio sistema-experimento: el parámetro estático, que representa el cociente entre los denominados eficacia óptica y coeficiente global de pérdidas térmicas del invernadero, y se estima mediante (8.50); y el parámetro dinámico, o tiempo característico de respuesta, que se obtiene a partir de (8.51).

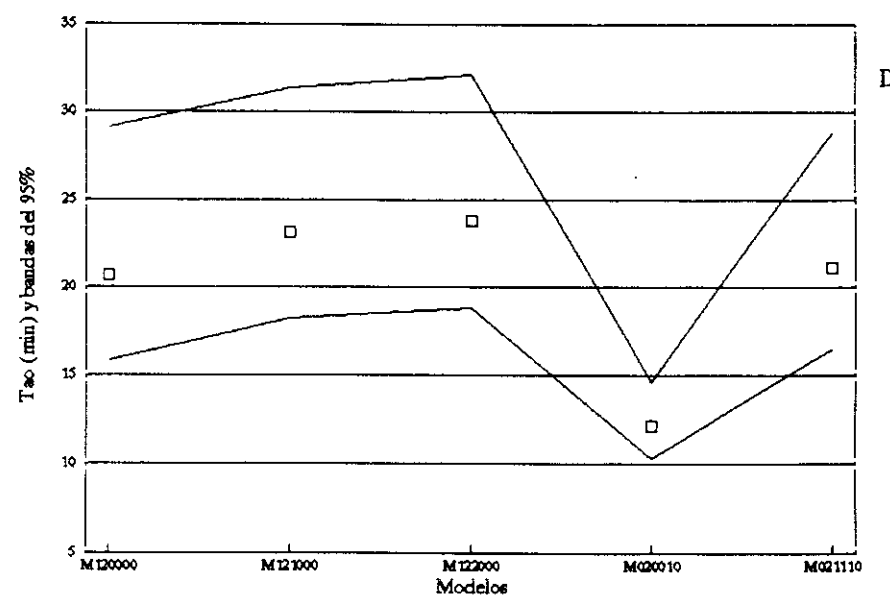
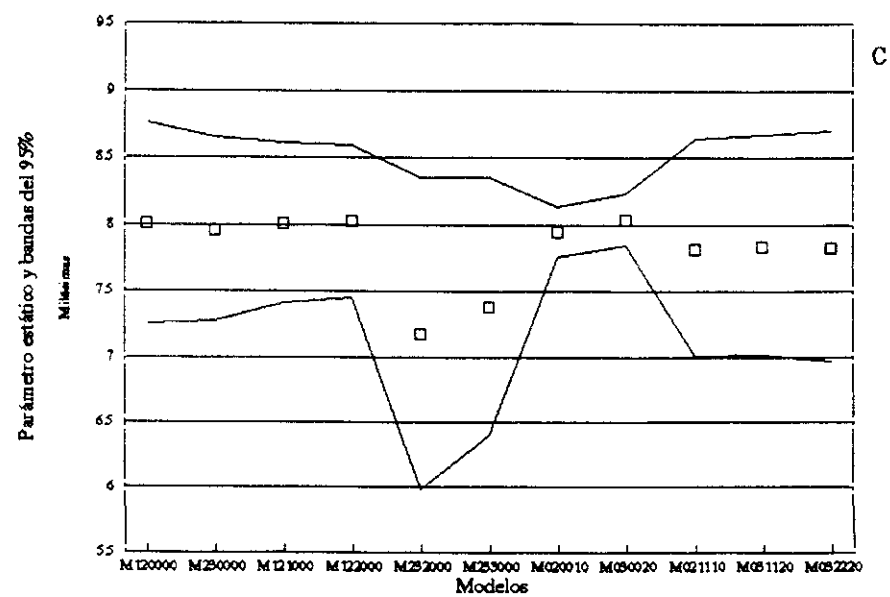
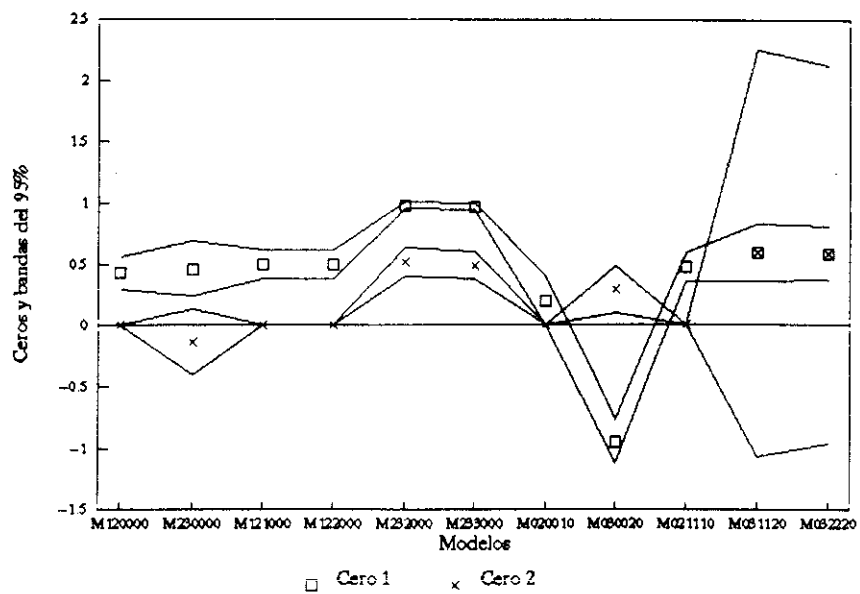
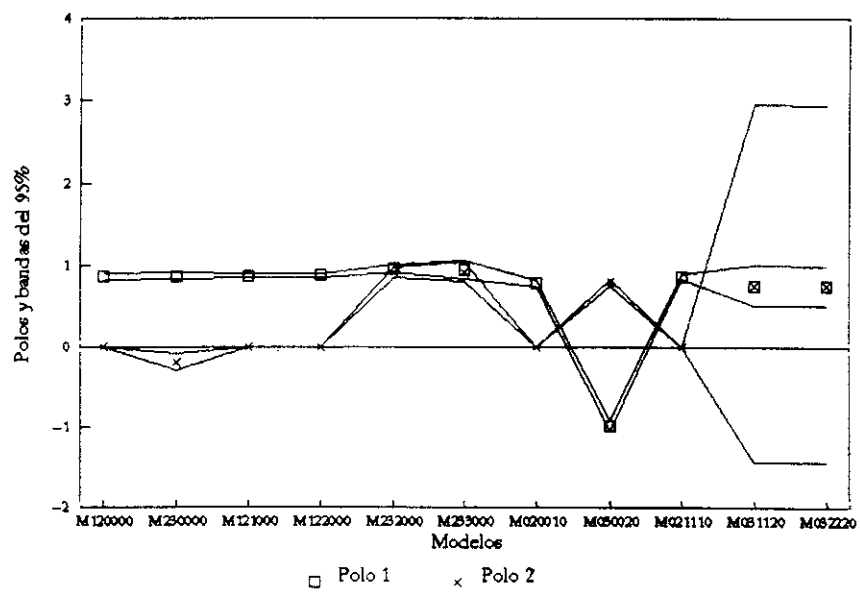
En la figura 8.10c aparece representado el parámetro estático asociado a cada uno de los modelos ajustados. Salvo en los modelos de tipo ARMAX de orden dos, dicho parámetro se sitúa en el entorno de $8E-3$. Nótese que este valor coincide con el estimado a partir de la función de transferencia empírica (ver 8.3.2) y el que resulta del análisis del régimen deslizante (ver 8.3.3). Por otro lado, son los modelos de simulación (estructuras OE) los que presentan una menor incertidumbre asociada al valor de este parámetro.

La figura 8.10d contiene el tiempo característico de respuesta correspondiente a cada uno de los modelos de orden 1 identificados. En ella observamos que los modelos de predicción dan una primera constante de tiempo de 20-25 min, mientras que el modelo de simulación conduce a un valor de 12 min.

Las conclusiones de este análisis son:

- Cualquiera de los modelos de orden 1 conduce a resultados análogos en lo que al parámetro estático se refiere. Si el único objetivo del análisis fuese la determinación de este coeficiente, nos decantaríamos por un modelo de tipo OE, por ser el que conduce a menor varianza en la estimación de dicho parámetro.
- Son apreciables las diferencias observadas entre el valor del tiempo característico de respuesta del sistema estimado a partir de modelos de predicción y el estimado a partir de modelos de simulación. Al no tener de momento criterio para decantarnos por uno u otro valor, proseguiremos por otros derroteros la comparación de modelos.

Fig. 8.10.- Experimento 03/05. Análisis de polos y ceros y de parámetros físicos.



8.8.8. Análisis de la Función de Transferencia.

En 8.3.2 vimos que la función de transferencia empírica apunta hacia un primer tiempo de respuesta del sistema de, aproximadamente, unos 12-15 min. De hecho, cuando superponemos el diagrama de Bode de amplitud correspondiente a dicha función y los diagramas de Bode de amplitud asociados a los distintos modelos ajustados (fig. 8.11), observamos que los modelos de predicción, que dan un valor de primera constante de tiempo de 20-25 min., subestiman la amplitud en la zona de bajas y medias frecuencias del espectro. Aunque pospondremos una decisión en firme a este respecto, de momento, todo parece indicar que los modelos de predicción contienen cierto sesgo en los parámetros que afectan a la parte dinámica del sistema.

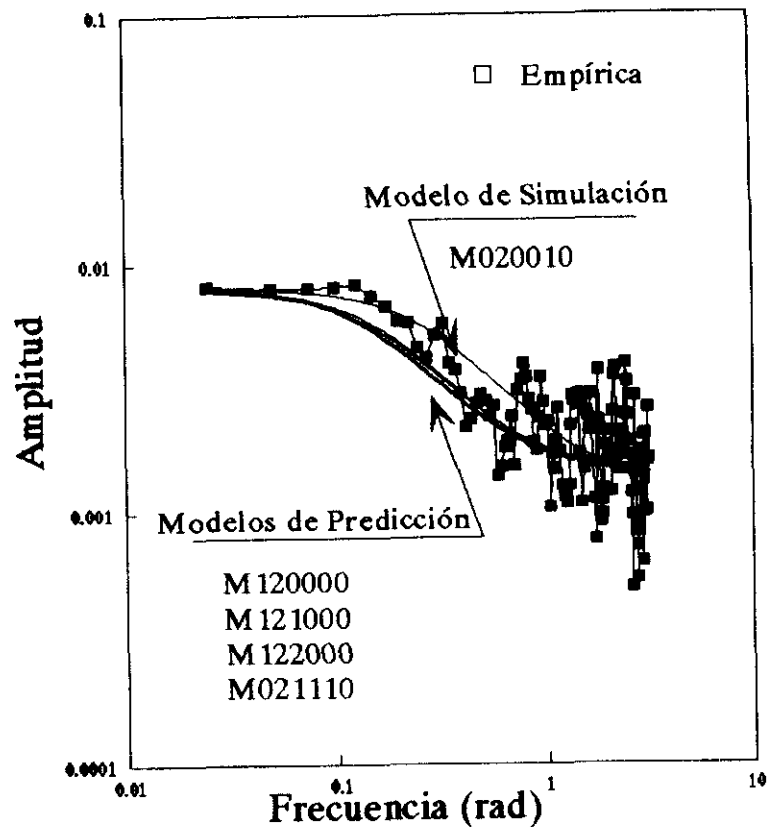


Fig. 8.11. Diagrama de Bode para la amplitud. Experimento 03/05.

8.8.9. Análisis de Residuos.

El primer test aplicado a los residuos de los modelos de predicción, es el de ruido blanco. De la observación de la figura 8.12, donde han sido representados los peridiogramas estimados para los residuos procedentes de los modelos ARX, ARMAX y BJ ajustados, se concluye que:

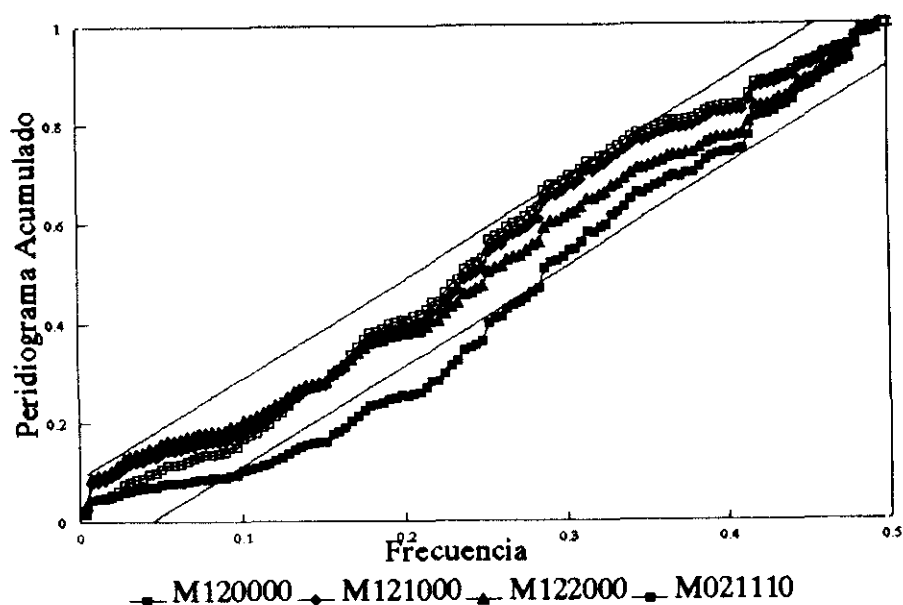


Fig. 8.12. Test de ruido blanco en el dominio de la frecuencia. Experimento 03/05.

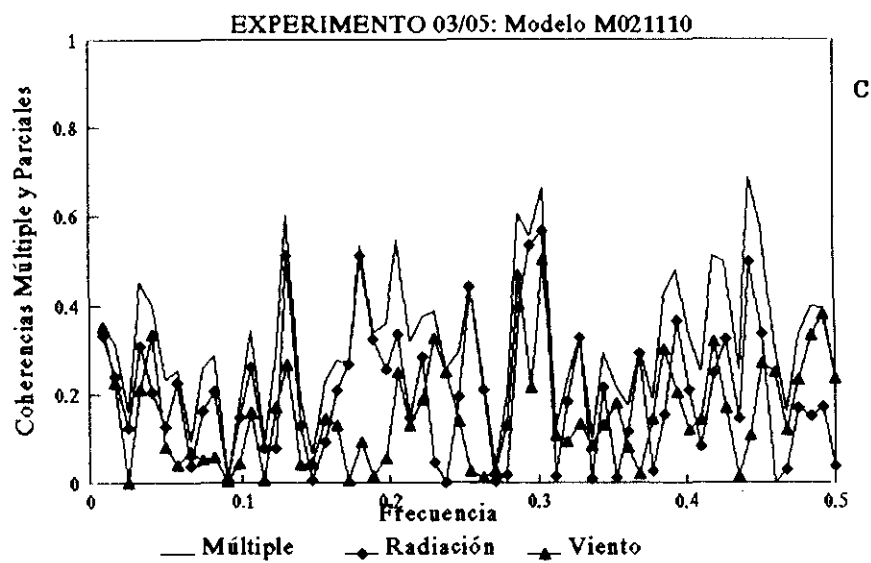
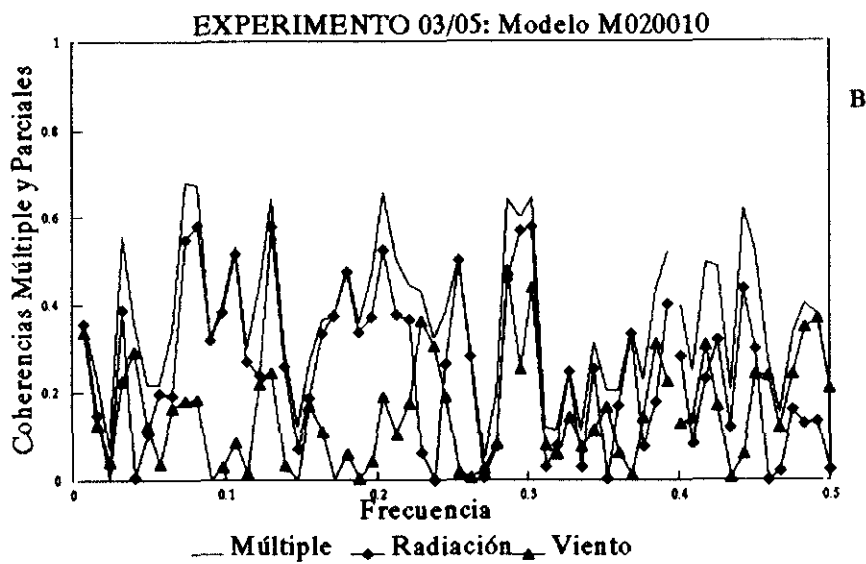
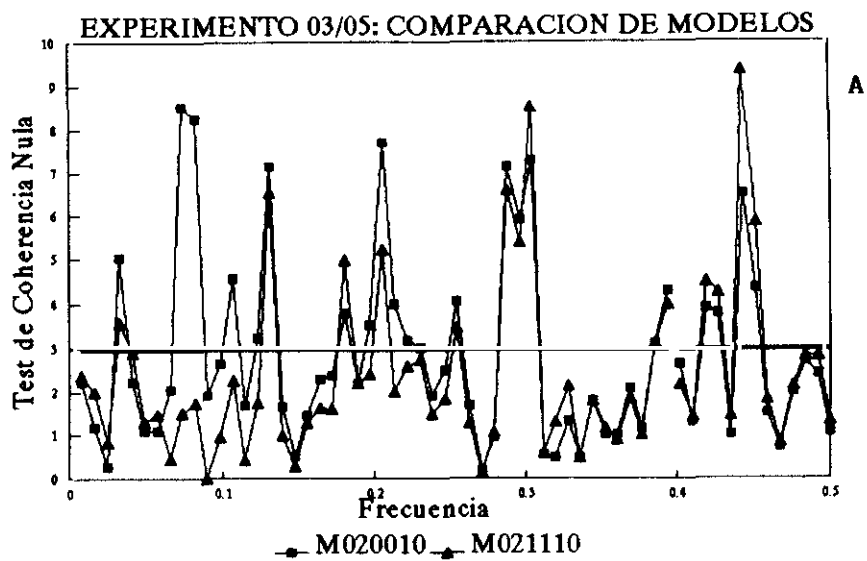


Fig. 8.13.— Experimento 03/05. Análisis de residuos en el dominio de la frecuencia.

- a) Los residuos del modelo M120000 (ARX) no satisfacen la hipótesis de ruido blanco, por lo que este modelo quedará descartado.
- b) Aunque dentro de la banda de confianza del 95%, los puntos de los peridiogramas correspondientes a los modelos ARMAX y BJ no se distribuyen aleatoriamente en torno a la recta que pasa por los puntos (0,0) y (0.5,1). El modelo M122000, dotado de una estructura temporal de perturbaciones algo más flexible, es el que mejor se comporta a altas frecuencias. A bajas frecuencias, es el modelo M021110 (de tipo BJ), que desacopla modelos de sistema y de perturbaciones, el que tiene mejor comportamiento.

La dependencia/independencia de los residuos respecto de la entradas del modelo (radiación solar) se analizó mediante el examen de los espectros de coherencia múltiple y parciales. En la gráfica 8.13a aparecen representados los resultados del test de coherencia múltiple no nula correspondientes a los modelos M020010 (tipo OE) y M021110 (tipo BJ). No se han incluido los de los modelos de tipo ARMAX por ser similares a los resultados obtenidos con el modelo de tipo BJ. En esta gráfica observamos que:

- a) Sólo ocasionalmente se detecta correlación entre los residuos y las series de entradas (normalmente a frecuencias superiores a 0.04 min^{-1}).
- b) En general, los resultados son ligeramente mejores en el caso del modelo M021110. Sin embargo, en este caso, el test señala correlación en la zona del espectro correspondiente a un periodo (20-25 min.), igual al tiempo característico de respuesta derivado de M021110. Por el contrario, en el caso del modelo M020010, no se detecta coherencia en la zona correspondiente a periodos de 12-15 min.

Al hacer el análisis de la coherencia parcial cuadrática (fig. 8.13b y 8.13c) vemos que:

- a) Ambos modelos presentan características muy similares tanto en lo tocante a la coherencia múltiple como en lo relativo a las coherencias parciales para la irradiancia solar y la velocidad de viento.
- b) Aunque por lo general, la irradiancia solar se destaca por presentar una mayor correlación (aunque muy débil) con los residuos, la velocidad de viento no se queda atrás en algunas regiones del espectro (ej. zona de muy bajas frecuencias).

Aunque débiles, en los modelos predictivos de tipo ARMAX y BJ se detectan desviaciones en los residuos respecto de la hipótesis de ruido blanco independiente. Parece que el término de perturbaciones no esté adecuadamente representado, y que esta deficiencia esté afectando a la parte dinámica del sistema, siendo probablemente la causa de cierto sesgo en el valor del primer tiempo característico de respuesta a que conducen estos modelos.

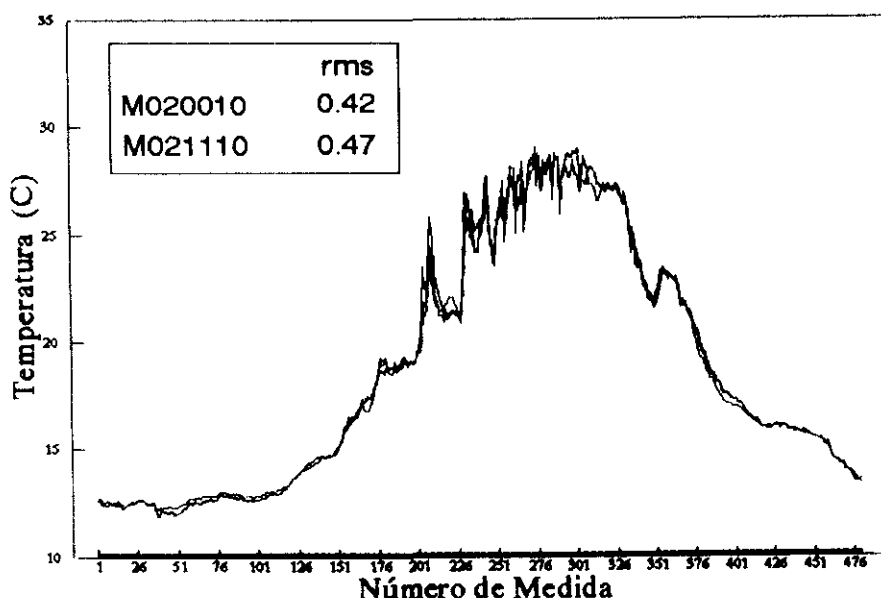


Fig. 8.14. Resultados de la validación cruzada.

8.8.10. Simulación y Validación Cruzada.

En la figura 8.14 se han representado las medidas de temperatura del aire interior del invernadero registradas durante el experimento 08/05, utilizado para la validación cruzada, junto con las simulaciones realizadas a partir de los modelos M020010 y M021110 ajustados sobre los datos del experimento 03/05. La gran concordancia existente entre unas y otras indica que el sesgo en los parámetros de dichos modelos no es en modo alguno importante. Sin embargo, hay que señalar que, nuevamente, es el modelo de simulación (M020010) el que mejor se comporta ($rms = 0.42$).

Los resultados del análisis de incertidumbre en simulación aparecen recogidos en la figura 8.15. A este respecto, cabe hacer notar que: a) la banda de incertidumbre experimental contiene a las bandas de incertidumbre de simulación de ambos modelos; b) es el modelo de predicción el que conduce a un mayor ancho de dichas bandas.

De este modo diremos que, en relación con la calidad del experimento (errores de medida), los modelos ajustados son suficientemente buenos e indistinguibles en términos de simulación. Para hacer distinción entre ellos estaremos obligados a recurrir a la noción de probabilidad. Nótese que en el caso que nos ocupa, en el que las bandas de incertidumbre no son exageradamente anchas, de la comparación de la simulación más probable con la observación más probable puede extraerse, como venimos haciendo, información útil y estadísticamente representativa. Al proceder de este modo, la probabilidad de error en nuestras conclusiones será tanto menor cuanto más estrechas sean las bandas de incertidumbre a las que venimos haciendo referencia.

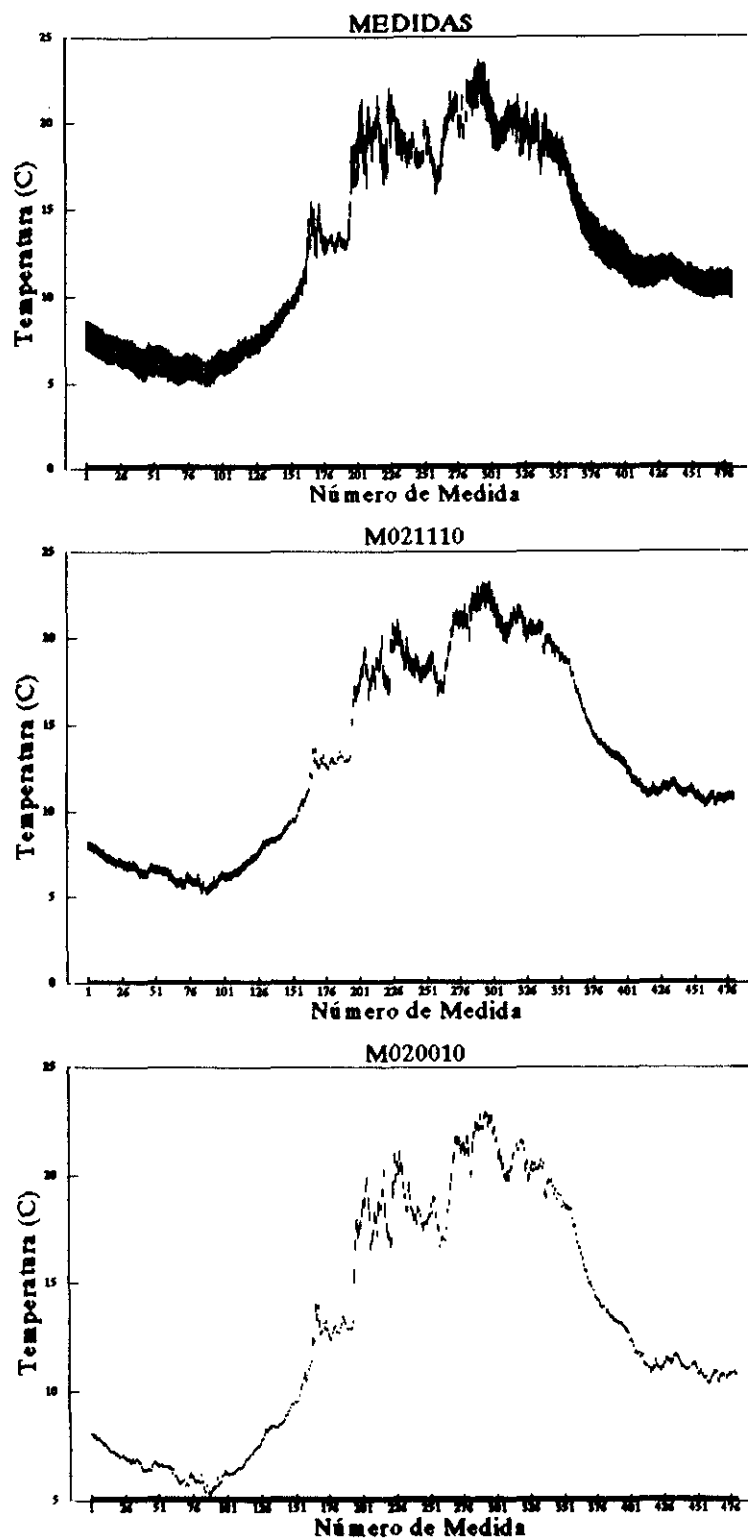


Fig. 8.15. Incertidumbre en simulación. Experimento 03/05.

8.8.11. Caracter No Estacionario de las Perturbaciones.

Viendo que existe una diferencia apreciable entre el valor del primer tiempo característico del sistema obtenido a partir de modelos de predicción (20-25 min.) y el obtenido a partir de modelos de simulación (12 min) y que, aparentemente, son estos últimos los que mejor comportamiento exhiben al ser comparados con la realidad observada (función de transferencia, simulación y validación cruzada), decidimos profundizar en el análisis de los modelos predictivos. Nótese que, en principio, los modelos de simulación son más propensos al sesgo que los de predicción, por lo que nuestros resultados son, hasta el momento, en cierto modo sorprendentes.

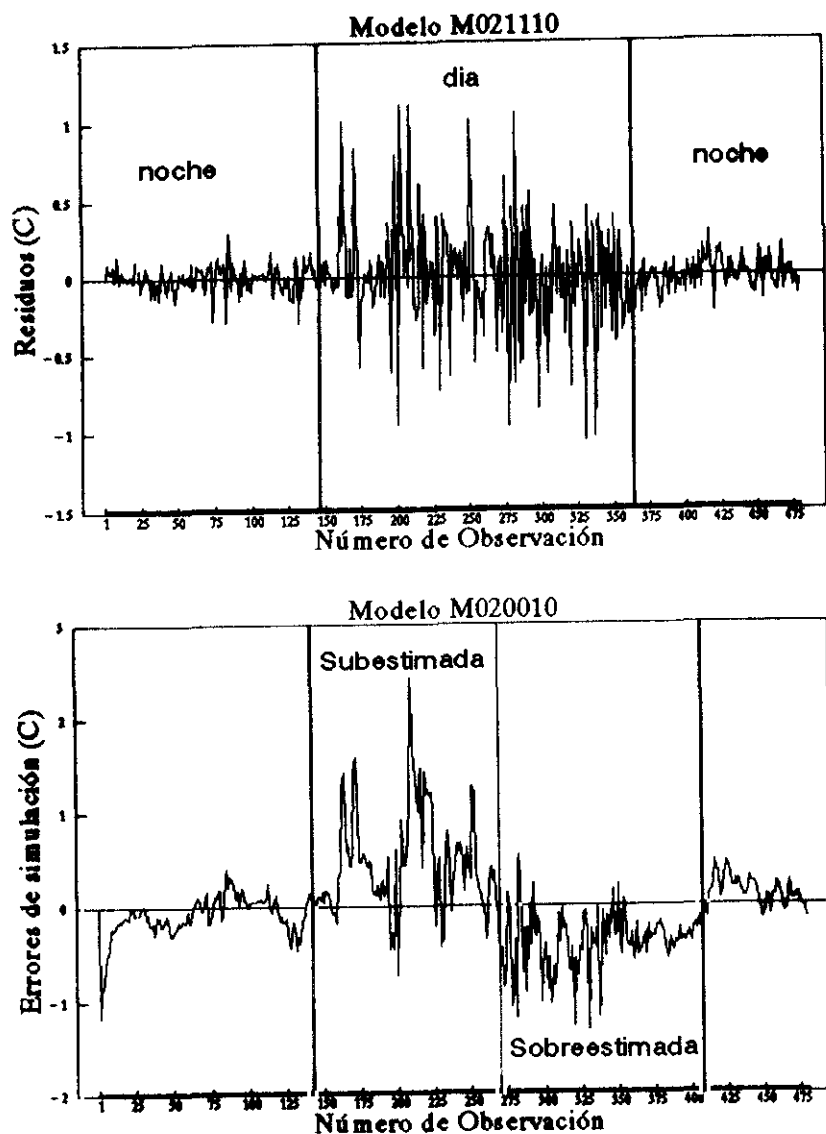


Fig. 8.16. Residuos y errores de simulación de los modelos M021110 y M020010.

La primera pista sobre la que nos movimos fué la que nos brindó el examen de los residuos. Parece que a bajas y medias frecuencias los residuos se separan algo de la hipótesis de ruido blanco, siendo prácticamente independientes de la radiación solar. Esto puede significar que el término de perturbaciones no ha sido representado correctamente en dichos modelos. De este modo, procedimos a ensayar otros modelos de perturbaciones sin modificar el modelo de sistema hasta ahora utilizado. En la tabla 5 resumimos lo más relevante de este análisis (caso de un modelo BJ). En ella apreciamos que no se mejoran los resultados ya obtenido al modificar las partes de media móvil y autorregresiva del modelo de perturbaciones. Todo parece indicar que, de ser erróneo este modelo, lo es no en su dimensión sino en algo más fundamental: su naturaleza (estamos considerando que las perturbaciones constituyen un proceso estocástico de tipo ARMA). Para corroborar o desestimar esta hipótesis procedimos, en primera instancia, a graficar los residuos de uno de los modelos predictivos (M021110) y los errores

EXPERIMENTO 03/05: COMPARACION DE MODELOS
Análisis del modelo de ruido sobre estructura Box–Jenkins

Modelo	Citerio	FPE	rms
M021110	0.065053	0.066422	0.495450
M021210	0.063454	0.065061	0.487740
M022210	0.063466	0.065344	0.491850
M021310	0.063161	0.065031	0.493480
M022110	0.063266	0.064868	0.490650
M022310	0.063241	0.065385	0.492920
M023110	0.063331	0.065206	0.491720
M023210	0.063328	0.065475	0.488190
M023310	0.062806	0.065207	0.498960

Modelo	Ganancia	Banda+	Banda–
M021110	0.007823	0.008643	0.007002
M021210	0.007836	0.008758	0.006914
M022210	0.007782	0.008678	0.006887
M021310	0.007784	0.008677	0.006890
M022110	0.007803	0.008723	0.006883
M022310	0.007783	0.008686	0.006879
M023110	0.007803	0.008730	0.006875
M023210	0.007804	0.008690	0.006917
M023310	0.007778	0.008693	0.006863

Modelo	Tao1	Tao1+	Tao1–
M021110	21.1020	28.8510	16.4960
M021210	19.8520	26.8580	15.6120
M022210	20.1080	27.2740	15.7890
M021310	20.3880	27.7180	15.9890
M022110	20.0380	27.1700	15.7380
M022310	20.2810	27.6030	15.8920
M023110	20.1990	27.4900	15.8290
M023210	19.6680	26.6040	15.4680
M023310	21.4030	29.5710	16.6260

Tabla 8.5. Experimento 03/05. Ensayo de distintos modelos de perturbaciones sobre estructuras BJ.

de simulación provenientes del modelo M020010, observando que (fig. 8.16):

- los residuos muestran cierta no estacionariedad en la varianza, que distingue periodos de luz y de oscuridad (muestran mayor grado de fluctuación durante las horas de sol).
- durante las horas de luz, se distingue un comportamiento diferente del error de simulación antes y después del mediodía solar.

8.8.12. Análisis de Variabilidad Temporal del Sistema.

Visto el carácter no estacionario de las perturbaciones, decidimos investigar las posibles causas del mismo. Recuérdese que el término de perturbaciones recoge, no sólo los errores de medidas, sino todas las imperfecciones contenidas en la representación del proceso, tanto las que se derivan de simplificar y reducir la imagen del objeto real, como las que provienen de desestimar, deliberada o inconscientemente, el efecto que tienen sobre la respuesta del sistema algunas señales (ej. viento). Teniendo en cuenta esto, dividiremos las posibles causas de la no estacionariedad observada en el término de perturbaciones en:

- a) Causas intrínsecas: No atribuibles a la representación del proceso en estudio (modelo de sistema).
- b) Causas extrínsecas: Atribuibles a la representación del proceso. La no estacionariedad observada en el término de perturbaciones bien podría estar motivada por la adopción de un modelo invariable respecto al tiempo para representar el proceso.

Procedimos a continuación a investigar la causa que, en el experimento analizado, origina el carácter no estacionario de las perturbaciones. Para ello articulamos los tipos de análisis siguientes:

1) Las series de datos se dividieron en distintos tramos, que fueron después utilizados, independientemente, para el ajuste de modelos de predicción de tipo BJ de orden 1. El objetivo de este análisis consistía en ver si los modelos identificados sobre dichos tramos conducían a parámetros físicos del sistema distintos a los procurados por esos mismos modelos al ser ajustados sobre las series completas de datos. De ser así, podría concluirse que, al menos, una de las causas de la no estacionariedad del término de perturbaciones residiría en la propia variabilidad temporal del sistema, no contemplada en los modelos de representación ensayados.

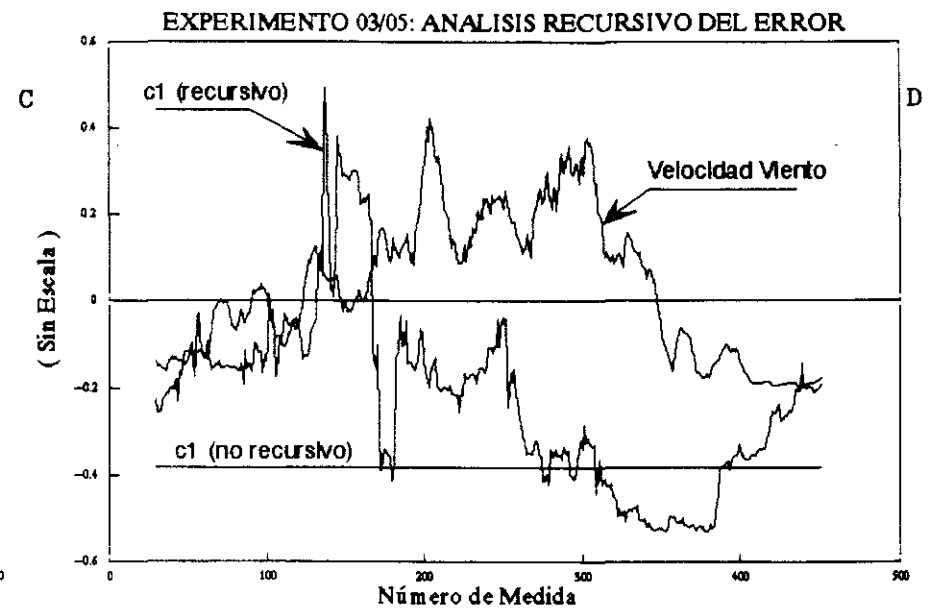
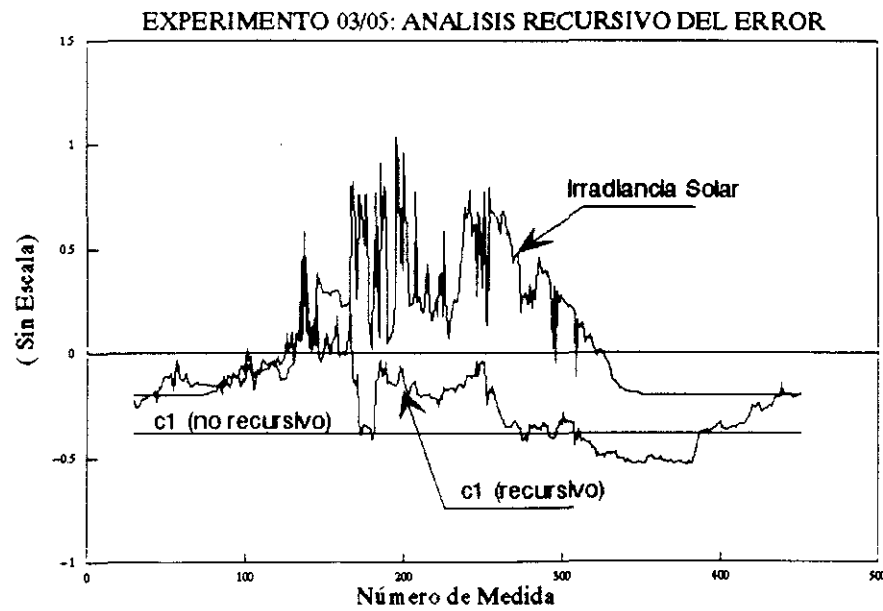
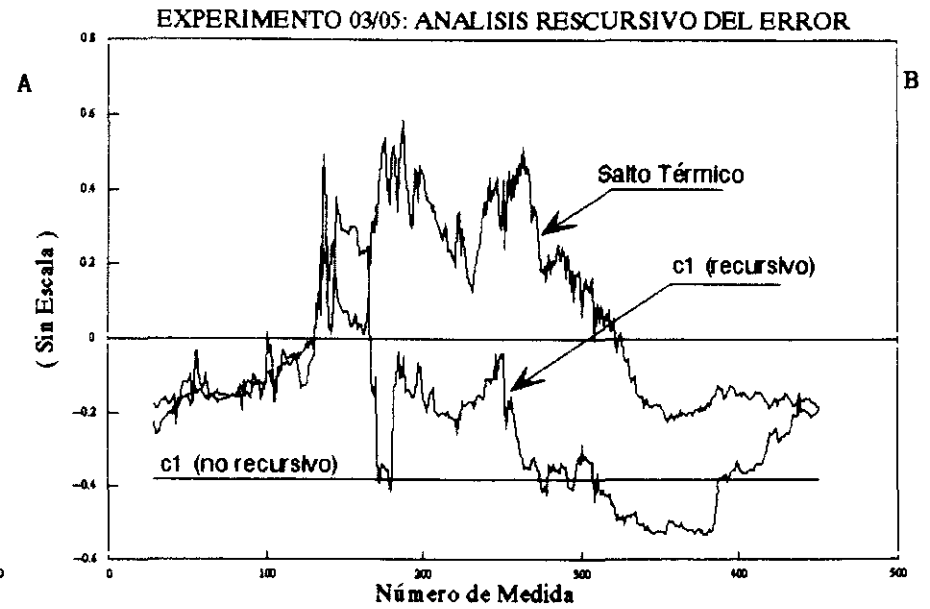
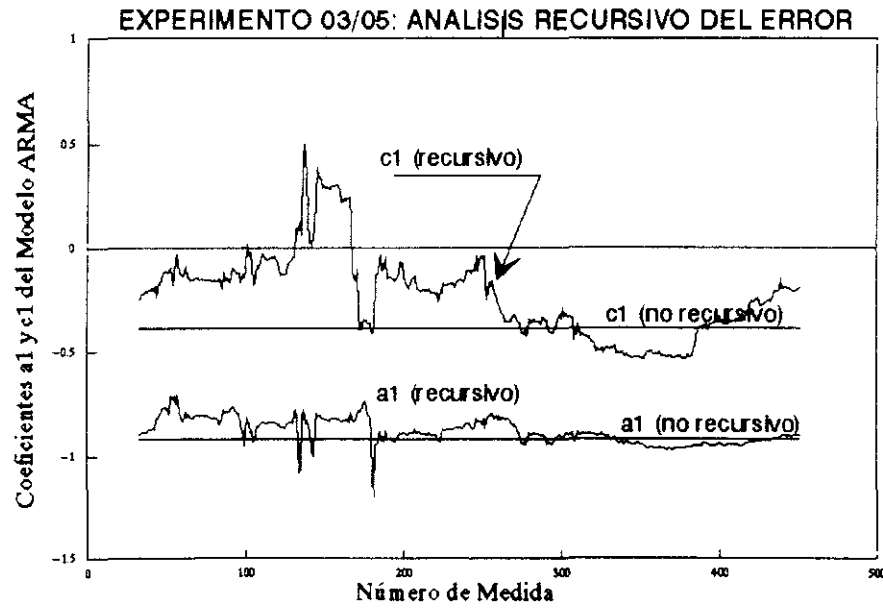
Siguiendo la estructura temporal de las perturbaciones, puesta de manifiesto en la figura 8.16, los tramos seleccionados para los nuevos ajustes fueron:

- * El de los datos contenidos en horas de sol.
- * El de los datos recabados antes del mediodía solar.
- * El de los datos registrados después del mediodía solar.

En ninguno de los casos se observaron diferencias apreciables, respecto de lo ya visto, en los valores de los parámetros físicos estimados. Quedó por tanto desestimada la hipótesis de la variabilidad temporal del sistema como causa de la no estacionariedad de las perturbaciones.

2) Viendo que todos los modelos ajustados, tanto los de simulación como los de predicción, conducían a errores de simulación con casi idénticas características espectrales y temporales, adoptamos las series de errores provenientes de uno de estos modelos (M020010) como término de perturbaciones sobre el cual proseguir nuestro análisis. En primer lugar buscamos, dentro de las estructuras paramétricas estacionarias, aquella que mejor describiese el término de perturbaciones, resultando una estructura ARMA (Autorregresiva-Media móvil) de orden 1, procediendo, a continuación, al análisis de la variabilidad temporal de sus parámetros. Para esto último, se utilizó un algoritmo recursivo de predicción de los denominados de "factor de olvido" (ver por ej. Ljung, 1983). Los resultados obtenidos aparecen graficados en la figura 8.17:

Fig. 8.17.- Análisis recursivo sobre el término de perturbaciones. Parámetros a_1 y c_1 de un modelo ARMA de orden 1.



- En 8.17a se han representado frente al tiempo, los valores del coeficiente autorregresivo (a_1) y de media móvil (c_1) identificados. En ella se observa que, mientras el coeficiente a_1 es prácticamente constante, el coeficiente c_1 experimenta fuertes variaciones en el tiempo.
- En 8.17d aparecen graficados (escala arbitraria) el coeficiente c_1 y la velocidad de viento exterior. En ella se observa una tendencia a la baja del coeficiente c_1 , que coincide con una tendencia a la alta de la velocidad de viento.
- La figura 8.17c incluye los valores de c_1 junto a los de irradiancia solar. Observamos en ella cierta correlación en la estructura temporal de ambas magnitudes.
- Finalmente, en 8.17b aparecen representados el coeficiente c_1 y el salto térmico. Aunque, también aquí, observamos cierta analogía en la estructura temporal de ambos, en esta ocasión, dada la fuerte correlación existente entre salto térmico e irradiancia solar, será imposible extraer conclusiones.

A la vista de lo anterior, el efecto, no contemplado en los modelos, del viento sobre la respuesta del sistema se perfila como una de las causas del carácter no estacionario del término de perturbaciones.

8.8.13. Resumen y Conclusiones.

Del análisis realizado sobre los datos del experimento 03/05 concluimos que:

- 1) Bajo las condiciones de operación en que llevo a cabo el experimento, no se observan las no linealidades presentes en el sistema. Este puede ser considerado como un sistema lineal e invariable respecto al tiempo.
- 2) La información dinámica contenida en este experimento se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro.
- 3) El parámetro estático del sistema, que representa la eficacia del sistema como transformador de la energía solar en energía térmica útil, adopta valores en el entorno de $0.008 \text{ C.W}^{-1}.\text{m}^2$.
- 4) El sistema no posee gran inercia térmica. Su primer tiempo característico de respuesta ronda los 10-15 min.
- 5) El modelo de sistema propuesto (funciones de transferencia racionales, con igual grado en los polinomios del numerador y del denominador) reproduce adecuadamente la realidad observada en el transcurso de este experimento.
- 6) Son los modelos de simulación los que procuran valores de los parámetros característicos, estáticos y dinámicos, más próximos a los estimados por métodos no paramétricos.
- 7) Los mejores modelos de predicción, buenos también para la simulación, son los de tipo Box-Jenkins (BJ), que independizan por completo la representación del sistema de la representación del término de perturbaciones.
- 8) La no estacionariedad (en sentido estadístico) del término de perturbaciones, ligada en cierta medida al efecto, no contemplado en los modelos, del viento sobre la respuesta del sistema, lleva aparejado un cierto sesgo en la estimación de los parámetros dinámicos del sistema a partir de los parámetros matemáticos de los modelos de predicción.
- 9) Los experimentos no contienen información suficiente para identificar modelos de sistema de orden superior a 1. No obstante, un único tiempo característico de respuesta parece dar cuenta suficiente del efecto de la inercia sobre la evolución térmica de la atmósfera del invernadero.

8.9. "SOFTWARE" UTILIZADO.

Para el ajuste de los modelos de predicción se ha utilizado un paquete comercial de software dirigido al problema general de identificación de sistemas dinámicos. (Ref.: MATLAB. "The System Identification Toolbox", L. Ljung, The Math Works, Inc., 1990)

PIPAX (1990), desarrollado por E. Palomo y F.M. Téllez dentro del subgrupo "Test Methodologies" del proyecto PASSYS-II de la CE, se empleó para el ajuste de los modelos de simulación. (Ref. PASSYS:

El análisis no paramétrico y el análisis de residuos se realizó con el paquete de software PAMTIS (1991-92) de análisis de series temporales multivariadas, desarrollado por E. Palomo y F.M. Téllez dentro del subgrupo "Model Validation and Development" del antecitado proyecto PASSYS-II. (Ref. PASSYS: 196-91-PASSYS-MVD-WD-214).

CAPITULO 9

Resultados Experimentales

En este capítulo se analizan los experimentos relacionados en el capítulo 7, siguiendo el procedimiento propuesto en el capítulo 8. Con ello pretendemos:

- * Conocer en mayor grado el sistema en estudio.
- * Poner de manifiesto la potencia y las limitaciones de la metodología de análisis definida.
- * Determinar la calidad de los modelos de sistema propuestos (derivados de los capítulos 4, 5 y 6).
- * Determinar el interés práctico y la pertinencia de los denominados parámetros característicos de funcionamiento del invernadero.
- * Determinar la calidad del diseño de los experimentos ejecutados.
- * Investigar el efecto de las perturbaciones sobre la respuesta del sistema.
- * Proponer modelos simples de simulación y de predicción que describan adecuadamente la realidad observada y que permitan la caracterización del sistema y, en su momento, el control.

En definitiva, este capítulo es el que pone de manifiesto el alcance y la razón de ser de los que le han precedido.

Siguiendo la clasificación propuesta en el capítulo 7, este capítulo se ha organizado en tres apartados: En el primero se describen los experimentos pertenecientes al grupo 1 (invernadero sin plantas y sin ventilación forzada); en el segundo los pertenecientes al grupo 2 (invernadero sin plantas y con ventilación forzada); y en el tercero los del grupo 3 (invernadero con plantas y con ventilación forzada). No seremos tan prolijos en las descripción como lo fuimos a la largo del capítulo 8 con el experimento 03/05.

9.1. EL INVERNADERO SIN VEGETACION Y SIN CIRCULACION FORZADA DE AIRE.

Tres son los experimentos realizados sin plantas y sin ventilación forzada de aire, sin embargo, sólo nos detendremos en el análisis de uno de ellos. Las razones por las cuales procedemos de este modo son:

- a) En lo relativo al análisis, el experimento 11/01 no aportó nada singular sobre lo ya visto en el experimento 03/05 (ver 8.8). Se obtuvieron valores de 0.024 para la ganancia estática del sistema (eficacia óptica / coeficiente global de pérdidas térmicas) y un primer tiempo característico de respuesta de 25-30 min.. Al no haber movimiento forzado de aire, el sistema presenta mayor inercia que en los experimentos 03/05 y 08/05 y disminuye el coeficiente global de pérdidas térmicas (aumento de la ganancia estática).
- b) Los experimentos 09/01 y 05/08 resultaron ser de características similares. Por vez primera nos encontramos con que las no linealidades presentes en el sistema se manifiestan claramente. El experimento cuyo análisis pasamos a describir es el 09/01.

9.1.1. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.

Fue el análisis del régimen deslizante de funcionamiento el que permitió detectar las no linealidades presentes. Como en ocasiones anteriores procedimos a representar, con distintos intervalos de observación (de 3 a 60 min.), la diferencia de temperaturas existente entre el aire encerrado por el invernadero y el aire exterior (en adelante salto térmico), frente a la irradiancia solar global. Tanto la figura 9.1c, correspondiente a un intervalo de observación de 3 min., como la figura 9.1d, correspondiente a un intervalo de observación de 60 min., ponen de manifiesto la existencia de una relación de tipo no lineal entre la salida (salto térmico) y la entrada (irradiación solar) del sistema.

Otra forma de poner de manifiesto este particular consiste en representar frente al tiempo el cociente irradiancia solar / salto térmico. Nótese que este cociente es, en cada instante de tiempo, la inversa de la ganancia estática del sistema (coeficiente global de pérdidas / eficacia óptica). De este modo, al representarlo frente al tiempo se pondrá de manifiesto el carácter variable/invariable de la ganancia estática.

Las figuras 9.1a y 9.1b, correspondientes a intervalos de observación de 3 y 60 min., revelan que en el transcurso del experimento 09/01, el cociente coeficiente global de pérdidas / eficacia óptica experimenta variaciones apreciables a lo largo del día. Las que en principio podrían ser las causas de esta variabilidad temporal son dos:

- a) una de origen óptico, asociada a la variabilidad de la transmitancia efectiva de la cubierta a la radiación solar,
- b) otra de origen térmico, asociada a la dependencia del coeficiente global de pérdidas con el estado térmico del sistema.

La primera quedó desechada en 3.1.3 como fuente de variabilidad temporal en nuestro dispositivo experimental, por lo que la variabilidad temporal observada es en realidad una no linealidad.

Procedimos a continuación a ajustar modelos de los tipos:

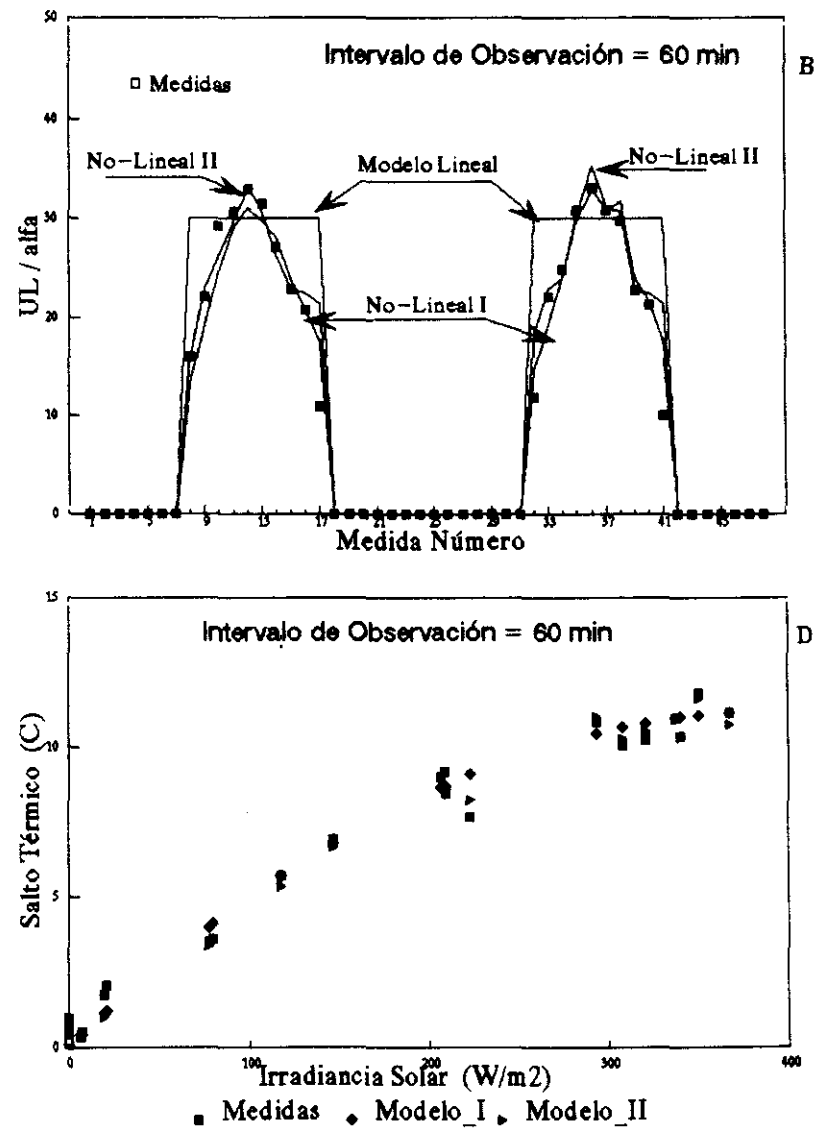
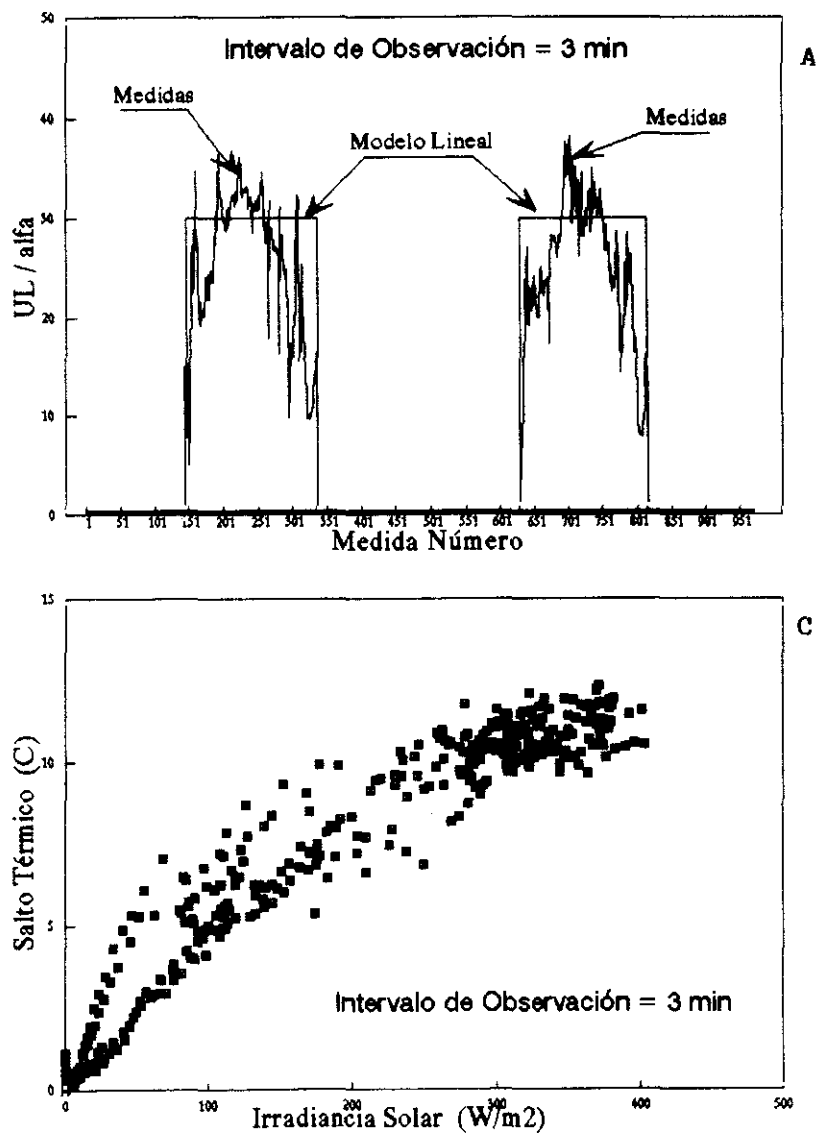
$$\begin{aligned}(T_o - T_a) &= a I_g + c \quad (\text{Modelo lineal}) \\(T_o - T_a) &= a I_g + b I_g^2 + c \quad (\text{Modelo no lineal I}) \\[1 - b (T_o - T_a)] (T_o - T_a) &= a I_g + c I_g^2 + d \quad (\text{Modelo no lineal II})\end{aligned} \tag{9.1}$$

sobre los datos de salto térmico e irradiancia solar observados.

Los resultados obtenidos, para distintos intervalos de observación, se incluyen en la tabla 9.1. En ella se observa que:

- a) Sea cual sea el intervalo de observación, el modelo no lineal I implica, respecto del modelo lineal, una reducción sustancial del criterio de ajuste (rms) y un aumento apreciable del coeficiente de correlación.
- b) Promedios temporales de aproximadamente 40 min. son suficientes para hacer desaparecer los fenómenos de inercia en las series de observaciones (ver fig. 9.1d).
- c) Las no linealidades presentes pueden ser descritas adecuadamente a través del modelo en I_g e I_g^2 propuesto. Para intervalos de observación superiores a 30 min., el ajuste de dicho modelo a los datos conduce a valores de rms y de coeficiente de correlación de 0.54 y 0.98, respectivamente.
- d) Los valores de ganancia estática asociados a la irradiancia solar y al cuadrado de ésta son 0.055 y $-7.0E-5$, respectivamente.
- e) Las mejoras del modelo no lineal II respecto del modelo no lineal I son insignificantes (ver tabla 9.1b).

Fig. 9.1.- Experimento 09/01. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento del invernadero (U_L = coeficiente global de pérdidas térmicas; α = eficacia óptica del sistema).



ANALISIS DEL REGIMEN DESLIZANTE DE FUNCIONAMINETO

$$\text{MODELO : } (T_a - T_{ex}) = a \cdot \text{lex} + c$$

(min)	rms	r2	N	GL	a	SIG_a	c
3	0.988062	0.948349	972	970	0.032805	0.000245	0.34671
6	0.964000	0.950887	486	484	0.032881	0.000339	0.34054
9	0.950418	0.952323	324	322	0.032920	0.000410	0.337296
12	0.948757	0.952527	243	241	0.032929	0.000473	0.336604
15	0.936561	0.953879	194	192	0.032986	0.000523	0.330509
18	0.928659	0.954640	162	160	0.032977	0.000568	0.332746
21	0.922967	0.955462	138	136	0.033044	0.000611	0.322835
24	0.916700	0.955982	121	119	0.033028	0.000649	0.325579
27	0.914768	0.956060	108	106	0.033012	0.000687	0.329849
30	0.904258	0.957127	97	95	0.033054	0.000717	0.324909
36	0.895699	0.957959	81	79	0.033093	0.000780	0.323222
48	0.861081	0.961489	60	58	0.033090	0.000869	0.314517
54	0.860718	0.961314	54	52	0.033128	0.000921	0.320313
60	0.816990	0.965507	48	46	0.033268	0.000927	0.299799

$$\text{MODELO : } (T_a - T_{ex}) = a \cdot \text{lex} + b \cdot \text{lex}^2 + c$$

(min)	rms	r2	N	GL	a	SIG_a	b	SIG_b	c
3	0.688287	0.974962	972	970	0.057142	0.000777	-7.0E-05	2.0E-06	0.122448
6	0.666350	0.976562	486	484	0.056882	0.001069	-7.0E-05	3.0E-06	0.120730
9	0.652517	0.977596	324	322	0.056727	0.001282	-7.0E-05	3.0E-06	0.119575
12	0.646657	0.978037	243	241	0.056808	0.001466	-7.0E-05	4.0E-06	0.117484
15	0.632726	0.979059	194	192	0.056849	0.001617	-7.0E-05	4.0E-06	0.112456
18	0.626417	0.979490	162	160	0.056835	0.001761	-7.0E-05	5.0E-06	0.115264
21	0.618788	0.980128	138	136	0.056736	0.001875	-7.0E-05	5.0E-06	0.105150
24	0.605798	0.980938	121	119	0.056538	0.001939	-7.0E-05	5.0E-06	0.107809
27	0.604771	0.980975	108	106	0.056646	0.002065	-7.0E-05	6.0E-06	0.112191
30	0.598403	0.981422	97	95	0.056177	0.002138	-7.0E-05	6.0E-06	0.109556
36	0.577666	0.982722	81	79	0.056388	0.002258	-7.0E-05	6.0E-06	0.104752
48	0.543307	0.984933	60	58	0.055712	0.002464	-7.0E-05	7.0E-06	0.099011
54	0.557046	0.964108	54	52	0.055799	0.002717	-7.0E-05	8.0E-06	0.104942
60	0.534973	0.985532	48	46	0.054031	0.002700	-6.0E-05	8.0E-06	0.103754

Tabla 9.1.- Experimento 09/01. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento del sistema. (r2 = coeficiente de correlación; N = número de datos; GL = núm. grados de libertad; SIG_x = desviación típica del parámetro x ajustado; c = constante del ajuste)

Modelo: $DT = a I + b DT^2 + c I^2 + d$			
Constante			0.119437
Error de estim. Y			0.467465
Coef. determinac. (r^2)			0.989199
Tamaño de la muestra			48
Grados de libertad			44
	a	b	c
Coefficiente(s) X	0.04142	0.042655	-7.3E-05
Límite conf. 99%	0.009382	0.025717	0.000018

Tabla 9.1b.- Resultados del ajuste sobre el modelo no lineal II.

En la figura 9.1b, además de los valores medidos del cociente coeficiente global de pérdidas / eficacia óptica (cuadrados), hemos representado (líneas) los valores de dicho cociente provenientes de los modelos lineal, no lineal I y no lineal II. Nótese cómo los modelos no lineales son capaces de rendir cuenta de la variabilidad diaria observada para el mismo. También se aprecia en esta figura, así como en la 9.1d, que las diferencias entre el modelo no lineal I y el II son irrelevantes.

9.1.2. Análisis espectral.

Como en ocasiones anteriores, los estadísticos empleados son los espectros de potencia (densidades espectrales), las coherencias cuadráticas y la función de transferencia. Las conclusiones más importantes que se derivan del examen de los mismos son:

- a) Densidades espectrales (ver ej. fig. 9.2c): La varianza de las series temporales puestas en juego se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro. A frecuencias superiores a $3 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$ el nivel de información del experimento es bajo.
- b) Coherencia cuadrática múltiple (fig. 9.2a):
 - * Al incluir el cuadrado de la irradiancia solar como entrada del sistema se mejora apreciablemente la coherencia múltiple en la zona de bajas frecuencias. Esto vuelve a ser un indicativo del carácter no lineal del proceso en estudio.
 - * La inclusión del cuadrado del salto térmico como entrada sólo procura un aumento considerable de la coherencia múltiple en la zona de altas frecuencias, donde hemos visto que el experimento contiene escasa información.
 - * A bajas frecuencias, el conjunto de entradas (I_g, I_g^2) procura valores de coherencia superiores a 0.8. Esto quiere decir que las fluctuaciones observadas en la señal de salida (salto térmico) podrán explicarse mediante modelos lineales en I_g e I_g^2 .
- c) Coherencias cuadráticas parciales (fig. 9.2b): En la zona de bajas frecuencias la irradiancia solar y su cuadrado juegan un papel igualmente importante.
- d) Función de transferencia: De la observación de las figuras 9.3a y 9.3b se concluye que:
 - * Ambas funciones de transferencia, la asociada a I_g y la asociada a I_g^2 , exhiben similares características.
 - * Como en casos anteriores, el sistema muestra muy escasa inercia térmica. Véase en este caso también la figura 9.3c, donde se han representado los valores de temperatura del aire medidos y los simulados a partir de uno de los modelos no lineales de tipo I.
 - * Finalmente, una vez más se aprecia la torpeza del sistema para distinguir señal útil de ruido (baja velocidad de corte).

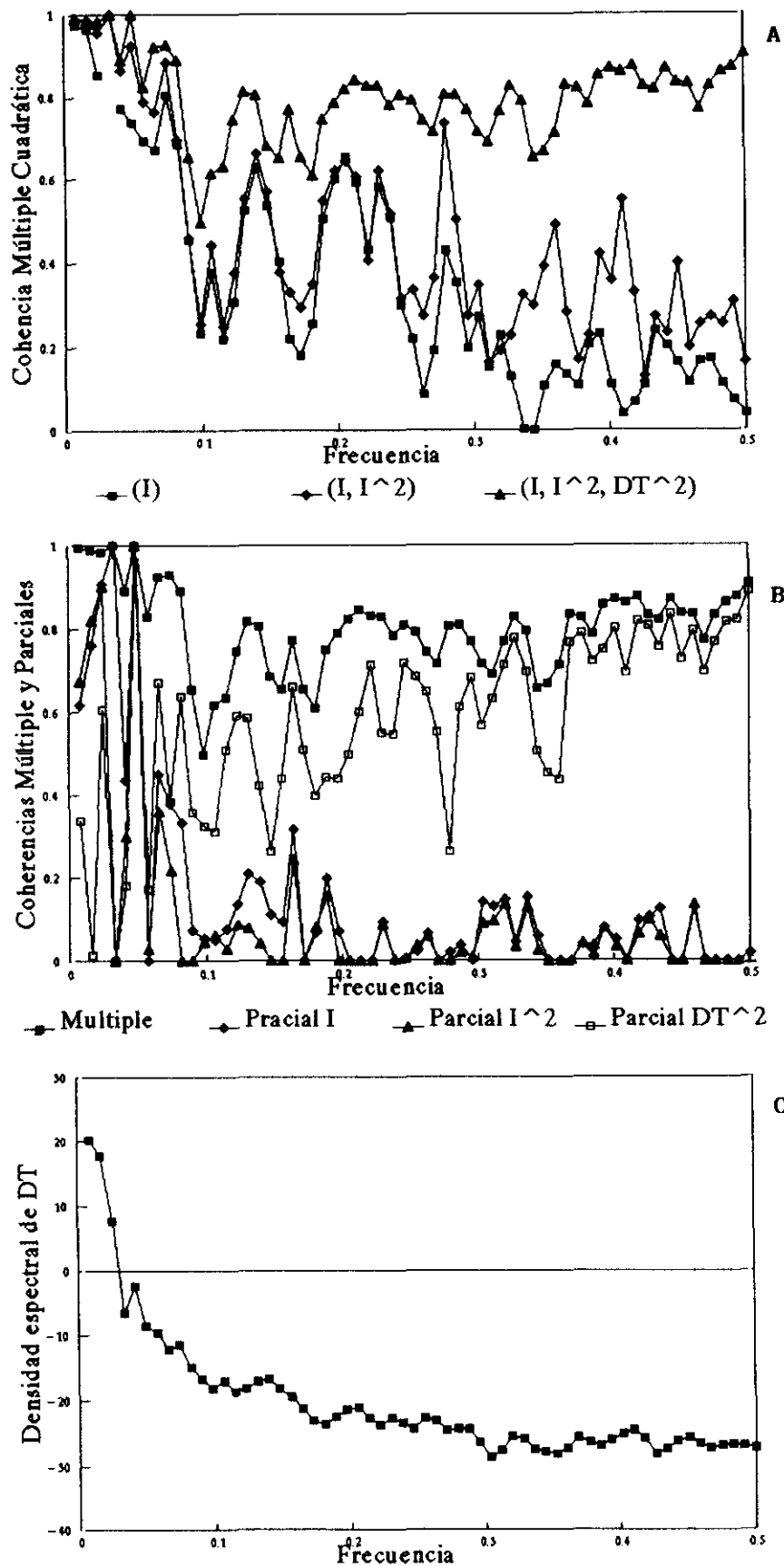


Fig. 9.2.- Experimento 09/02. Análisis espectral. (DT = salto térmico; I = irradiancia solar global; I^2 = valor de I al cuadrado).

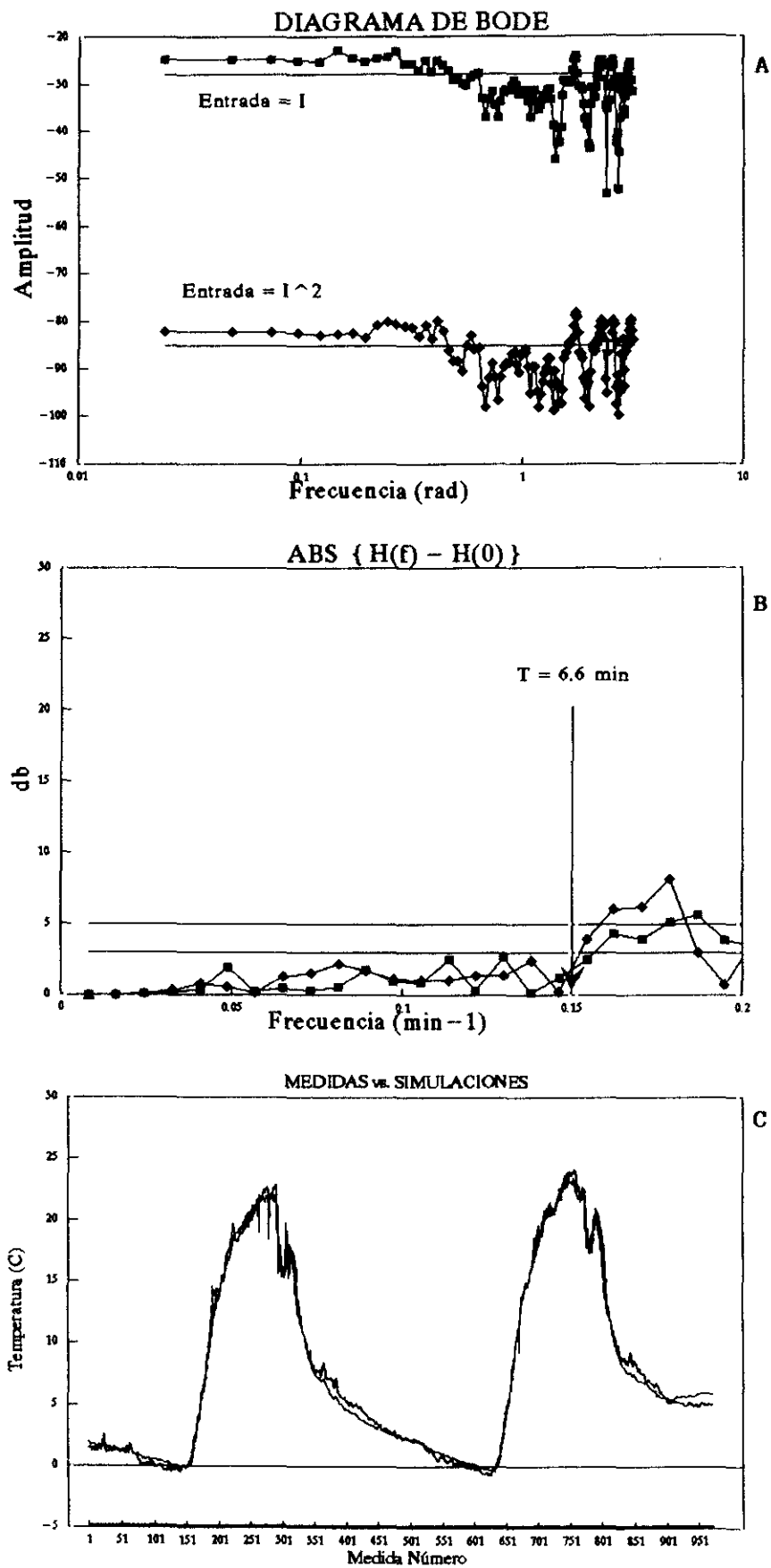


Fig. 9.3.- Experimento 09/01. Funciones de transferencia empíricas. (I = irradiancia solar global; I^2 = valor de I al cuadrado).

9.1.3 Estructuras paramétricas analizadas.

Visto que en este experimento las no linealidades presentes en el sistema se ponen de manifiesto, los modelos de sistema a utilizar serán de la forma¹ (Hammerstein):

$$DT(t) + \sum_{i=1}^{na} a_i DT(t-i) = \sum_{i=1}^{nb1} b_{1i} I_g(t-i) + \sum_{i=1}^{nb2} b_{2i} I_g^2(t-i) \quad (9.2)$$

$$DT(t) = T_o(t) - T_{\omega}(t)$$

con: $na+1 = nb1 = nb2 = n$

Como en ocasiones anteriores, las direcciones de análisis son dos:

- a) una orientada a la determinación del orden del modelo de sistema (n)
- b) otra orientada hacia la búsqueda del modelo de perturbaciones. En este sentido, exploraremos modelos de simulación de tipo OE, modelos de predicción de tipo ARMAX y modelos de predicción de tipo BJ.

9.1.4. Estructuras paramétricas de tipo OE (Modelos de simulación).

Las estructuras de este tipo analizadas, de la forma general:

$$y(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)} u(t) + \frac{B_2(q)}{F_2(q)} u^2(t) \quad (9.3)$$

$$y(t) = T_o(t) - T_{\omega}(t); \quad u(t) = I_g(t); \quad B_k(q) = \sum_{i=1}^{nbk} b_{ki} q^{-(i-1)}; \quad F_k(q) = 1 + \sum_{i=1}^{nfk} f_{ki} q^{-i}$$

aparecen descritas en la tabla 9.2: M020010 es un modelo de orden 1 con $nbk = nfk + 1 = 2$; M030020 es un modelo de orden 2 con $nbk = nfk + 1 = 3$; y 0020010 un modelo de orden 1 en $u(t)$ y orden 0 en $u^2(t)$.

En términos del criterio de ajuste (ver tabla 9.2) el mejor de los 3 modelos particulares obtenidos es el de orden 1 en $u(t)$ y $u^2(t)$ (M020010). No obstante, las diferencias con los otros dos son marginales. Todos ellos conducen a un error cuadrático medio en la simulación de la respuesta del sistema del orden de 0.55 C.

El análisis de los parámetros estáticos asociados a cada uno de estos modelos tampoco delata diferencias de calidad apreciables entre los mismos:

* La ganancia estática asociada a $u(t)$ ronda en todos los casos un valor de 0.055, similar al obtenido a través del análisis no paramétrico.

* En lo que a la ganancia estática asociada a $u^2(t)$ se refiere, parece que el modelo M030020 la subestima. Conduce a un valor de $-9.7E-05$, algo inferior al estimado mediante métodos no paramétricos ($\approx -7.0E-05$).

¹ Remítase el lector a 6.2 para la derivación formal de estas estructuras a partir del modelo modal de evolución de un sistema con acoplamientos no lineales entre sus partes, siendo de carácter débil las no linealidades presentes.

Tipos de Modelos Analizados

M020010 OE : na=0; nb1=nb2=2; nc=nd=nk=0; nf1=nf2=1
M030020 OE : na=0; nb1=nb2=3; nc=nd=nk=0; nf1=nf2=2
O020010 OE : na=0; nb1=2; nb2=1; nc=nd=nk=0; nf1=1; nf2=0

Modelo	Criterio	FPE	rms
M020010	0.28784	0.29141	0.53502
M030020	0.28657	0.29253	0.56544
O020010	0.30336	0.30586	0.55114

ENTRADA 1 (I)				ENTRADA 2 (I ²)		
Modelo	Ganancia	Banda+	Banda-	Ganancia	Banda+	Banda-
M020010	0.056527	0.058680	0.054374	-7.6E-05	-6.2E-05	-9.0E-05
M030020	0.054895	0.056959	0.052830	-9.7E-05	0.000456	-0.00065
O020010	0.055888	0.057319	0.054457	-7.0E-05	-6.6E-05	-7.5E-05
Modelo	Taol	Taol +	Taol -	Taol	Taol +	Taol -
M020010	16.991	22.950	13.357	352.57		
M030020	12.266	19.796	8.641	2718		
O020010	12.249	15.214	10.167	0		
Modelo	Polo1	Banda1 +	Banda1 -	Polo1	Banda1 +	Banda1 -
M020010	0.83815	0.87747	0.79883	0.99153	1.01680	0.96621
M030020	0.78303	0.85938	0.70668	0.99890	1.02180	0.97604
O020010	0.78276	0.82104	0.74448			
Modelo	Cero1	Banda1 +	Banda1 -	Cero1	Banda1 +	Banda1 -
M020010	0.74828	0.81857	0.67799	0.99084	1.01640	0.96526
M030020	-0.97967	0.67269	-2.63200	-1.60830	-0.06829	-3.14830
O020010	0.65985	0.73896	0.58074			

Tabla 9.2.- Experimento 09/01. modelos de simulación ajustados. Criterios de ajuste, parámetros estáticos y dinámicos resultantes y polos y ceros de las funciones de transferencia (I = irradiancia solar global).

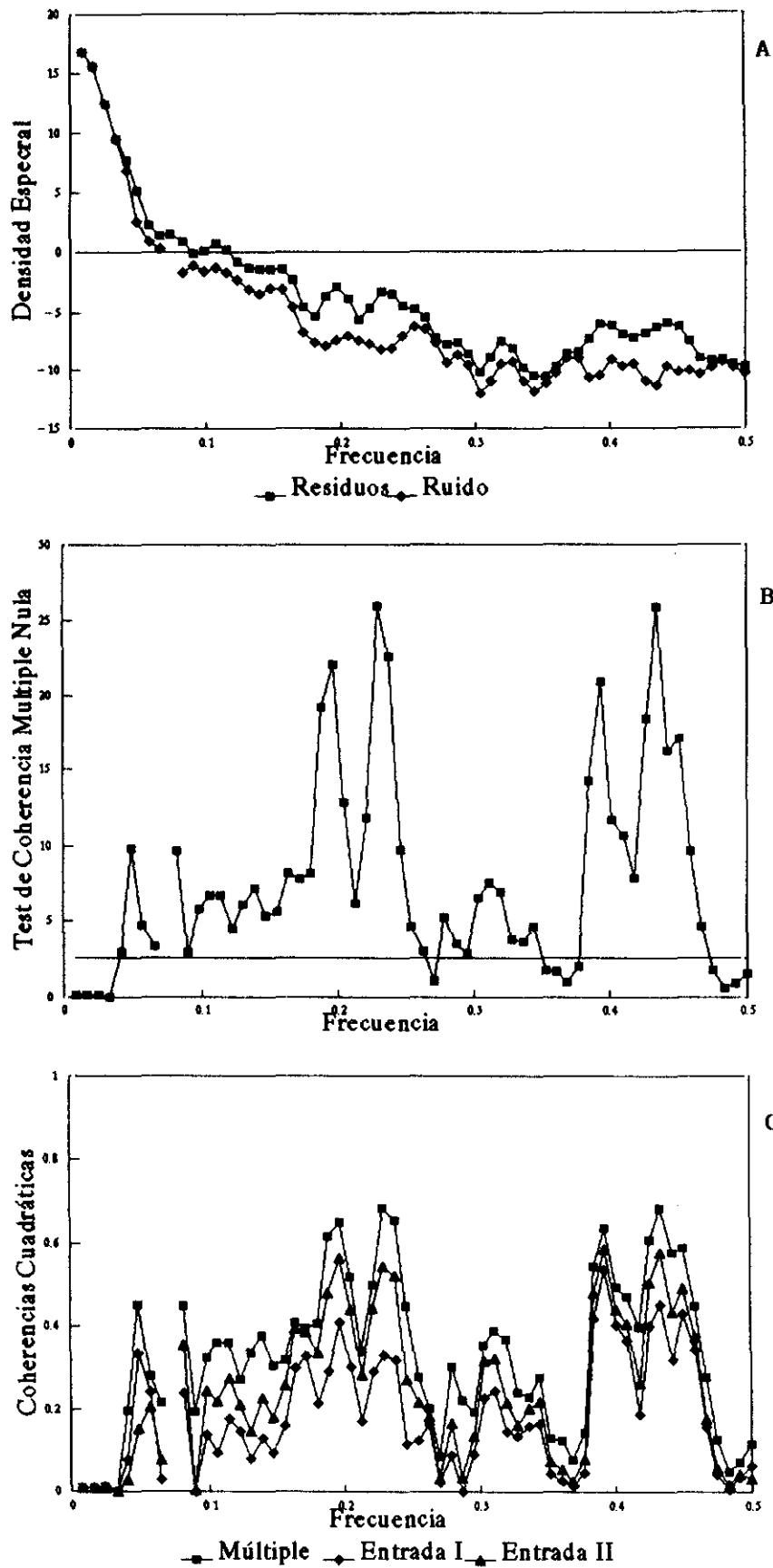


Fig. 9.4.- Experimento 09/01. Análisis de los errores de simulación de los modelos de tipo OE. Entrada I = irradiancia solar; entrada II = cuadrado de la irradiancia solar.

El análisis de polos y ceros desveló algunos aspectos interesantes:

- * El modelo M030020 de orden 2 no resultó ser identificable sobre los datos de este experimento. Parece que el orden indicado del modelo es 1.
- * Tanto en el modelo anterior como en el modelo M020020, se aprecia un efecto de cancelación del polo con el cero en la función de transferencia asociada a $u^2(t)$. Esto es un síntoma claro de que el modelo de sistema asociado a dicha variable debe ser reducido. Esta es la razón por la cual se incluyó el modelo 0020010 en el análisis.

El modelo M020010 conduce a un primer tiempo característico de respuesta de 13-23 min., mientras que del modelo O020010 se deriva un valor de 10-15 min., más ajustado al estimado a partir de la función de transferencia (aprox. = 10 min.).

Nótese que el valor extremadamente alto (> 300 min.) del primer tiempo característico asociado a $u^2(t)$ que se deriva del modelo M020010 no es real, sino consecuencia del antes mencionado efecto de cancelación polo-cero.

Finalmente procedimos al análisis de residuos (errores de simulación) de estos modelos. Los resultados obtenidos, similares en los tres casos, quedan contenidos en la figura 9.4. De la observación de la misma se desprende:

- * La varianza de los residuos (aprox. = $0.28 C^2$) se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro.
- * El test de coherencia múltiple nula no detecta correlación alguna entre residuos y entradas a muy bajas frecuencias. Sólo a partir de valores de frecuencia normalizada de 0.1, con escaso contenido de varianza, cobra importancia dicha correlación.
- * En la zona de medias y altas frecuencias, donde en ocasiones se observan valores de coherencia múltiple próximos a 0.6, vemos que aún queda información contenida en $u(t)$ y $u^2(t)$ que podría llegar a explicar parte de las fluctuaciones observadas en la respuesta del sistema (ver fig. 9.4c). Sin embargo, extraer esta información implica un incremento del número de parámetros a identificar que resulta, por lo que hemos visto, incompatible con la estricta identificabilidad del modelo resultante. Estos valores de coherencia relativamente altos se producen en una zona del espectro donde el experimento es escasamente informativo y más sensible al ruido.

9.1.5. Estructuras paramétricas de tipo ARMAX.

Estas estructuras son del tipo:

$$A(q) y(t) = B_1(q) u(t) + B_2(q) u^2(t) + C(q) c(t)$$

con:

$$\begin{aligned} X(q) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_x} x_i q^{-i}; \quad X = A, C; \quad nbk = na+1 = n \\ B_k(q) &= \sum_{i=1}^{nbk} b_{ki} q^{-(i-1)}; \quad y(t) = T_o - T_{\infty}; \quad u(t) = I_g(t) \end{aligned} \quad (9.4)$$

De ellas, el conjunto seleccionado está básicamente orientado al análisis del término de perturbaciones (ver Tabla 9.3). Se han escogido dos modelos de segundo orden (M232000 y M233000) y siete de orden 1, con distintos modelos de perturbaciones (valores de nc).

El primer análisis comparativo de estos modelos se realizó sobre el criterio y sobre la desviación típica de sus correspondientes errores de simulación (rms en la tabla 9.3). Las conclusiones de éste análisis son:

- * Se observa una progresiva, aunque muy lenta, disminución del criterio y del rms a medida que flexibilizamos la representación del término de perturbaciones (aumento del orden de la parte de media móvil).
- * Se observa también una ligera disminución de ambos al aumentar el orden (n) del modelo para igual valor de nc.
- * Son tan ligeras las diferencias de criterio (0.044 a 0.050) y de rms (0.54 a 0.57) observadas que resulta, por el momento, imposible decantarse por un modelo determinado.

Tampoco el análisis de los parámetros estáticos ha sido de gran ayuda. Todos los modelos ajustados, excepto el designado como M232000, conducen a valores de la ganancia estática asociada a $u(t)$ y a $u^2(t)$ de ≈ 0.055 y de $\approx -7E-05$, respectivamente. En relación con los valores de ganancias estáticas provenientes del análisis no paramétrico, el modelo M232000 parece subestimar el valor absoluto de ambas.

Como en otras ocasiones, el análisis de polos y ceros (ver tabla 9.4) señala a los modelos de orden 2 como modelos no identificables sobre los datos de este experimento. La banda de incertidumbre del segundo cero de las funciones de transferencia contiene claramente al cero.

En lo que respecta a los parámetros dinámicos del sistema (tiempos característicos de respuesta) observamos que (tabla 9.3):

- * A medida que avanzamos en la descripción del término de perturbaciones (incremento de nc) se produce una disminución sustancial del valor del primer tiempo característico del sistema. Pasamos de valores en el entorno de 20 min. a valores que rondan los 12 min., estando estos últimos en mayor acuerdo con los valores derivados del examen de las funciones de transferencia.
- * Los modelos de orden 2 apuntan a un primer tiempo característico exageradamente alto (aprox. 120 min.), que, como hemos visto en ocasiones anteriores (ver ej. 8.8.2), no es achacable al sistema sino a una deficiente descripción del término de perturbaciones. Sin embargo, el segundo tiempo de respuesta se sitúa en el entorno de 10 min.. De hecho (ver fig. 9.5b) los modelos M128000 y M232000 reproducen igualmente bien las funciones de transferencia.

Finalmente, del análisis de residuos (fig. 9.5) concluimos que:

- * El test de ruido blanco sólo lo pasan los modelos de orden 2 y el modelo M128000.
- * El test de coherencia múltiple nula indica, como en el caso de modelos de simulación, la inexistencia de correlación entre residuos y entradas en la zona de bajas frecuencias. A medias y altas frecuencias se observan valores no nulos de coherencia múltiple. Sin embargo, en ningún caso (ver fig 9.5d) exceden a 0.4.

9.1.6. Estructuras paramétricas tipo BJ.

Estas son estructuras del tipo:

$$y(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)} u(t) + \frac{B_2(q)}{F_2(q)} u^2(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t) \quad (9.5)$$

en las que se independiza por completo la representación de las distintas funciones de transferencia (asociadas a $u(t)$, $u^2(t)$ y $e(t)$).

Los modelos de este tipo probados se incluyen en la tabla 9.5. Nótese los cuatro bloques de modelos distinguidos en la misma:

Modelo	Criterio	FPE	rms	Tipo de Modelo ARMAX
M121000	0.050381	0.051007	0.575590	na=1; nb1=nb2=2; nc=1
M122000	0.049832	0.050555	0.565850	na=1; nb1=nb2=2; nc=2
M124000	0.049167	0.050086	0.551440	na=1; nb1=nb2=2; nc=4
M125000	0.048684	0.049696	0.545750	na=1; nb1=nb2=2; nc=5
M126000	0.048673	0.049788	0.545310	na=1; nb1=nb2=2; nc=6
M127000	0.047751	0.048945	0.544800	na=1; nb1=nb2=2; nc=7
M128000	0.046320	0.047576	0.544300	na=1; nb1=nb2=2; nc=8
M232000	0.044480	0.045405	0.563950	na=2; nb1=nb2=3; nc=2
M233000	0.044663	0.045685	0.576120	na=2; nb1=nb2=3; nc=3

Modelo	ENTRADA 1 (I)			ENTRADA 2 (I ²)		
	Ganancia	Banda+	Banda-	Ganancia	Banda+	Banda-
M121000	0.056765	0.061254	0.052276	-7.3E-05	-5.9E-05	-8.6E-05
M122000	0.056351	0.060970	0.051731	-7.1E-05	-5.7E-05	-8.5E-05
M124000	0.056431	0.061039	0.051824	-7.2E-05	-5.8E-05	-8.6E-05
M125000	0.056079	0.060599	0.051558	-7.1E-05	-5.7E-05	-8.4E-05
M126000	0.055942	0.060504	0.051380	-7.0E-05	-5.7E-05	-8.4E-05
M127000	0.055875	0.060439	0.051312	-7.0E-05	-5.6E-05	-8.4E-05
M128000	0.055295	0.059900	0.050690	-6.8E-05	-5.4E-05	-8.2E-05
M232000	0.051908	0.072988	0.030829	-5.7E-05	7.2E-06	-0.00012
M233000	0.054450	0.080808	0.028091	-6.5E-05	0.000016	-0.00015

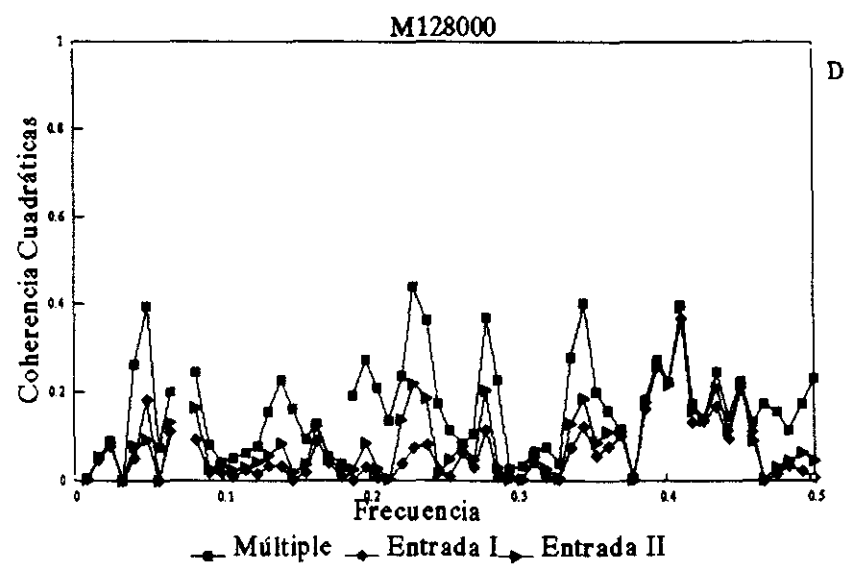
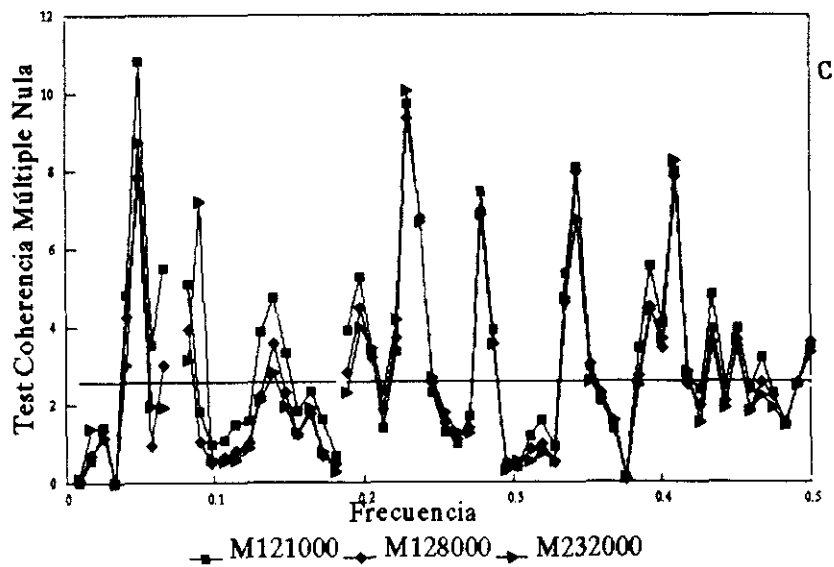
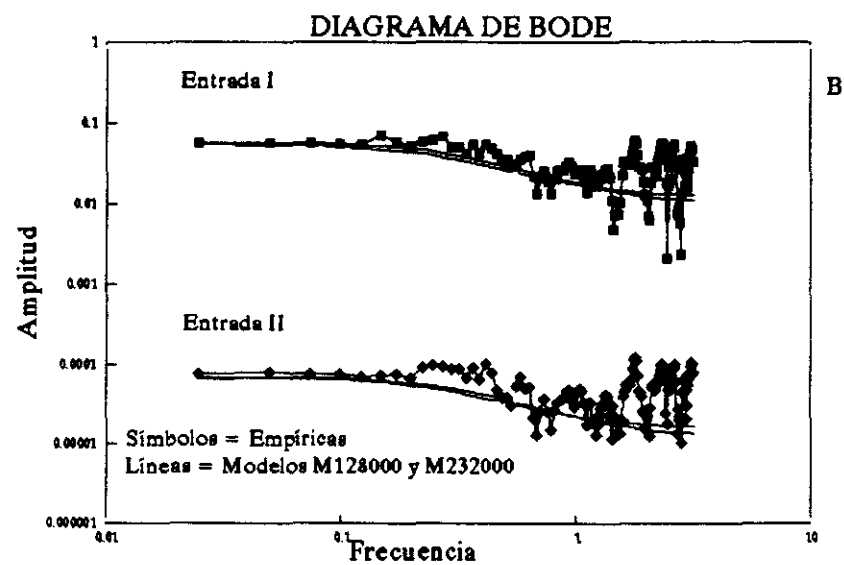
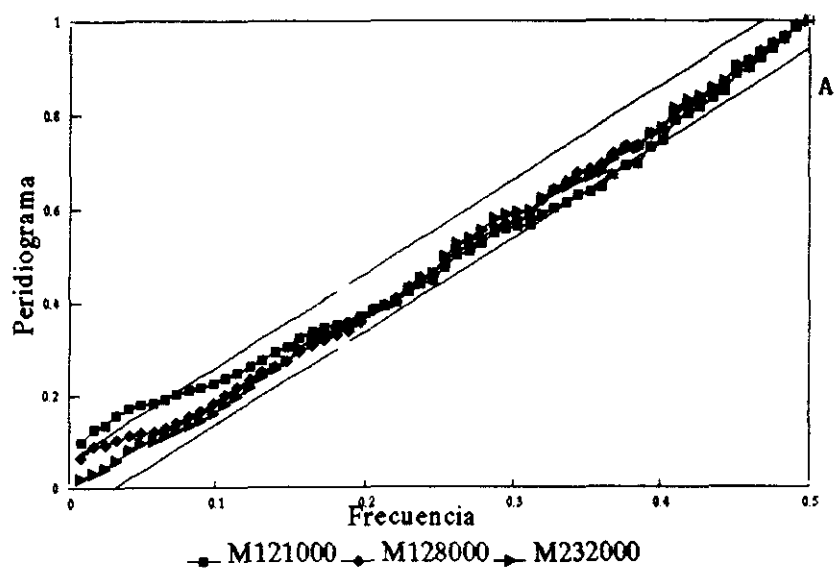
Modelo	Tao1	Tao1+	Tao1-	Tao2	Tao2+	Tao2-
M121000	20.06	25.26	16.54			
M122000	18.37	23.43	15.01			
M124000	15.29	19.91	12.30			
M125000	13.91	18.17	11.15			
M126000	13.58	17.98	10.79			
M127000	13.26	17.43	10.58			
M128000	12.01	15.58	9.66			
M232000	124.59	(-)	(-)	10.64	14.91	8.11
M233000	109.20	(-)	(-)	9.63	15.42	6.75

Tabla 9.3.- Experimento 09/01. Modelos ARMAX: criterio, valores de ganancia estática y tiempos característicos de respuesta (Tao).

ENTRADA 1 (I)							ENTRADA 2 (I ²)					
Modelo	Polo1	Banda1+	Banda1-	Polo2	Banda2+	Banda2-	Polo1	Banda1+	Banda1-	Polo2	Banda2+	Banda2-
M121000	0.86109	0.88803	0.83416				0.86109	0.88803	0.83416			
M122000	0.84934	0.87981	0.81887				0.84934	0.87981	0.81887			
M124000	0.82186	0.86013	0.78359				0.82186	0.86013	0.78359			
M125000	0.80594	0.84778	0.76409				0.80594	0.84778	0.76409			
M126000	0.80178	0.84632	0.75723				0.80178	0.84632	0.75723			
M127000	0.79749	0.84185	0.75313				0.79749	0.84185	0.75313			
M128000	0.77898	0.82481	0.73315				0.77898	0.82481	0.73315			
M232000	0.97621	1.01050	0.94195	0.75432	0.81773	0.69091	0.97621	1.01050	0.94195	0.75432	0.81773	0.69091
M233000	0.97290	1.02990	0.91590	0.73221	0.82317	0.64125	0.97290	1.02990	0.91590	0.73221	0.82317	0.64125
Modelo	Cero1	Banda1+	Banda1-	Cero2	Banda2+	Banda2-	Cero1	Banda1+	Banda1-	Cero2	Banda2+	Banda2-
M121000	0.61250	0.73072	0.49427				0.62944	0.78159	0.47729			
M122000	0.57257	0.70483	0.44030				0.58890	0.76268	0.41512			
M124000	0.45761	0.62902	0.28620				0.44597	0.69192	0.20002			
M125000	0.42592	0.60456	0.24727				0.44338	0.68088	0.20588			
M126000	0.40670	0.59701	0.21640				0.41614	0.67373	0.15854			
M127000	0.39174	0.58396	0.19951				0.39518	0.66190	0.12846			
M128000	0.32271	0.52735	0.11806				0.32172	0.61855	0.02690			
M232000	0.97921	1.01350	0.94496	0.15546	0.41668	-0.10576	0.98068	1.02270	0.93867	0.15297	0.54392	-0.23799
M233000	0.97408	1.03470	0.91342	0.12872	0.41072	-0.15329	0.97294	1.04890	0.89694	0.15419	0.56758	-0.25919

Tabla 9.4.- Experimento 09/01. Polos y ceros de las funciones de transferencia identificadas con modelos ARMAX.
Entrada I = irradiancia solar; Entrada II = cuadrado de la irradiancia solar.

Fig. 9.5.- Experimento 09/05. Análisis de los residuos provenientes de los modelos ARMAX (a,c,d) y funciones de transferencia (b).



- * Primer bloque: son modelos de orden uno en los que $nb1 = nb2 = nf1 + 1 = 2$. La diferencia entre ellos la establece el modelo de perturbaciones (distintos modelos de tipo ARMA).
- * Segundo bloque: Se distinguen de los del bloque anterior en el modelo de función de transferencia asociado a la entrada $u^2(t)$. Hemos reducido su dimensión y supuesto $nb2 = 1$ y $nf2 = 0$.
- * Tercer bloque: también presentan, frente a los del primer bloque, una simplificación del modelo de función de transferencia asociado a $u^2(t)$. En esta ocasión suponemos $nb2 = 2$ y $nf2 = 0$.
- * Cuarto bloque: son modelos de segundo orden con $nb1 = nb2 = 3$ y $nf1 = nf2 = 2$.

En esta ocasión, el análisis del criterio de ajuste y del rms sí que resultó discriminante:

- * Se desecharon los modelos del segundo bloque que conducían a un incremento apreciable del valor de ambos estadísticos.
- * Se desecharon los modelos del tercer bloque que, comparados con los de igual estructura de perturbaciones pertenecientes al primer bloque, implicaban un aumento sistemático, aunque pequeño, tanto del criterio como del rms.

Este análisis pone de manifiesto que la relación de órdenes entre los polinomios $A(q)$ y $B_k(q)$ ha de ser la derivada formalmente en 6.2.3.

Los análisis subsiguientes se refieren sólo a 3 de los modelos contenidos en la tabla 9.5. Se han seleccionado el modelo de estructura más simple (M021110), el del primer bloque que conduce a un mejor valor del criterio (M024410) y uno de orden 2 (M031120).

Modelo	Criterio	FPE	rms	Tipo de Modelo BJ
M021110	0.045776	0.046536	0.622960	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=1$
M021210	0.045193	0.046038	0.672790	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=1; nd=2$
M022210	0.046762	0.047734	0.733730	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=2$
M022310	0.046355	0.047417	0.748340	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=2; nd=3$
M023310	0.046285	0.047443	0.737750	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=3$
M023410	0.046698	0.047964	0.743210	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=3; nd=4$
M024410	0.044195	0.045487	0.632370	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=4$
M024510	0.045728	0.047161	0.736380	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=4; nd=5$
M025510	0.045778	0.047310	0.735530	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=5$
M025610	0.045899	0.047533	0.740530	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=5; nd=6$
M026610	0.045921	0.047654	0.749710	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=nd=6$
M026710	0.046097	0.047935	0.754380	$nb1=nb2=2; nf1=nf2=1; nc=6; nd=7$
B021210	0.053478	0.054254	0.882590	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=1; nd=2$
B022310	0.055389	0.056425	0.994750	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=2; nd=3$
B023410	0.054094	0.055332	0.914800	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=3; nd=4$
B024510	0.055071	0.056564	1.026000	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=4; nd=5$
B025610	0.060295	0.062186	1.083800	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=5; nd=6$
B026710	0.076192	0.078905	2.409600	$nb1=2; nb2=1; nf1=1; nf2=0; nc=6; nd=7$
F021210	0.047613	0.048403	0.747250	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=1; nd=2$
F022310	0.047601	0.048591	0.795900	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=2; nd=3$
F023410	0.047496	0.048683	0.787420	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=3; nd=4$
F024510	0.048406	0.049821	0.772200	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=4; nd=5$
F025610	0.046304	0.047854	0.791730	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=5; nd=6$
F026710	0.046354	0.048103	0.776990	$nb1=2; nb2=2; nf1=1; nf2=0; nc=6; nd=7$
M031120	0.044962	0.046086	0.634380	$nb1=nb2=3; nf1=nf2=2; nc=nd=1$
M032220	0.044395	0.045693	0.668590	$nb1=nb2=3; nf1=nf2=2; nc=nd=2$

Tabla 9.5.- Experimento 09/05. Modelos BJ ajustados.

Los tres conducen a idénticos valores de ganancias estáticas (ver tabla 9.6): 0.063 para $u(t)$ y $-9.E-05$ para $u^2(t)$. Nótese que estos valores son ligeramente distintos a los procurados por los modelos OE, por los modelos ARMAX y por el análisis no paramétrico efectuado sobre los datos. Si bien esto es cierto, hay que hacer notar que sus respectivas bandas de confianza, notablemente más anchas que en otras ocasiones, contienen a las bandas de incertidumbre asociadas a las ganancias estáticas estimadas a partir de modelos OE o ARMAX o por procedimientos no paramétricos.

Las conclusiones que se derivan del análisis de polos y ceros son:

* Para los modelos de orden 2, se observa que:

- No es identificable el segundo polo de la función de transferencia (FT1) asociada a $u(t)$.
- No es identificable el segundo cero de la función de transferencia (FT2) asociado a $u^2(t)$.
- Los primeros polo y cero de la función de transferencia FT2 se cancelan entre sí (gran solapamiento de sus respectivas bandas de incertidumbre).
- El segundo polo de FT2 viene afectado por una enorme incertidumbre.

De todo ello concluimos que los modelos BJ de orden 2 no son identificables sobre los datos de este experimento.

* Para los modelos de orden 1: Aunque identificables, sus parámetros vienen acompañados de bandas de confianza notablemente anchas.

M021110 y M024410 conducen a un primer tiempo característico de respuesta asociado a $u(t)$ de 11 - 19 min. El primer tiempo característico asociado a $u^2(t)$ resultó exageradamente alto (15 - 44 min.), como puede apreciarse en la fig. 9.6b. En esta figura, donde están contenidas las funciones de transferencia empíricas y paramétricas asociadas a $u(t)$ y $u^2(t)$ - designadas como entrada I y entrada II en la gráfica-, observamos que la divergencia entre las funciones de transferencia empírica y paramétrica, asociadas a $u^2(t)$, comienza a frecuencias normalizadas próximas a 0.1.

Finalmente, de las figuras 9.6a-c-d, concluimos que los modelos de tipo BJ conducen a peores resultados en términos de residuos que los modelos predictivos de tipo ARMAX.

9.1.7 Resumen y conclusiones.

De lo expuesto en los apartados 9.1.1 a 9.1.6 concluimos que:

- 1) Las no linealidades presentes en el sistema se ponen de claro manifiesto al efectuar el análisis de régimen deslizante de funcionamiento del sistema.
- 2) Dichas no linealidades son de carácter débil, por lo que el régimen deslizante del vector de observación (salto térmico) puede ser adecuadamente descrito a través de una función polinómica de segundo orden en $u(t)$.
- 3) La información contenida en el experimento se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro. El sistema exhibe una débil inercia térmica y cierta torpeza a la hora de discernir entre señales útiles y ruido.
- 4) Los parámetros estáticos de funcionamiento del sistema son:

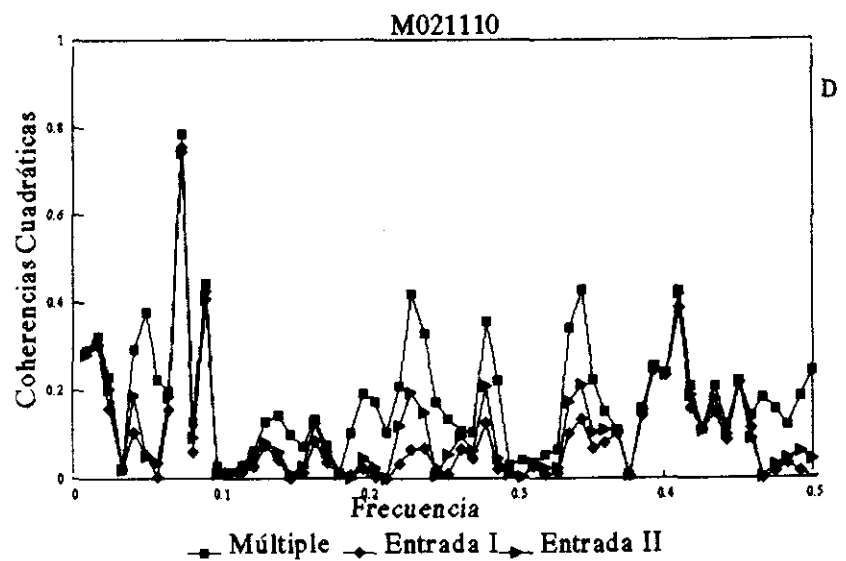
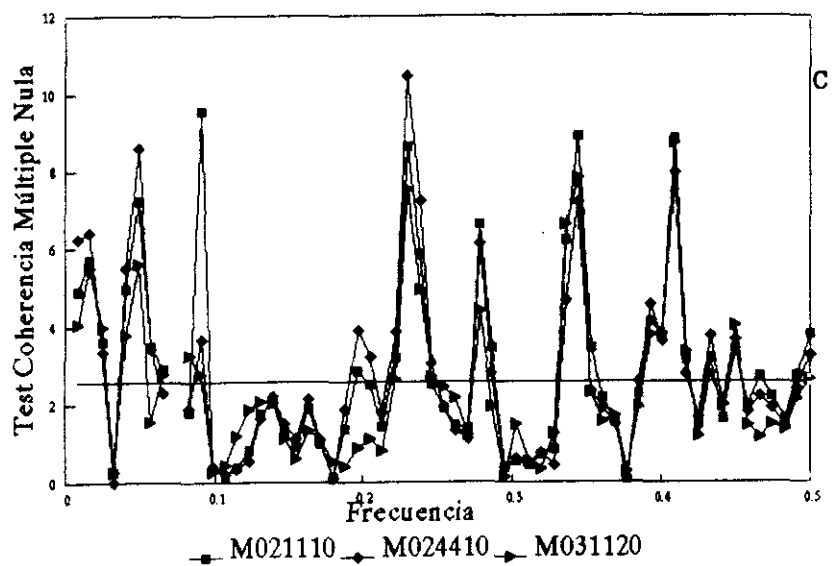
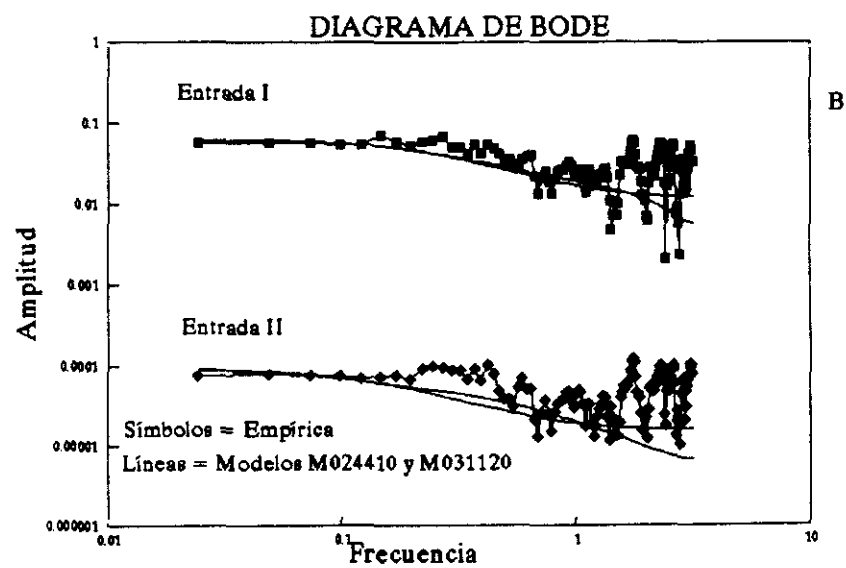
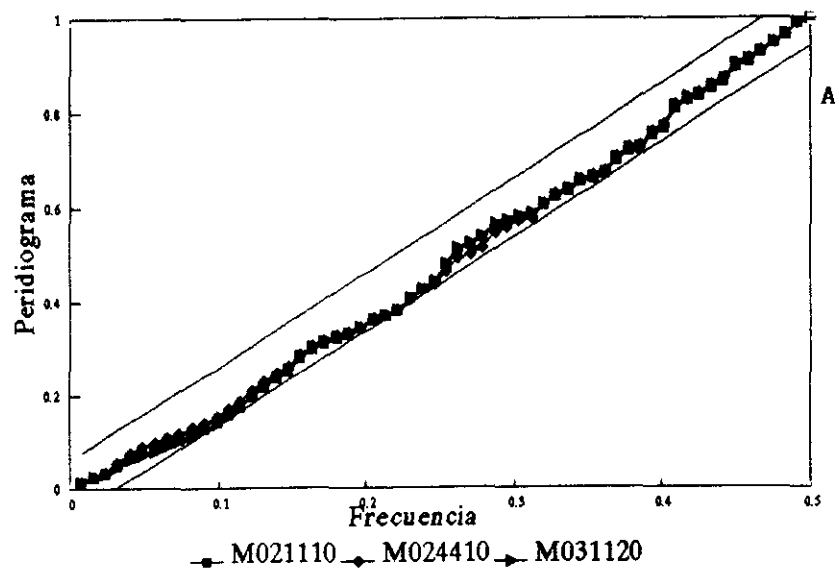
$$\begin{aligned} &\approx 0.055 \quad C(W.m^{-2})^{-1} \dots\dots\dots \text{para } I_g(t) \\ &\approx -0.7 \times 10^{-4} \quad C(W.m^{-2})^{-2} \dots\dots\dots \text{para } I_{g2}(t) \end{aligned}$$

Podríamos hablar de un parámetro estático {eficacia óptica / coeficiente global de pérdidas térmicas} que

ENTRADA 1 (1)							ENTRADA 2 (1^2)					
Modelo	Ganancia	Banda+	Banda-				Ganancia	Banda+	Banda-			
MD21110	0.063218	0.072094	0.054342				-9.1E-05	-6.4E-05	-0.00012			
MD24410	0.063401	0.071656	0.055146				-9.0E-05	-6.5E-05	-0.00011			
MD31120	0.063377	0.072661	0.054094				-9.3E-05	-6.4E-05	-0.00012			
Modelo	Tao1	Tao1+	Tao1-	Tao2	Tao2+	Tao2-	Tao1	Tao1+	Tao1-	Tao2	Tao2+	Tao2-
MD21110	14.01	18.98	10.96				22.88	43.92	15.14			
MD24410	14.10	18.79	11.16				23.28	44.25	15.47			
MD31120	14.24	27.65	9.25	0.59	4.63	0.00	36.17	(-)	15.66	6.96	(-)	1.5721
Modelo	Polo1	Banda1+	Banda1-	Polo2	Banda2+	Banda2-	Polo1	Banda1+	Banda1-	Polo2	Banda2+	Banda2-
MD21110	0.80718	0.85381	0.76055				0.87710	0.93397	0.82023			
MD24410	0.80832	0.85244	0.76419				0.87907	0.93445	0.82369			
MD31120	0.81008	0.89719	0.72298	0.00599	0.52335	-0.51137	0.92040	1.01510	0.82567	0.65002	1.15170	0.14833
Modelo	Cero1	Banda1+	Banda1-	Cero2	Banda2+	Banda2-	Cero1	Banda1+	Banda1-	Cero2	Banda2+	Banda2-
MD21110	0.27444	0.49666	0.05223				0.36399	0.75242	-0.02444			
MD24410	0.30664	0.51261	0.10067				0.46853	0.77097	0.16608			
MD31120	-0.50859	-0.16309	-0.85409	0.47906	0.88135	0.07676	0.88052	1.16690	0.55417	-0.24098	0.64098	-1.12290

Tabla 9.6.- Experimento 09/01. Ganancia estática, tiempos característicos de respuesta (Tao) en min., polos y ceros asociados a los modelos de tipo BJ ajustados.

Fig. 9.6.- Experimento 09/01. Modelos BJ. Análisis de residuos y funciones de transferencia.



varía con el nivel de radiación solar² de acuerdo con:

$$\frac{\eta}{U_t} = (a - b I_g); \quad a = 0.055; \quad b = 0.7 \times 10^{-4} \quad (9.6)$$

Véase cómo, a medida que aumenta el nivel de radiación (o lo que es lo mismo, el denominado salto térmico), se produce una disminución de dicho parámetro. La causa, como ya indicamos anteriormente, es de origen térmico. El aumento del salto térmico implica el aumento del coeficiente global de pérdidas térmicas del sistema.

5) El experimento se realizó con un intervalo de muestreo de 3 min. y el primer tiempo de respuesta del sistema (derivado del análisis de la función de transferencia y del análisis paramétrico) parece rondar los 10 min. (aprox. 3 veces el intervalo de muestreo). Hubiese sido conveniente disponer de un período de muestreo menor.

6) Los modelos predictivos de tipo BJ son excesivamente complejos para ser identificables sobre los datos de este experimento. Los parámetros físicos que se derivan de los mismos vienen afectados por un alto grado de incertidumbre.

7) Los modelos de simulación conducen a valores razonables de rms (≈ 0.5 C) y, aparentemente, procuran valores insesgados y con varianza mínima de los parámetros estáticos del sistema. Sin embargo, sobreestiman los parámetros dinámicos.

8) Los modelos de predicción de tipo ARMAX son los que mejor reproducen lo observado:

- * Conducen a valores adecuados de los parámetros estáticos.
- * Procuran un valor razonable del primer tiempo característico del sistema (6 - 15 min.)
- * Reproducen adecuadamente las funciones de transferencia empíricas.
- * Conducen a errores de simulación aceptables ($\sigma^2 = 0.28$).
- * Como modelos de predicción pasan el test de ruido blanco y el test de coherencia nula en la zona del espectro de mayor interés.

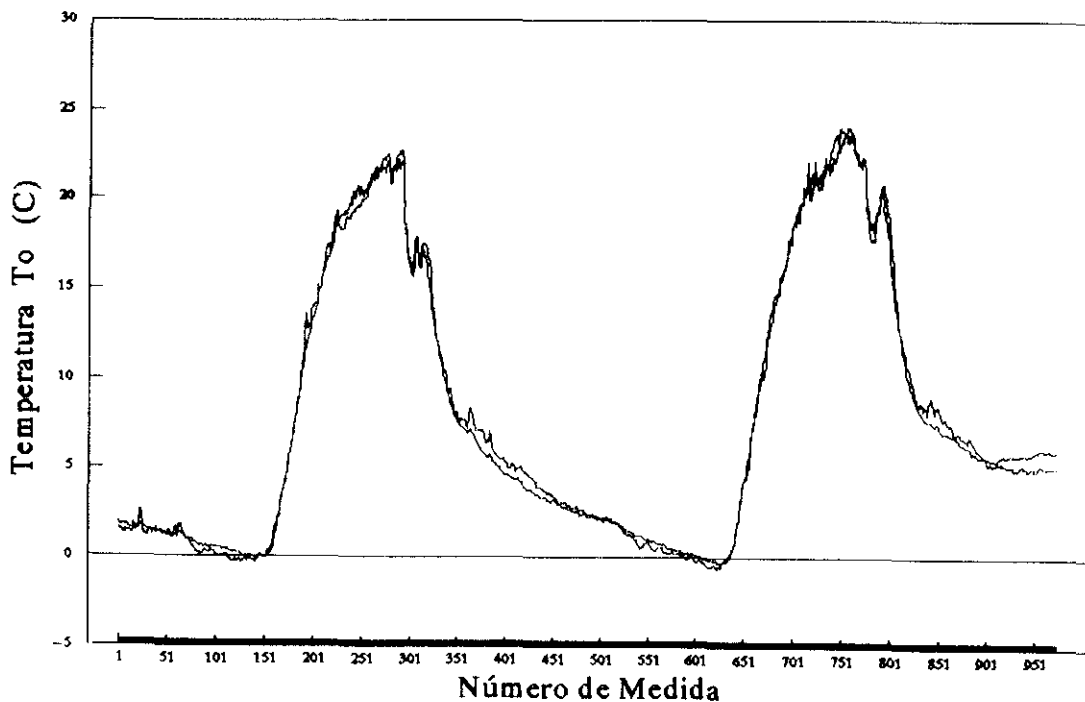


Fig. 9.7. Medidas y simulaciones de la evolución térmica del aire del invernadero.

² Dado el tipo de condiciones de operación (la única sollicitación es la radiación solar), decir que el parámetro estático depende del nivel de radiación solar equivale a decir que depende del estado térmico del sistema.

Sin embargo, para que todo esto sea así, se requiere un modelo complejo de perturbaciones. Los mejores resultados obtenidos corresponden a modelos de perturbaciones ARMA(2,2) y ARMA(1,8). Con objeto de dar una idea gráfica de la bondad de estos modelos, en la figura 9.7 se han incluido los valores de temperatura del aire del invernadero medidos junto a los simulados a partir de M128000.

9.2. EL INVERNADERO SIN VEGETACION Y CON VENTILACION FORZADA DE AIRE.

De los experimentos pertenecientes a este grupo, el designado como 03/05 fué analizado con detalle en el capítulo 8, donde se utilizó para ilustrar las metodologías de análisis y de inferencia de modelos propuestas.

Pasamos a continuación a comentar y describir los resultados provenientes del análisis realizado sobre los datos del experimento 08/05. Dada la gran similitud encontrada entre este experimento y el 03/05, en muchas ocasiones, aliviaremos el contenido de este apartado haciendo referencia a los resultados ya expuestos del análisis de este último.

9.2.1. Análisis No Paramétrico.

Como en ocasiones anteriores, el primer análisis realizado sobre los datos fue el análisis del régimen deslizante de evolución del denominado salto térmico. El procedimiento seguido es el descrito en 8.3.3.

Al igual que en el experimento 03/05, los resultados de este análisis nos permitieron concluir que:

- * para intervalos de muestreo de 54 min, desaparecen por completo los efectos de la inercia térmica y se dibuja claramente el régimen deslizante de evolución.
- * bajo las condiciones de excitación imperantes, el invernadero es susceptible de ser descrito como un sistema lineal e invariable respecto al tiempo.

El ajuste de los datos a un modelo del tipo:

$$(T_o - T_{in}) = a I_g + c ; \quad a, c = \text{constantes} \quad (9.7)$$

conduce a valores del coeficiente de correlación de 0.977 (para intervalos de muestreo de 54 min.) y de desviación típica de 0.35. El coeficiente "a", que representa la eficacia del invernadero como transformador de la energía solar en energía térmica utilizable, se sitúa en el entorno de $0.0078 (\pm 0.00024) \text{ C(W/m}^2\text{)}^{-1}$.

Los resultados mas significativos del análisis espectral realizado sobre los datos del experimento 08/05, aparecen graficados en la figura 9.8.

Como en ocasiones anteriores, también en este experimento la información se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro. La densidad espectral de la variable $(T_o - T_{in})$ - salto térmico - muestra una gran proporción de la varianza concentrada en dicha zona del espectro (ver fig. 9.8a).

La función de transferencia del sistema (fig. 9.8c) presenta características análogas a la del experimento 03/05. De su análisis se concluye que:

- * La ganancia estática del sistema se localiza en el entorno de $0.0078 \text{ C(W/m}^2\text{)}^{-1}$.
- * El sistema apenas posee inercia térmica. Como en el caso del experimento 03/05, su primera constante de tiempo rondará los 10-15 min. El sistema actúa como un filtro de paso bajo.

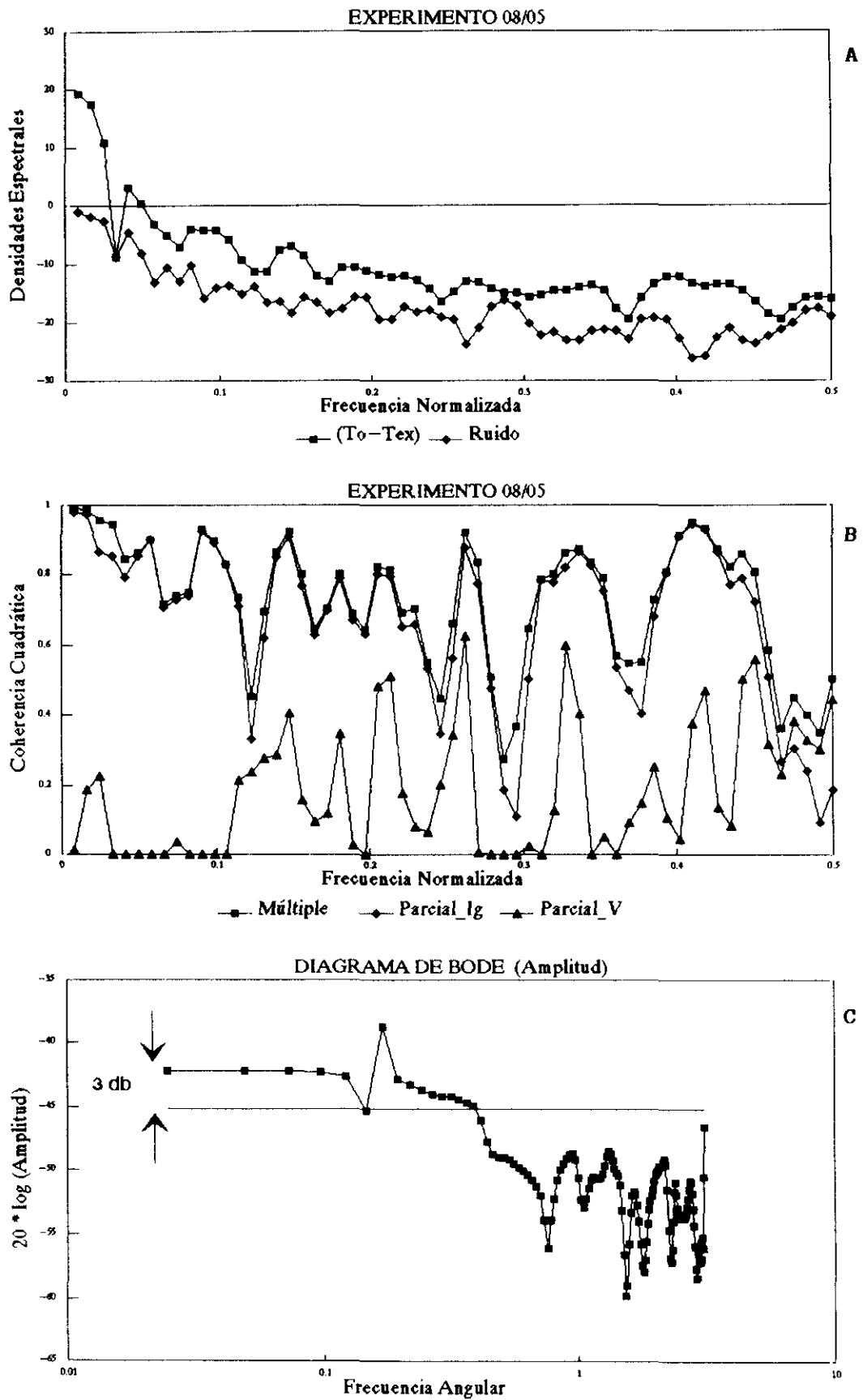


Fig. 9.8.- Experimento 08/05. Análisis espectral. (To-TeX) = salto térmico; Ig = irradiancia solar global; V = velocidad del viento exterior.

Finalmente, el análisis realizado sobre las coherencias cuadráticas, múltiple y parciales (fig. 9.8b), muestra que, casi a cualquier frecuencia, la irradiancia solar global puede dar perfecta cuenta de las variaciones observadas en ($T_o - T_{in}$).

9.2.2. Análisis Paramétrico.

Los resultados aquí obtenidos, también guardan una extraordinaria similitud con los obtenidos en el análisis paramétrico del experimento 03/05.

De acuerdo con lo visto en 6.2, el tipo de modelo de sistema a ensayar será de la forma:

$$DT(t) + \sum_{i=1}^{nx} x_i DT(t-i) = \sum_{i=1}^{nb} b_i I_g(t-i) ; \quad DT(t) = T_o(t) - T_{in}(t) \quad (9.8)$$

siendo $n = nb = nx + 1$, el denominado orden del modelo.

De este modo, toda nuestra preocupación se centrará, como otras veces, en determinar el orden del modelo de sistema (n) y el modelo de perturbaciones más indicado. Para este último, se ensayaron distintas estructuras de tipo ARX, ARMAX, BJ y OE (ver Tabla 9.7). Para igual orden del modelo de sistema ($n=1$ ó 2), las diferencias entre estas estructuras las marca el modelo de perturbaciones.

Modelo	Criterio	FPE	rms	Modelos de Predicción ARX
M120000	0.074370	0.075305	0.418980	na=1; nb=2
M230000	0.071201	0.072700	0.427420	na=2; nb=3
Modelo	Criterio	FPE	rms	Modelos de Predicción ARXMAX
M121000	0.071027	0.072221	0.430570	na=1; nb=2; nc=1
M122000	0.070983	0.072477	0.429700	na=1; nb=2; nc=2
M232000	0.069361	0.071413	0.415060	na=2; nb=3; nc=2
M233000	0.068452	0.070773	0.411650	na=2; nb=3; nc=3
Modelo	Criterio	FPE	rms	Modelos de Predicción BJ
M021110	0.069808	0.071278	0.421760	nb=2; nf=1; nc=1; nd=1
M031120	0.078172	0.080485	0.427820	nb=3; nf=2; nc=1; nd=1
Modelo	Criterio	FPE	rms	Modelos de Simulación OE
M020010	0.180610	0.182890	0.416320	nb=2; nf=1
M030020	0.169670	0.173240	0.406980	nb=3; nf=2

Tabla 9.7. Experimento 08/05. Estructuras paramétricas probadas.

Al analizar el conjunto de modelos ajustados, nos encontramos con que:

- * El análisis de polos y ceros determinó como no identificables sobre los datos del experimento a los modelos de segundo orden.
- * Entre los modelos de primer orden, el criterio de ajuste señala como mejores modelos de predicción a los de tipo Box-Jenkins (M021110 en la tabla 9.7).
- * No existen diferencias apreciables entre modelos en términos del error cuadrático medio (rms) del error de simulación.
- * El test de ruido blanco aplicado a los residuos de los modelos de predicción (fig. 9.9b) obligó a descartar los modelos de tipo ARX, y señaló al de tipo BJ como mejor modelo de predicción de entre los ajustados.
- * Tanto el modelo de simulación (M020010) como el modelo de predicción de tipo BJ (M021110), condujeron a valores de ganancia estática idénticos a los estimados por métodos no paramétricos ($0.0078 \text{ CW}^{-1} \text{ m}^2$), con bandas de incertidumbre mayores en el segundo caso (ver tabla 9.8).
- * Ambos modelos procuran un valor razonable de la primera constante de tiempo del sistema (ver tabla 9.8). El primero conduce a un valor de 12.5 min., con una banda de 11 a 15 min., y el segundo estima un valor de 15 min., con una banda de 12 a 19 min.
- * También ambos reproducen adecuadamente la función de transferencia empírica (ver fig. 9.9a).
- * El test de coherencia múltiple nula (fig. 9.9c) aplicado a los residuos de los modelos M020010 y M021110, no detecta correlación entre éstos y la entradas del sistema en la zona de bajas frecuencias. A medias y altas frecuencias aparecen picos ocasionales de correlación. Aunque muestran un comportamiento muy similar, parece que el modelo de simulación (M020010) resulta más eficaz que el de predicción (M021110) en esta ocasión.
- * Esta vez no parece que el problema de no estacionariedad del término de perturbaciones sea grave.

Modelo	Ganancia	Banda +	Banda -	Tao1	Tao1 +	Tao1 -
M120000	0.007892	0.008397	0.007386	13.72	17.46	11.20
M121000	0.007942	0.008392	0.007492	16.96	21.64	13.85
M122000	0.007933	0.008387	0.007479	16.79	21.56	13.65
M020010	0.007754	0.007909	0.007600	12.50	15.04	10.64
M021110	0.007862	0.008502	0.007222	14.80	19.17	11.94

Tabla 9.8. Experimento 08/05. Valores de ganancia estática y del primer tiempo característico de respuesta (min.) estimados a partir de los modelos ajustados.

Para terminar, proponemos al lector la observación de la figura 9.10, donde se han representado las medidas de temperatura del aire interior del invernadero (intervalo de muestreo = 3 min.) junto a las simulaciones provenientes de M021110.

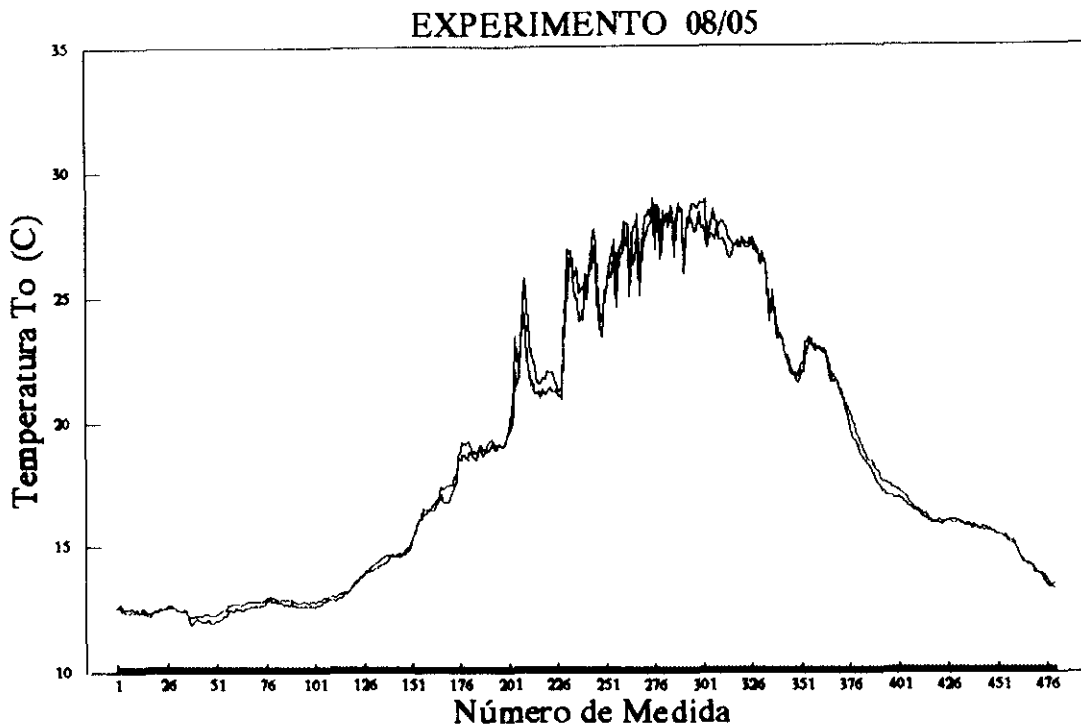


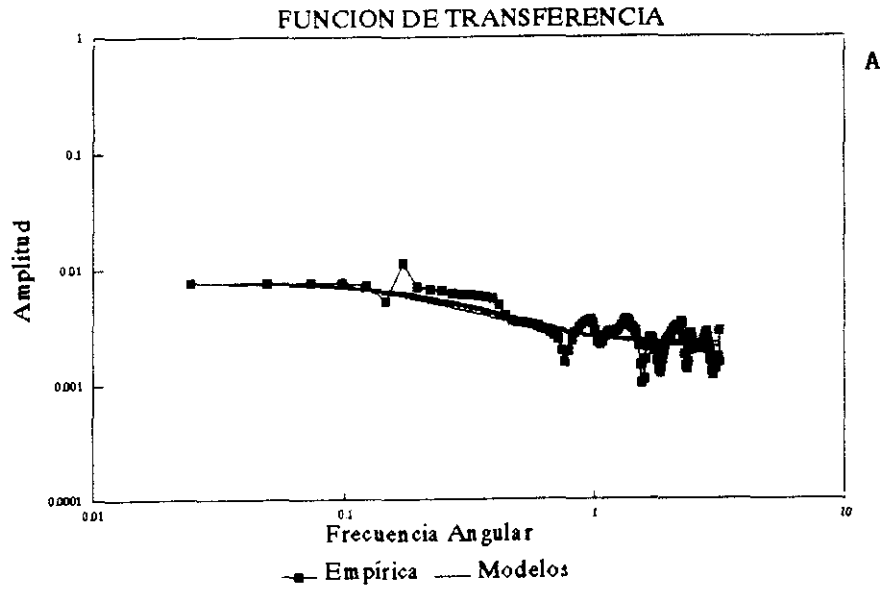
Fig. 9.10. Experimento 08/05. Medidas y simulaciones de la evolución térmica del aire del invernadero.

9.2.3. Resumen y Conclusiones.

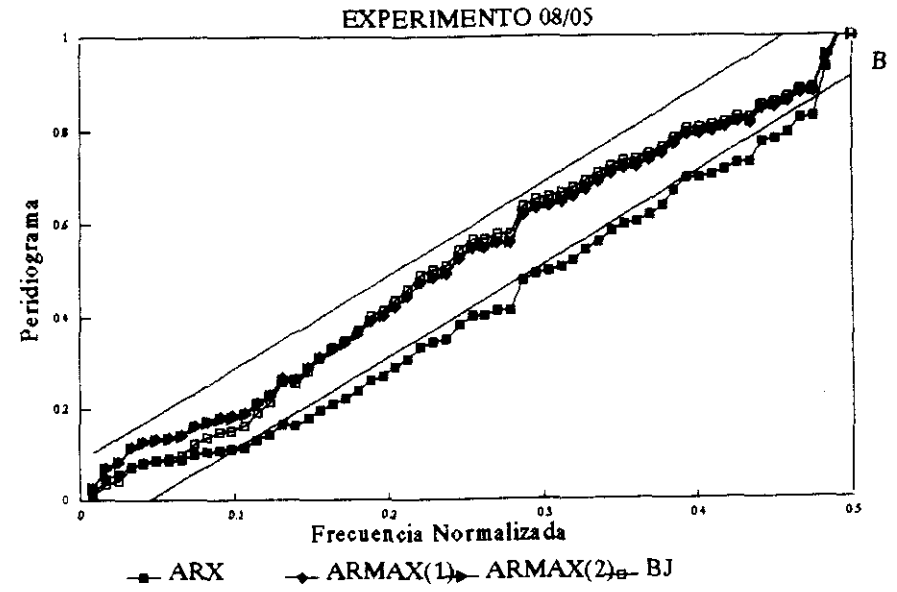
Del análisis realizado sobre los datos de los experimentos 03/05 y 08/05 concluimos que:

- 1) En ninguno de los dos experimentos se observan las no linealidades presentes en el sistema. Este puede ser considerado como un sistema lineal e invariable respecto al tiempo.
- 2) Como en ocasiones anteriores, la información dinámica contenida en estos experimentos se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro.
- 3) En ambos experimentos, el parámetro estático del sistema, que representa la eficacia del sistema como transformador de la energía solar en energía térmica útil, adopta valores en el entorno de $0.0078 \text{ C.W}^{-1}.\text{m}^2$.
- 4) Al fallar la medida del caudal másico de aire y al ser la temperatura del aire de entrada al invernadero igual a la del aire ambiente exterior, no fue posible identificar por separado los parámetros de eficacia óptica y de coeficiente global de pérdidas térmicas característicos de un colector solar.
- 5) El sistema no posee gran inercia térmica. Su primer tiempo característico de respuesta ronda los 10-15 min.
- 6) El modelo de sistema propuesto reproduce adecuadamente la realidad observada en el transcurso de estos experimentos.
- 7) Son los modelos de simulación los que procuran valores de los parámetros característicos, estáticos y dinámicos, más próximos a los estimados por métodos no paramétricos.
- 8) Los mejores modelos de predicción, buenos también para la simulación y para la caracterización, son los de tipo Box-Jenkins (BJ), que independizan por completo la representación del sistema de la representación del término de perturbaciones.
- 9) La no estacionariedad (en sentido estadístico) del término de perturbaciones, especialmente acusada en el experimento 03/05, lleva aparejado un cierto sesgo en la estimación de los parámetros dinámicos del sistema a partir de los parámetros matemáticos de los modelos de predicción.

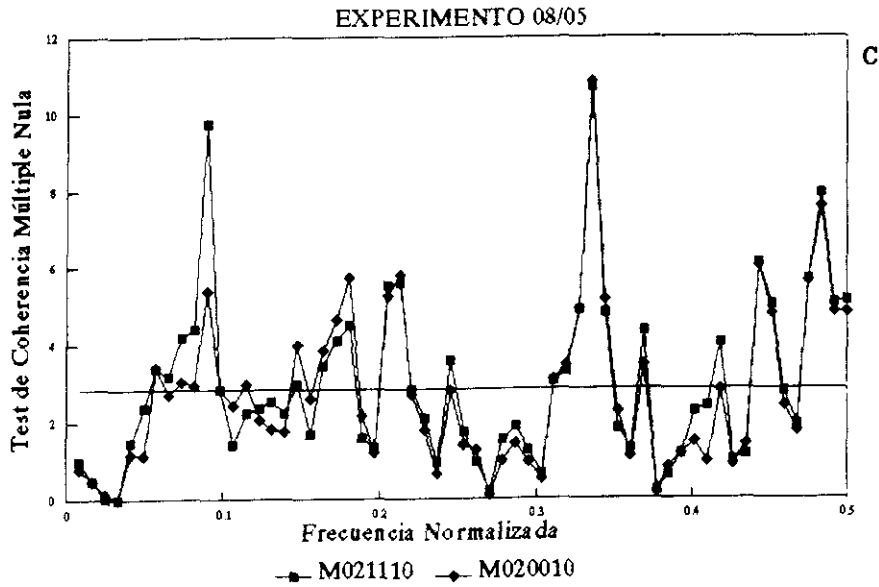
Fig. 9.9.- Experimento 08/05. Modelos de predicción y de simulación ajustados. Análisis de residuos y de errores de simulación. (I = irradiancia solar; V = velocidad del viento exterior.



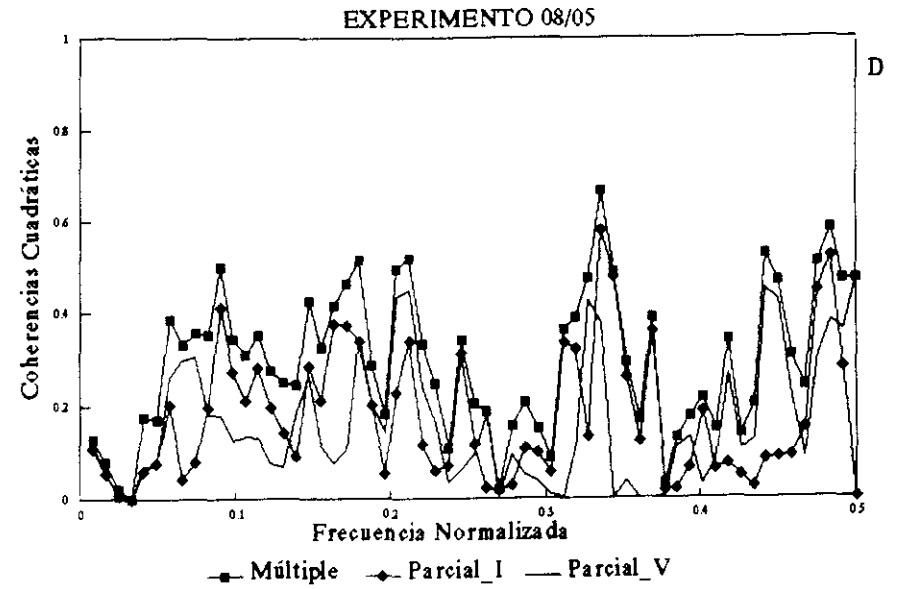
A



B



C



D

10) Los experimentos no contienen información suficiente para identificar modelos de sistema de orden superior a 1. Un único tiempo característico de respuesta parece dar cuenta suficiente del efecto de la inercia sobre la evolución térmica de la atmósfera del invernadero.

9.3. EL INVERNADERO CON VEGETACION Y CIRCULACION FORZADA DE AIRE.

Los denominados experimentos del grupo 3 (10/06, 27/06, 29/06 y 06/08) en el capítulo 7, se realizaron con ventilación forzada de aire y con el cultivo de tomate plenamente desarrollado. En todos los casos el aire de entrada se tomaba del ambiente y se introducía, sin acondicionamiento previo alguno, al invernadero. La temperatura y humedad específica del aire del ambiente exterior son también la temperatura y humedad específica del aire de entrada al invernadero.

De los cuatro experimentos mencionados describimos a continuación los análisis realizados sobre tres de ellos. Hemos suprimido el análisis concerniente al experimento 27/06 por ser, en todos sus términos, análogo al experimento 29/06.

9.3.1. Descripción general.

La descripción general de los experimentos 10/06, 29/06 y 06/08 la realizaremos sobre las gráficas contenidas en la figura 9.11 ³.

El primero de ellos (fig. 9.11a) incluye los valores de irradiancia solar global registrados en el transcurso de los experimentos. En los tres casos podemos calificar de alto nivel de radiación (máximos por encima de 900 W/m²) y de claros los días en que se llevaron a cabo (perfiles regulares de radiación solar). Sólo durante el experimento 29/06 se observa una caída drástica del nivel de radiación, coincidente en el tiempo con el desarrollo de una tormenta de verano.

En la figura 9.11b hemos representado frente al tiempo los valores de salto térmico ($T_o - T_{in}$ = temperatura del aire interior - temperatura del aire exterior) y de salto de humedad específica ($q_o - q_{in}$ = humedad específica del aire interior - humedad específica del aire exterior) observados en el transcurso de los tres experimentos.

La fluctuación día/noche que experimenta el salto térmico durante el experimento 10/06 es de 10 C, mientras que en los otros días no llega a ser de 5 C. Esta diferencia de comportamiento se debe al hecho de que el caudal másico de aire fué mucho menor en el experimento 10/06.

En cuanto a la variable ($q_o - q_{in}$), registramos fluctuaciones algo superiores a los 10 gr/kg, durante 10/06, y algo inferiores a este valor en el transcurso de los otros dos experimentos.

En la figura 9.11c se han representado frente al tiempo las variables

$$\frac{Q_s}{Q_{tot}} = \frac{c_p (T_o - T_{in})}{c_p (T_o - T_{in}) + \lambda (q_o - q_{in})} ; \quad \frac{Q_l}{Q_{tot}} = \frac{\lambda (q_o - q_{in})}{c_p (T_o - T_{in}) + \lambda (q_o - q_{in})} \quad (9.9)$$

que tratan de dar una idea aproximada de la proporción de calor sensible (Q_s/Q_{tot}) y de calor de cambio de fase (Q_l/Q_{tot}), frente al total de energía producido por el invernadero.

³ Las observaciones contenidas en estas gráficas corresponden a un intervalo temporal de muestreo (con promedios en el mismo) de 45 min.

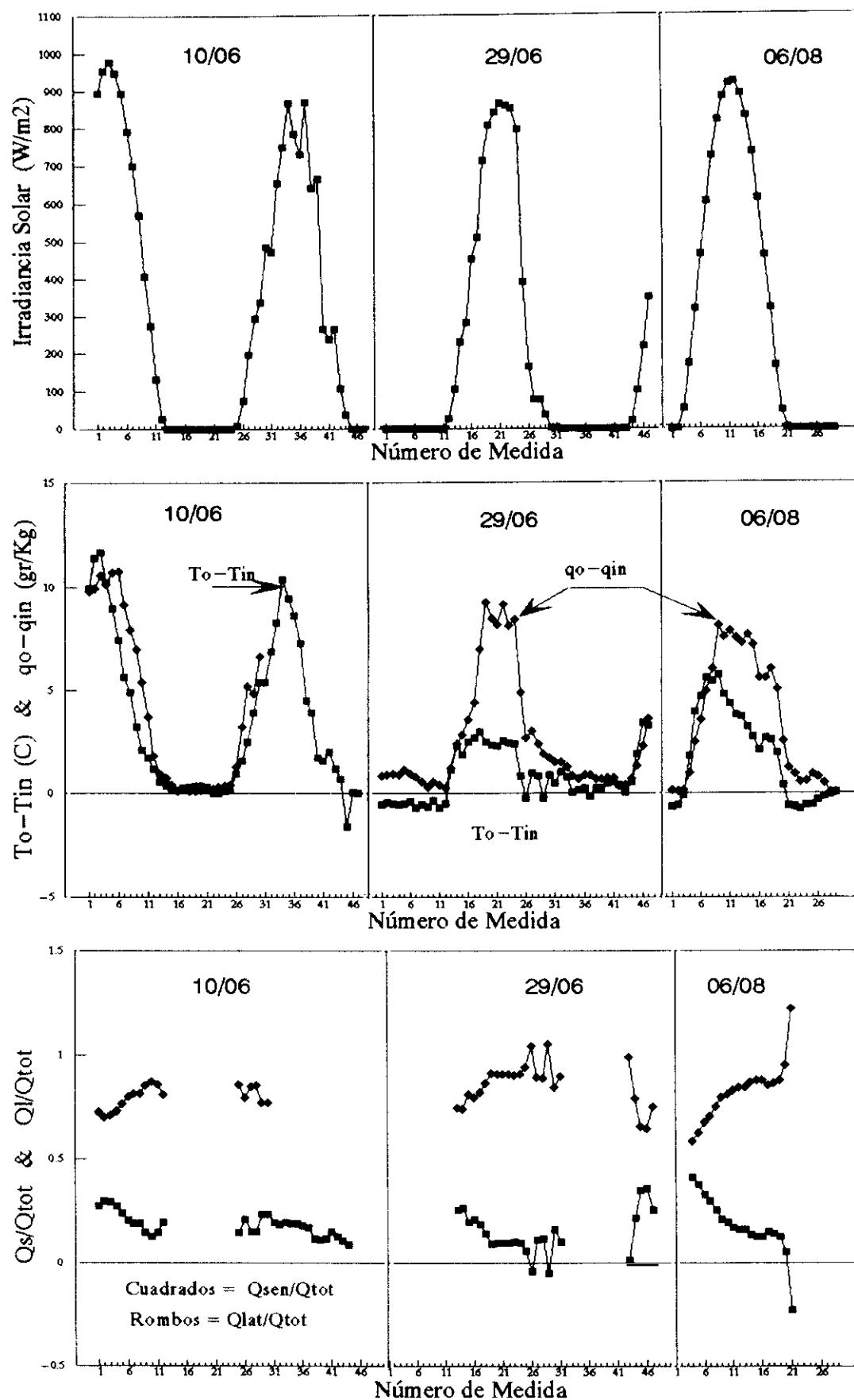


Fig. 9.11.- Condiciones de operación del invernadero en el transcurso de los experimentos 10/06, 29/06 y 06/08.

En los tres casos, los fenómenos de cambio de fase se revelan como auténticos factores del microclima del invernadero. La variable Q_1/Q_{tot} adopta siempre valores superiores a 0.6, llegando en ocasiones a situarse por encima de 1 (enfriamiento evaporativo del sistema).

Tanto en el experimento 29/06 como en el 06/08, se observa una tendencia al alza de esta variable a medida que avanza el día: Este efecto es mucho más pronunciado en el experimento 06/08 que en el experimento 29/06.

Finalmente, remitimos al lector a las figuras 7.11, 7.13 y 7.14, para hacerle notar que:

* Tanto en el experimento 29/06 como en el experimento 06/08, la humedad específica del aire exterior permaneció prácticamente constante en el entorno de 10 gr/kg. En cambio, durante el experimento 10/06 tomó valores de 5 a 7 g/kg.

* Fueron días frescos los del experimento 10/06. La temperatura ambiente exterior osciló entre 10 y 27 C. Durante el experimento 06/08, alcanzó valores mínimos de 17 C y máximos de 27-28 C. A lo largo del experimento 29/06, se observaron máximos de 34 C y mínimos de 18 C.

* En cuanto a las condiciones del aire interior, nos encontramos con valores máximos y mínimos de:

Experimento	Temperatura (C) máximo	Temperatura (C) mínimo	Humedad (g/kg) máximo	Humedad (g/kg) mínimo
10/06	30	10	16	7
29/06	37	18	20	11
06/08	27	15	18	10

9.3.2. Análisis del régimen deslizante de funcionamiento.

De acuerdo con lo visto en el capítulo 5, al considerar como salidas del sistema el salto térmico ($T_o - T_{in}$) y el salto de humedad específica ($q_o - q_{in}$), las solicitaciones a tener en cuenta son :

I_g	...	irradiancia solar
D_{in}	...	deficit hídrico del aire a la entrada del invernadero.
$T_{in} - T_{\infty}$...	Diferencia de temperatura entre la masa de aire que entra al invernadero y el ambiente exterior (nula en nuestros experimentos).

El procedimiento seguido para el análisis del régimen deslizante de funcionamiento del invernadero fué análogo al seguido en ocasiones anteriores:

1ª.- Se procedió a modificar el período de observación promediando las medidas en intervalos de tiempo cada vez mayores (de 5 min. a 60 min.) hasta conseguir garantía de haber eliminado cualquier fenómeno de inercia. Esto ocurrió para intervalos de tiempo de promediado de aprox. = 45 min.

2ª.- Sobre los datos promediados se procedió a ajustar distintos modelos de regresión:

Designación	Carácter	Modelo
ML	Lineal	$y(t) = a I_g(t) + c D_{in}(t) + f$
MNL-1	No lineal	$y(t) = a I_g(t) + b I_g^2(t) + c D_{in}(t) + f$
MNL-2	No lineal	$y(t) = a I_g(t) + b I_g^2(t) + c D_{in}(t) + d D_{in}^2(t) + f$
MNL-3	No lineal	$y(t) = a I_g(t) + b I_g^2(t) + c D_{in}(t) + d D_{in}^2(t) + e I_g(t)D_{in}(t) + f$
$y(t) = (T_o - T_{in})$ ó $(q_o - q_{in})$; a, b, c, d, e, f = constantes		

Los resultados obtenidos aparecen contenidos en las tablas 9.9 y 9.10 y en las figuras 9.12 y 9.13.

Del examen de la tabla 9.9, donde se han incluido los resultados de los ajustes sobre $(T_o - T_{in})$, se concluye que:

- * Durante el experimento 10/06 apenas se dejaron sentir las no linealidades presentes.
- * Durante el experimento 29/06, el paso del modelo lineal, ML, al modelo no lineal MNL-1 implica un aumento apreciable del coeficiente de correlación del ajuste y una disminución notable de la desviación típica.
- * Es en el experimento 06/08 donde las no linealidades presentes se observan con mayor claridad. El paso del modelo ML al ML-3 supone una reducción drástica de la desviación típica e implica un aumento sustancial del coeficiente de correlación del ajuste.

La tabla 9.10 contiene los resultados de los ajustes realizados sobre $(q_o - q_{in})$. De su examen se concluye que la evolución temporal del salto de humedad específica podría ser representado adecuadamente mediante modelos de tipo lineal. Los modelos designados como ML conducen, en todos los casos, a coeficientes de correlación superiores a 0.96 y a desviaciones típicas en el entorno de 0.5 g/kg.

A las conclusiones arriba expresadas también llegaríamos observando las figuras 9.12 y 9.13. Las figuras 9.12b, 9.12c y 9.13b contienen los valores medidos de $(q_o - q_{in})$ junto a los simulados mediante los modelos ajustados. De la observación de estas figuras se deduce que la complejidad que introducen los modelos no lineales no se traduce en una mejora apreciable de la calidad de las simulaciones. En lo que respecta al salto de humedad específica, el invernadero se comporta como un sistema lineal e invariable respecto al tiempo.

Las figuras 9.12a, 9.12b y 9.13a incluyen las medidas de salto térmico realizadas y los valores de esta variable simulados a partir de los modelos ajustados. De su observación se extraen las mismas conclusiones que extrajimos del examen de la tabla 9.9. Las no linealidades presentes en los fenómenos que contribuyen a determinar la evolución de $(T_o - T_{in})$, sólo se ponen de manifiesto en el transcurso de los experimentos 29/06 y 06/08.

9.3.3. Significado de los parámetros estáticos del sistema.

Vimos en 5.4.4 que el régimen deslizante de evolución del estado higrotérmico del aire viene dado por (ec. 5.33):

$$\begin{bmatrix} T_o(t) - T_{IN} \\ D_o(t) - D_{IN} \end{bmatrix} = F3 \left\{ \begin{bmatrix} F' & \tau\alpha \\ F'_m & \tau\alpha \end{bmatrix} I_g - \begin{bmatrix} F' U_T & F' U_v \\ F'_m U_T & -F'_m U_{vm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \right\} \quad (9.10)$$

Experimento 06/08, variable: To – Tin							
a	b	c	d	e	f	r ²	std
0.017067 (0.000825)	-0.35 E-5 (0.22E-5)	-0.2802 (0.2174)	0.023021 (0.15768)	-0.00083 (0.000185)	0.28769	0.982	0.338
0.017067 (0.001104)	-1.3E-05 (0.126E-5)	0.568988 (0.142435)	-0.04219 (0.008096)		-2.04995	0.966	0.452
0.014834 (0.001443)	-9.9E-06 (0.162E-5)	-0.16113 (0.03682)			0.5653	0.928	0.647
0.006376 (0.000619)		-0.14033 (0.056704)			0.8674	0.8211	1.001

Experimento 29/06, variable: To – Tin							
a	b	c	d	e	f	r ²	std
0.011007 (0.001074)	-0.94 E-5 (0.275E-5)	-0.11095 (0.063363)	-0.00107 (0.003746)	0.000101 (0.000160)	0.774	0.887	0.449
0.011318 (0.000947)	-0.78 E-5 (0.114E-5)	-0.14074 (0.041766)	0.001046 (0.001620)		0.8572	0.886	0.445
0.011282 (0.000939)	-7.7E-06 (0.113E-5)	-0.11583 (0.01595)			0.7488	0.885	0.442
0.005276 (0.000485)		-0.12062 (0.022787)			0.98571	0.756	0.633

Experimento 10/08, variable: To – Tin							
a	b	c	d	e	f	r ²	std
0.010756 (0.001712)	-0.39 E-5 (0.142E-5)	0.113615 (0.12872)	-0.00749 (0.008257)	-0.00036 (0.000141)	-0.1442	0.97	0.693
0.007934 (0.00139)	3.0E-06 (0.147E-5)	0.25524 (0.12351)	-0.0203 (0.00697)		-0.3353	0.966	0.737
0.008004 (0.00150)	3.5E-06 (0.159E-5)	-0.092 (0.0345)			0.6556	0.956	0.799
0.011163 (0.0004)		-0.12306 (0.033163)			0.6544	0.954	0.83

Tabla 9.9.- Análisis deslizante de evolución del salto térmico (To-Tin).

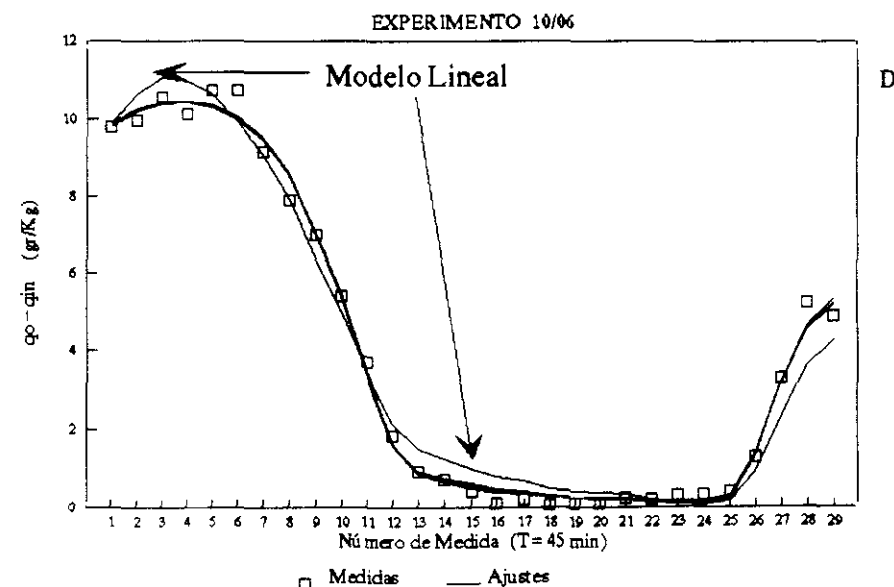
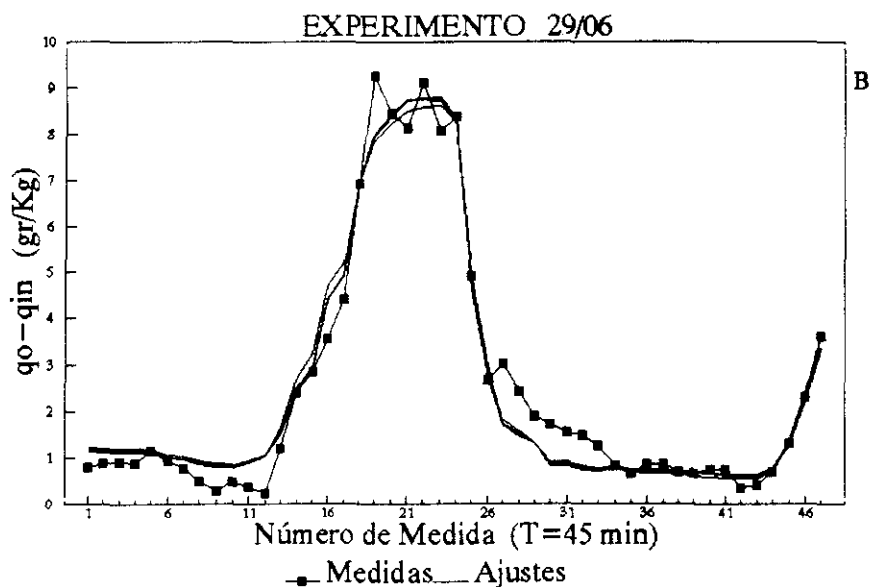
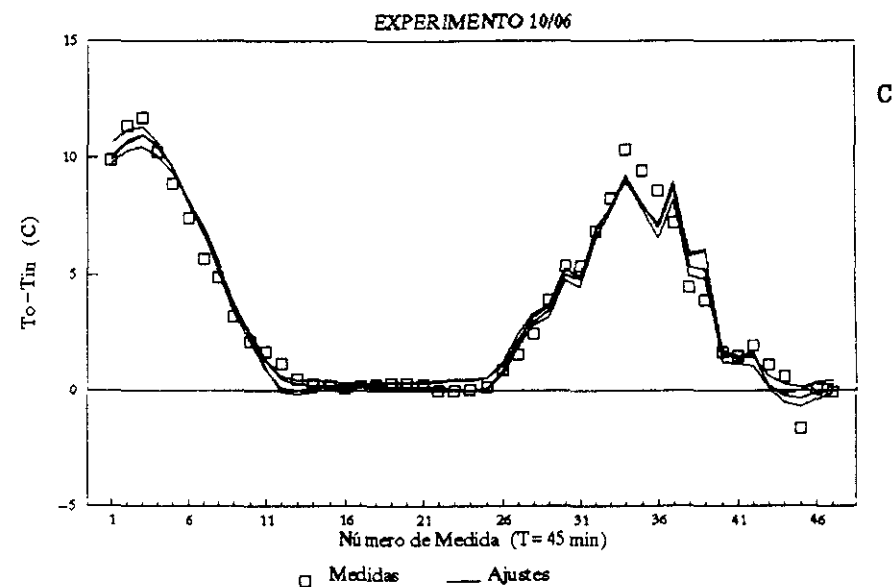
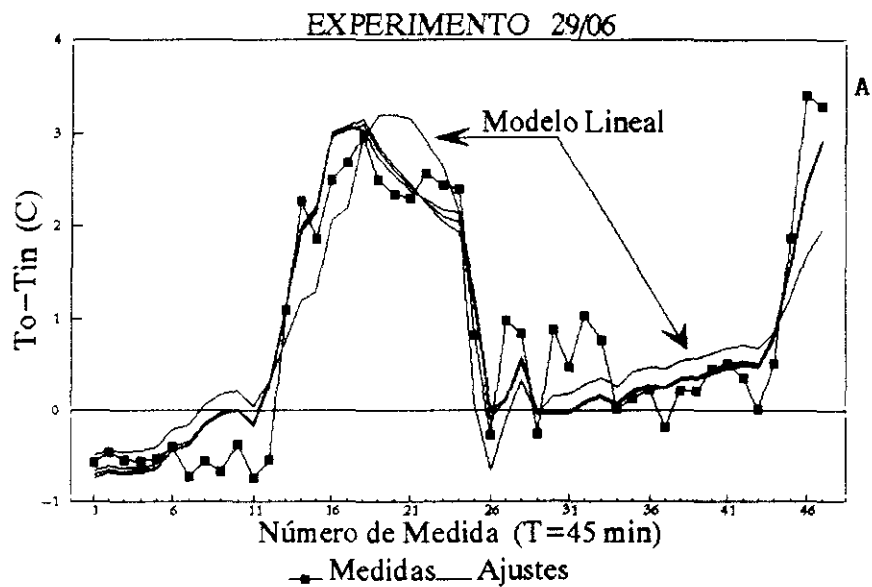
Experimento 06/08, variable: $q_o - q_{in}$							
a	b	c	d	e	f	r^2	std
0.009737 (0.001267)	$5.3E-06$ ($3.48E-6$)	-0.29739 (0.33852)	0.046526 (0.024212)	-0.00083 ($0.285e-3$)	0.41154	0.976	0.519
0.009851 (0.001449)	$-3.9E-06$ ($0.163E-5$)	0.548556 (0.1869)	-0.01844 (0.1062)		-1.9172	0.967	0.594
0.008825 (0.00137)	$-2.6E-06$ ($1.548E-6$)	0.229461 (0.0351)			-0.77417	0.963	0.617
0.006583 (0.000395)		0.234972 (0.036193)			-0.69411	0.96	0.639

Experimento 29/06, variable: $q_o - q_{in}$							
a	b	c	d	e	f	r^2	std
0.006364 (0.001224)	$3.8E-06$ ($3.139E-6$)	0.038707 (0.07222)	0.001572 (0.00427)	$-8.7E-05$ ($0.138e-3$)	0.5264	0.968	0.511
0.006098 (0.001077)	$2.4E-06$ ($1.302E-6$)	0.064241 (0.04706)	-0.00024 (0.001843)		0.45515	0.968	0.507
0.006107 (0.001063)	$2.4E-06$ ($1.273E-6$)	0.058416 (0.018055)			0.4805	0.968	0.5
0.007994 (0.000395)		0.05992 (0.01856)			0.406	0.965	0.51

Experimento 10/08, variable: $q_o - q_{in}$							
a	b	c	d	e	f	r^2	std
0.016422 (0.001212)	$-5.8E-06$ ($1.220E-6$)	-0.01835 (0.152217)	0.017589 (0.014815)	-0.00017 ($0.194e-3$)	0.1481	0.995	0.32
0.015722 (0.000921)	$-6.5E-06$ ($8.906E-7$)	0.084327 (0.09926)	0.00633 (0.00773)		-0.0233	0.994	0.32
0.015926 (0.000881)	$-6.7E-06$ ($8.486E-7$)	0.16218 (0.028017)			-0.2019	0.994	0.32
0.009201 (0.000431)		0.266956 (0.045331)			-0.3286	0.981	0.59

Tabla 9.10.- Análisis del régimen deslizando de evolución del salto de humedad específica ($q_o - q_{in}$)

Fig. 9.12.- Análisis del régimen deslizante de evolución del salto térmico (To-Tin) y del salto de humedad específica (qo-qin). Experimentos 29/06 y 10/06.



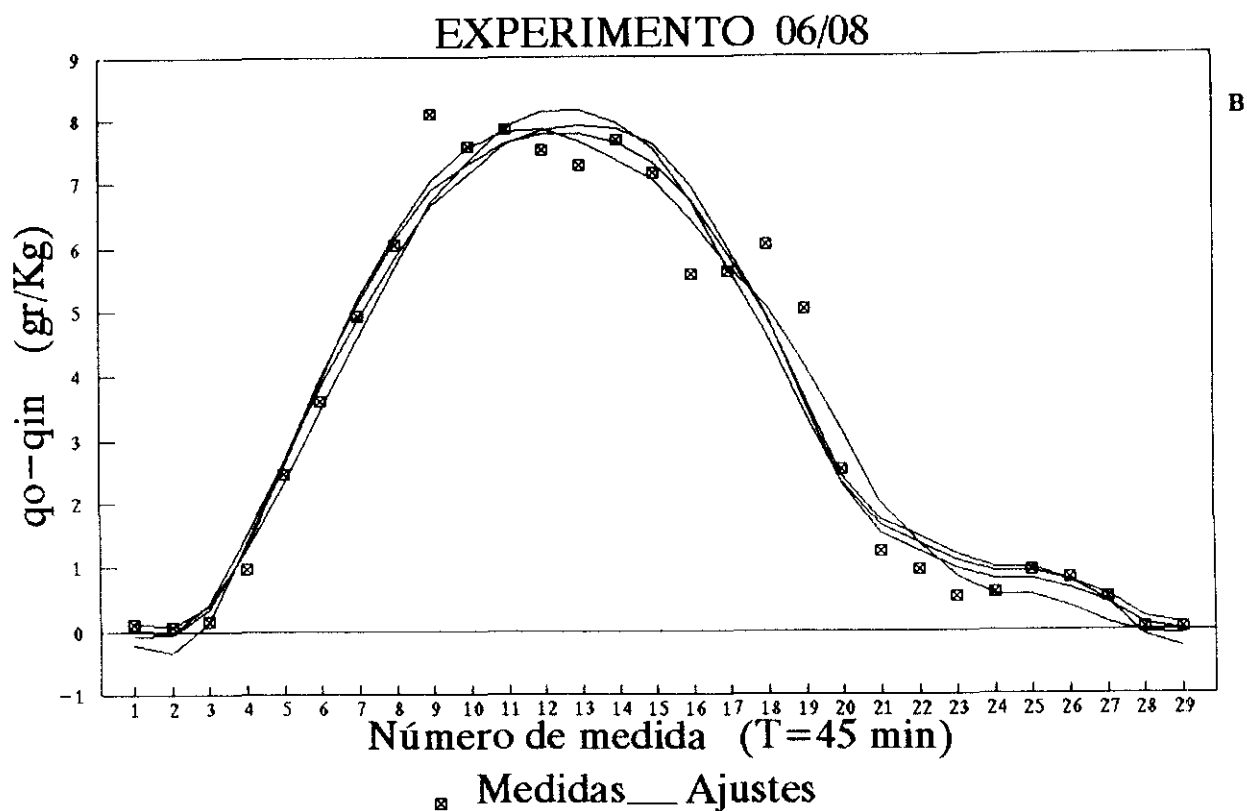
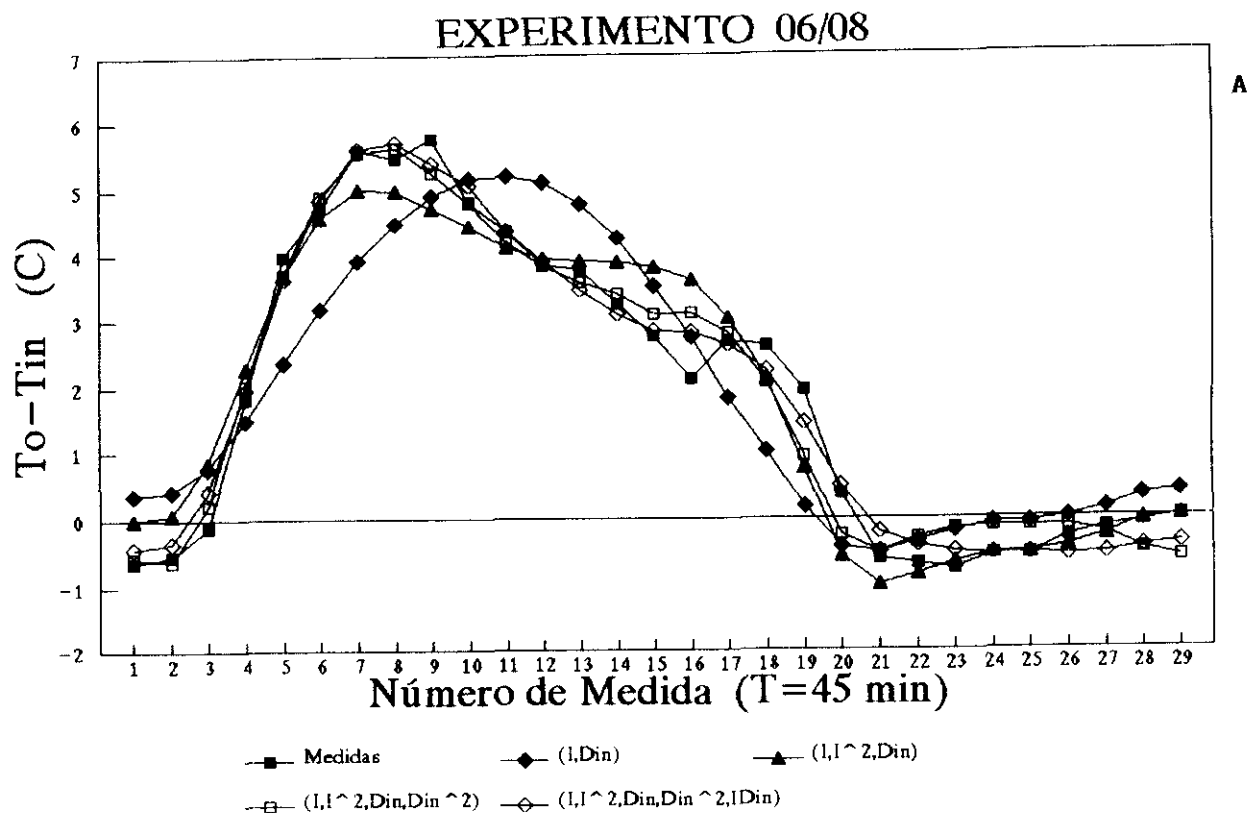


Fig. 9.13.— Análisis deslíznte de evolución del salto térmico ($T_o - T_{in}$) y del salto de humedad específica ($q_o - q_{in}$). Experimento 06/08.

y, en forma más condensada, por (5.46):

$$\begin{bmatrix} T_o(t) - T_{IN} \\ D_o(t) - D_{IN} \end{bmatrix} = S(T_o) \begin{bmatrix} I_g \\ T_{IN} - T_\infty \\ D_{IN} \end{bmatrix} \quad (9.11)$$

A los coeficientes de la matriz S se les designó como:

- a) s_{11}, s_{21} : Coeficientes de eficacia de la radiación solar para la producción de calor útil sensible y de cambio de fase, respectivamente.
- b) s_{12}, s_{22} : Coeficientes globales de pérdidas térmicas asociados a los procesos de producción de calor sensible y de calor de cambio de fase, respectivamente.
- c) s_{13} : Coeficiente global de pérdidas por evaporación.
- d) s_{23} : Coeficiente aerodinámico de evaporación. Se le ha dado este nombre aunque realmente engloba dos coeficientes: uno de significado análogo a s_{13} (global de pérdidas) y otro propiamente aerodinámico de evaporación.

Siendo $T_{in} = T_\infty$ en nuestros experimentos, de ellos no podremos extraer información alguna relativa a los coeficientes globales de pérdidas térmicas (s_{12} y s_{22}).

En el caso de que las no linealidades presentes se manifiesten, decidimos (ver 6.2.3) utilizar el método de expansión polinómica de las entradas para representar el régimen deslizante de evolución del vector de observaciones. En estos casos, la ecuación (9.10) adopta la forma⁴:

$$y(t) \approx J u(t) + u^T(t) H u(t)$$

con:

$$y(t) = (T_o - T_{in}) - \overline{(T_o - T_{in})} \quad \text{ó} \quad y(t) = (q_o - q_{in}) - \overline{(q_o - q_{in})}; \quad (9.12)$$

$$u(t) = [I_g (T_{in} - T_\infty) \quad D_{in}]^T - [\overline{I_g} \quad \overline{T_{in} - T_\infty} \quad \overline{D_{in}}]$$

\bar{x} = valores de las variables que definen el punto de operación del sistema

J = Matriz de Jacobi H = Hessiano ($x1/2$)

Los elementos de la matriz J son una medida de la sensibilidad de las variables de salida (salto térmico o de humedad específica) a las variaciones de las solicitaciones ($I_g, T_{in} - T_\infty, D_{in}$). Coinciden con los valores de los coeficientes de la matriz S calculados en el punto de operación del sistema.

La matriz H es una medida de la curvatura de la superficie {salidas, entradas} en el punto de operación del sistema. Da una idea de la sensibilidad de los parámetros de la matriz S a las variaciones de las solicitaciones. Comparando (9.10) con (9.12), vemos que S y u(t) vienen relacionados por medio de:

$$S = J + u^T(t) H \quad (9.13)$$

Llegado este punto, pasamos al análisis de los valores de parámetros estáticos estimados en 9.3.2. Para ello

⁴ Expansión polinómica de segundo grado.

estableceremos un análisis comparativo (entre experimentos) de los valores medios de los coeficientes de la matriz S^5 .

Eficacia del sistema para transformar la energía solar en energía interna o en energía de cambio de fase (coeficientes a_T y a_q):

En primer lugar llamaremos la atención sobre el hecho de que la suma de los coeficientes a_T y a_q (eficacia del sistema como transformador de la energía solar en energía interna y de cambio de fase) toma valores de 0.01296, 0.0132 y 0.0203, respectivamente, en los experimentos 06/08, 29/06 y 10/06. Mientras que en los dos primeros experimentos el sistema se muestra igualmente eficaz como transformador de la energía solar, vemos que su eficacia aumenta en el tercer experimento. Esto se debe a que durante el experimento 10/06 se estableció un caudal másico de aire a través del invernadero inferior al establecido durante los otros dos experimentos.

Aunque igualmente eficaz en términos globales, el sistema se comporta como mejor transformador de la energía solar en energía de cambio de fase durante el experimento 29/06. El coeficiente a_q toma un valor de 0.007994, mientras que en el experimento 06/08 sólo llega 0.00637. Esta diferencia de comportamiento es atribuible al envejecimiento del cultivo. En julio el cultivo era más joven y por tanto más activo, lo que implica mayor transpiración a iguales factores ambientales.

Pérdidas térmicas por evaporación (coeficiente c_T):

En su momento vimos que:

- 1) este coeficiente recoge en gran medida el efecto del término aerodinámico del flujo de transpiración sobre la temperatura de la superficie de las hojas (capítulo 5).
- 2) el coeficiente aerodinámico del flujo de transpiración muestra una acusada sensibilidad a las variaciones de la temperatura de las hojas (ver 3.4.2).
- 3) la resistencia interna del cultivo al paso del vapor de agua muestra una dependencia de tipo parabólico con la temperatura de las hojas, con un mínimo absoluto en el entorno de los 24 °C⁶.

Así pues, es de esperar que el coeficiente c_T muestre una cierta dependencia con el estado térmico de la atmósfera del invernadero. De ahí que nos encontremos con valores de c_T de -0.12 en los experimentos 29/06 y 10/08 y de -0.14 en el experimento 06/08, donde se observó un nivel térmico más bajo (15-27 °C).

Coefficiente evaporativo (c_q):

El análisis de este coeficiente es más complicado. En 5.5.1 advertimos que recoge dos efectos:

- a) el de la transpiración sobre el propio flujo de transpiración por enfriamiento de las hojas;
- b) el puramente aerodinámico.

Recuérdese que el flujo de transpiración se representa como:

⁵ Nos referiremos, por tanto, a los coeficientes que resultan del ajuste al modelo lineal (ML). Designaremos mediante a_T y c_T a los coeficientes del ajuste sobre $(T_o - T_{in})$, y como a_q y c_q a los coeficientes del ajuste sobre $(q_o - q_{in})$.

⁶ Este valor es el suministrado por (Stanghellini, 1987) para plantas de tomate.

$$\Phi_{\text{TRANS}} = h \delta (T - T_o) + h (\hat{\theta}_o - \theta_o) \quad (9.14)$$

siendo el primer sumando una componente de origen térmico y el segundo un término de naturaleza aerodinámica.

El coeficiente c_q podría desglosarse en la suma de otros dos coeficientes. Uno negativo, c_{q1} , que recoge el efecto de la transpiración sobre la temperatura de las hojas (de significado análogo a c_T); y otro positivo, c_{q2} , que recoge el efecto directo (aerodinámico) de la transpiración sobre la humedad específica del aire del invernadero.

Al comparar los valores de c_q obtenidos en los experimentos 10/06 y 06/08, nos encontramos con una ligera diferencia entre los mismos, originada por la diferencia existente entre los caudales de aire (ventilación forzada) utilizados en uno y otro. El experimento 10/06, con un menor flujo másico de aire, conduce a un valor algo superior de c_q .

Sin embargo, las diferencias entre los valores de este coeficiente asociados a los experimentos 06/08 y 29/06, realizados con similares caudales másicos de aire, resultan sorprendentes. En el primer caso el valor de c_q se sitúa en el entorno de 0.235, mientras que en el segundo toma un valor de 0.06. Sobre las causas de esta diferencia no estamos seguros, aunque probablemente esté originada por efecto de c_{q1} sobre c_q .

Al examinar las condiciones de operación del sistema en ambos experimentos, observamos que la diferencia mayor entre ellos la marca el potencial evaporativo del aire de ventilación. Durante el experimento 29/06 el aire que se introdujo al invernadero estaba mucho más seco que el aire introducido a lo largo del experimento 06/08. Indudablemente, estas condiciones de mayor sequedad favorecían el desarrollo de flujos de transpiración mayores y pudieron ser la causa de un mayor enfriamiento relativo del cultivo. De haber sido así, a igual valor de c_{q2} , es lógico pensar que observaríamos un menor valor de c_q .

9.3.4. Análisis Espectral.

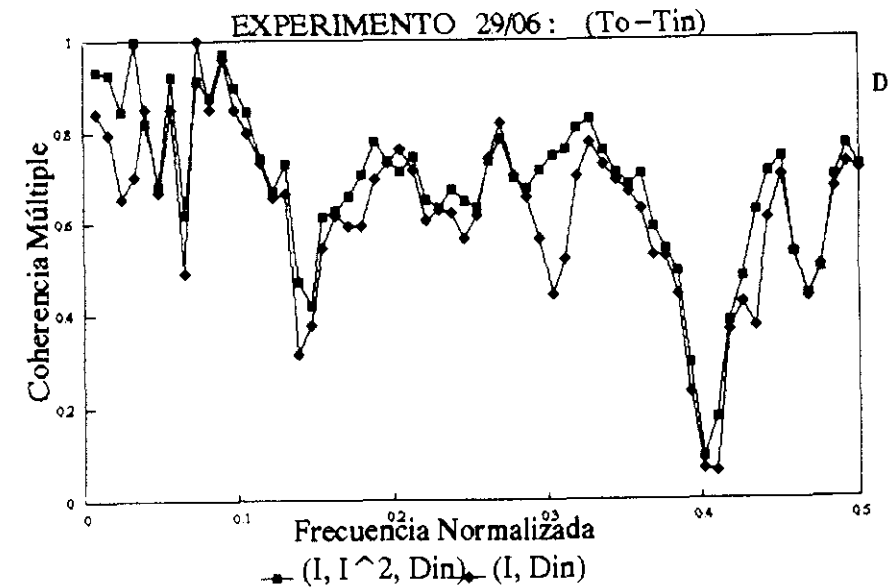
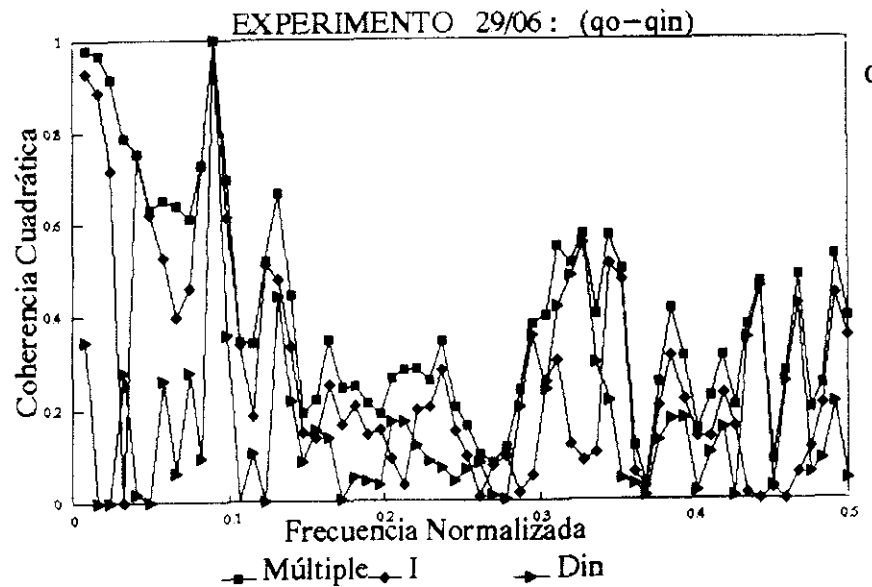
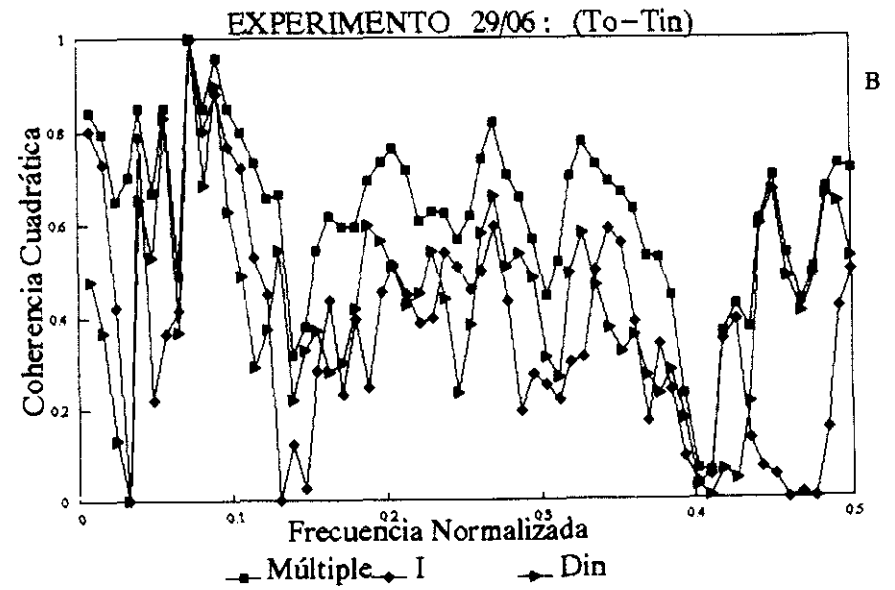
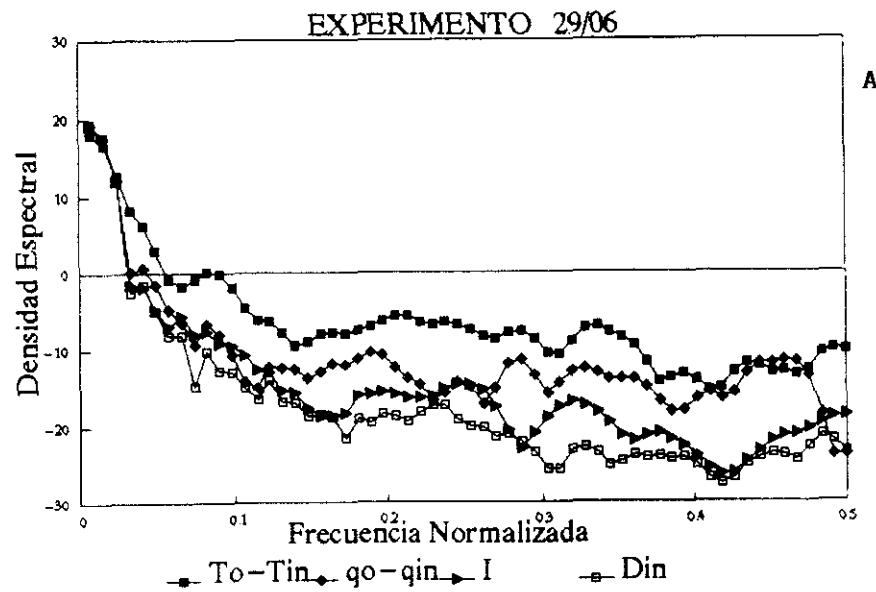
De ahora en adelante, salvo indicación en contra, nos referiremos al experimento 29/06. El análisis espectral y el análisis paramétrico realizado sobre los otros dos experimentos, condujo a resultados similares a los que se expondrán en este apartado y en el siguiente. Por esta razón, decidimos aligerar el texto y describir con detalle sólo los resultados correspondientes a uno de los experimentos.

Como en ocasiones anteriores, al examinar la densidad espectral de las señales puestas en juego (fig. 9.14a), observamos que la mayor parte de la información dinámica contenida en el experimento se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro (frecuencia normalizada < 0.1).

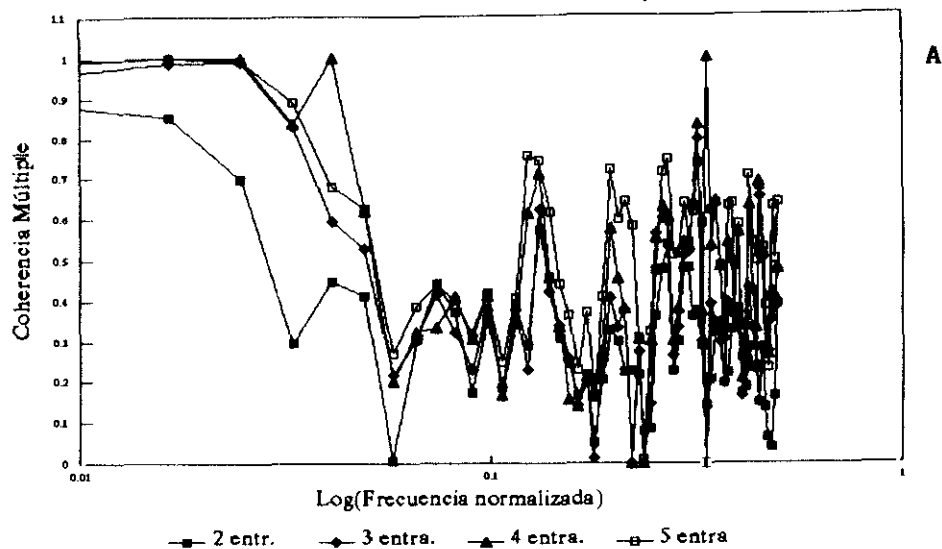
Las coherencias cuadráticas estimadas sobre los procesos multivariados $\{(T_o - T_{in}), I_g, D_{in}\}$ y $\{(q_o - q_{in}), I_g, D_{in}\}$ han sido incluídas en las figuras 9.14b y 9.14c. En ellas se observa que, en la zona del espectro de nuestro interés, se obtienen valores altos (> 0.8) de coherencia cuadrática múltiple. Esto quiere decir que un porcentaje alto de las fluctuaciones observadas en $(T_o - T_{in})$ y en $(q_o - q_{in})$ podrá ser predicho, mediante relaciones lineales de causalidad, a partir de I_g y de D_{in} .

Aunque los valores de coherencia cuadrática múltiple asociados al proceso $\{(T_o - T_{in}), I_g, D_{in}\}$ son relativamente altos, en la zona de bajas frecuencias experimentan un notable aumento cuando consideramos el proceso $\{(T_o - T_{in}), I_g, I_g^2, D_{in}\}$. Este hecho vuelve a poner de manifiesto la necesidad de un modelo no lineal para la representación de la evolución térmica del aire del invernadero.

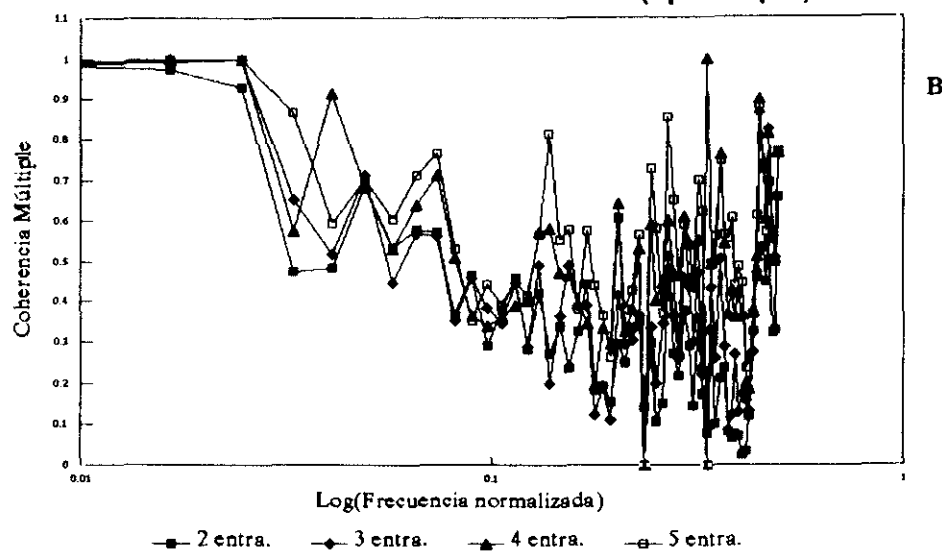
Fig. 9.14.- Análisis espectral. Experimento 29/08. (I = irradiancia solar global; Din = déficit hídrico del aire de entrada).



EXPERIMENTO 06/08: ($T_o - T_{in}$)



EXPERIMENTO 06/08: ($q_o - q_{in}$)



EXPERIMENTO 10/06: ($T_o - T_{in}$)

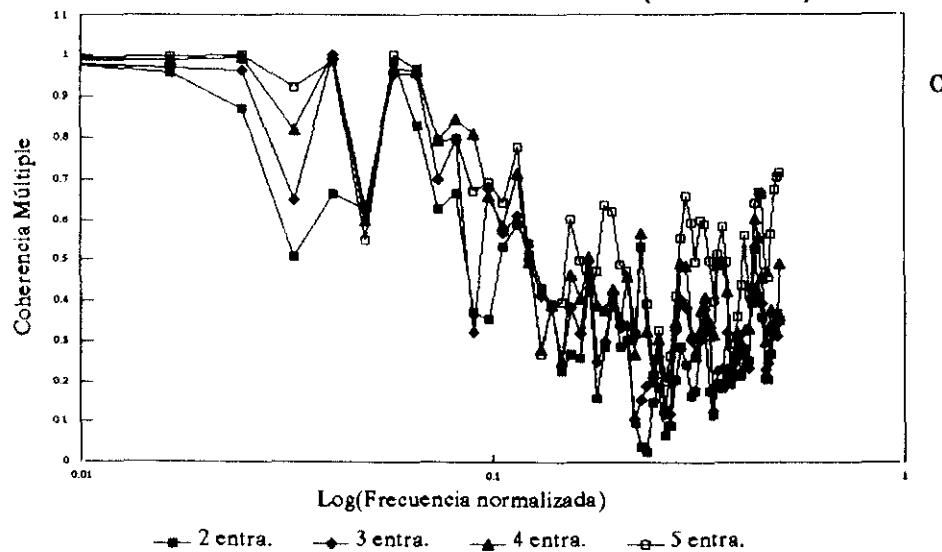


Fig. 9.15.— Efecto de las no linealidades sobre los espectros de coherencia múltiples.

En la figura 9.15 hemos representado la coherencia cuadrática múltiple⁷ asociada a los procesos:

DESIGNACION	PROCESO
(5 entra.)	$\{y, I_g, I_g^2, D_{in}, D_{in}^2, I_g D_{in}\}$
(4 entra.)	$\{y, I_g, I_g^2, D_{in}, D_{in}^2\}$
(3 entra.)	$\{y, I_g, I_g^2, D_{in}\}$
(2 entra.)	$\{y, I_g, D_{in}\}$

$$y(t) = T_o(t) - T_{in}(t) \quad \text{ó} \quad y(t) = q_o(t) - q_{in}(t)$$

correspondientes a los experimentos 06/08 y 10/06. Una vez más, se pone de manifiesto la necesidad de modelos no lineales para la representación de la evolución temporal de $T_o - T_{in}$.

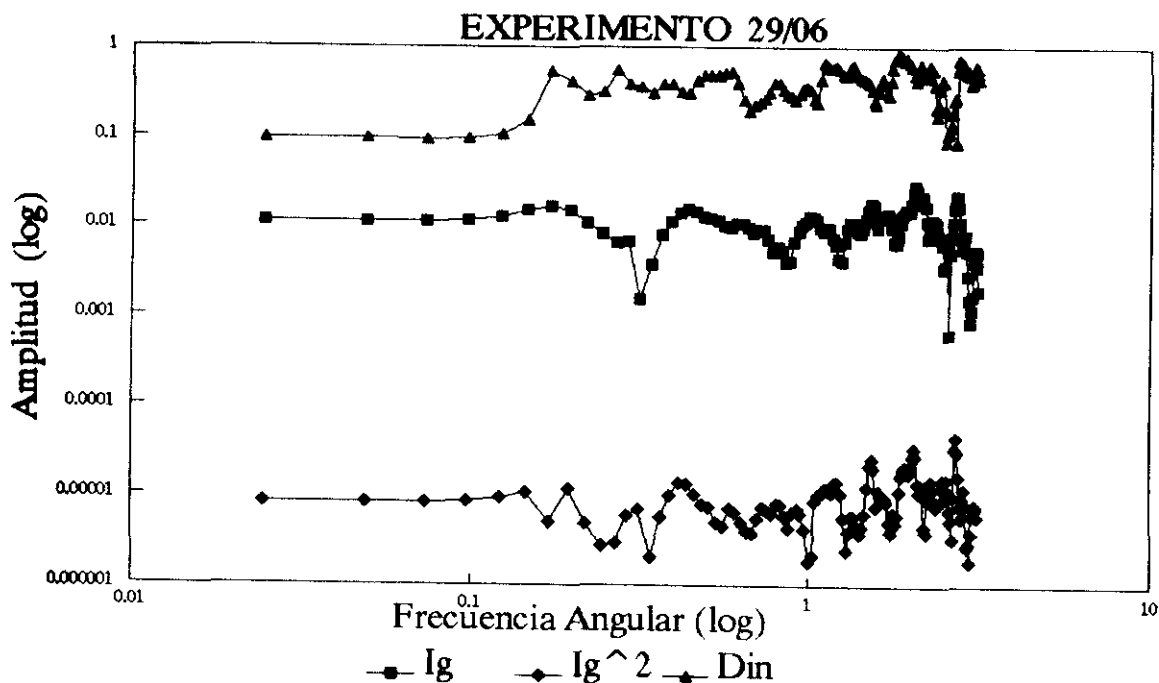


Fig. 9.16. Experimento 29/06. Funciones de transferencia empíricas.

Finalmente, la figura 9.16 contiene las funciones de transferencia empíricas obtenidas para el proceso:

$$\begin{aligned} \text{Salida} &= (T_o - T_{in}) \\ \text{Entradas} &= I_g, I_g^2, D_{in} \end{aligned}$$

⁷ El eje de abscisas contiene los valores del logaritmo decimal de la frecuencia normalizada. Este tipo de representación tiene por objeto clarificar la representación en la zona del espectro de nuestro interés.

correspondiente al experimento 29/06. La característica mas señalada, común a todas ellas, es que denotan provenir de un sistema con inercia prácticamente nula a la hora de transmitir las referidas señales de entrada. Este mismo comportamiento lo exhiben las funciones de transferencia asociadas a la salida (q_o - q_{in}), y se reproduce en los otros experimentos.

9.3.5. Análisis Paramétrico.

Vistas las conclusiones a que nos condujo el análisis de las funciones de transferencia, casi huelga el entrar en este apartado. Debido a que:

- a) el efecto de la inercia térmica del sistema sobre el flujo de transpiración es marginal;
- b) en las condiciones en que se desarrollaron los experimentos 06/08, 10/06 y 29/06, los niveles de transpiración fueron altos.

el invernadero con plantas plenamente desarrolladas y con ventilación forzada de aire apenas posee inercia. Su primer tiempo característico de respuesta queda por debajo del tiempo de muestreo empleado (5 min), siendo, en consecuencia, inidentificable sobre las series de datos recabadas.

Seremos, por tanto, tremendamente escuetos en lo relativo al análisis paramétrico realizado. Procedimos, como en ocasiones anteriores, a ajustar sobre los datos provenientes de experimentos de referencia distintos modelos de predicción y de simulación, todos ellos de orden 1. Los resultados mas sobresalientes con los que nos encontramos, tanto en los modelos de evolución del salto térmico como en los modelos de evolución del salto de humedad específica, son:

- * No es posible identificar los parámetros dinámicos del sistema (primer tiempo característico de respuesta). En todos los casos, se observó un efecto de cancelación de polos y ceros en las funciones de transferencia asociadas a las entradas del modelo (las solicitaciones y las potencias de éstas que en cada caso, de acuerdo con el análisis del régimen deslizante, correspondía).
- * Reproducen sin problemas los parámetros estáticos del sistema, siendo los modelo de tipo BJ los que conducen a mayores bandas de incertidumbre.
- * Conducen a criterios de ajuste razonables y a valores de desviación típica del error de simulación algo inferiores a los obtenidos a partir del modelo estático equivalente.

9.4. RESUMEN Y CONCLUSIONES

A lo largo de este capítulo hemos ido mostrando la potencia y limitaciones de la metodología de análisis y de inferencia de modelos propuesta en el capítulo 8, hemos obtenido información acerca de la calidad de nuestros experimentos en relación con el proceso de identificación y hemos comprobado la pertinencia y capacidad de los modelos de sistema propuestos para representar la realidad observada en nuestro prototipo experimental de invernadero.

De todo lo expuesto a lo largo del mismo, podemos extraer las siguientes conclusiones:

Relativas al diseño de los experimentos.

Los experimentos se llevaron a cabo en condiciones de evolución libre. De este modo, a parte de lo relativo a la instrumentación, las únicas cuestiones pendientes de diseño fueron el tiempo de muestreo y la duración de los experimentos.

Una vez analizadas las secuencias de observaciones recavadas, vimos que hubiese sido conveniente:

- Reducir el tiempo de muestreo. El invernadero presenta una primera constante de tiempo en el entorno de los 5-15 min., que a veces es difícil detectar con los tiempos de muestreo empelados (2, 3 y 5 min).
- Medir la irradiancia del cielo en el infrarrojo térmico. En ausencia de esta medida las noches son periodos de medida escasamente informativos.
- Acondicionar el aire de entrada al invernadero. Recuérdese que éste se tomaba directamente del ambiente exterior, siendo la temperatura del aire de entrada igual a la del aire exterior. Esto limitó la cantidad de información estática extraíble del experimento.
- Medir adecuadamente el caudal másico de aire. Aunque previsto en un principio, las medidas no resultaron de calidad suficiente. De ello se derivaron tres problemas: a) una nueva fuente de variabilidad temporal; c) un menor nivel de información en el experimento; c) la imposibilidad de identificar por separado los denominados eficacia óptica y coeficiente global de pérdidas del colector.

Relativas a la calidad y a las limitaciones de uso de los modelos de predicción y de simulación identificados.

Al margen de las deficiencias antes señaladas, todos los experimentos señalaron al invernadero construido como un sistema, que bajo las condiciones de excitación empleadas (evolución libre), reúne las siguientes características:

- la información relativa a su dinámica se concentra en las zona de bajas frecuencias del espectro.
- posee una inercia térmica débil, con tiempos característicos de respuesta inferiores a 15 min. Se comporta, respecto a las solicitudes, como un filtro de paso bajo.
- es relativamente sensible a las perturbaciones.
- la evolución dinámica del estado higrotérmico de su atmósfera requiere de representaciones no lineales en determinadas ocasiones:
 - * Invernadero sin plantas. Cuando la diferencia de temperaturas entre el aire exterior y el interior supera los 10 C.
 - * Invernadero con plantas. Cuando se dan condiciones de elevada transpiración. Normalmente, es sólo la evolución térmica la que requiere de una representación no lineal. La evolución de la humedad específica del ambiente puede ser adecuadamente representada mediante modelos de carácter lineal.

El nivel de información de los experimentos realizados sólo permitió la identificación de modelos de primer orden. Modelos de orden superior no fueron estrictamente identificables sobre los datos. No obstante, la caracterización de la inercia del sistema a través de un único tiempo de respuesta resultó suficiente.

En el caso en el que las no linealidades presentes en el sistema se ponen de manifiesto, el análisis del régimen deslizante de funcionamiento del sistema señaló al método de expansión polinómica de las entradas como un método eficaz de dar cuenta adecuadamente de ellas. En estas ocasiones, los modelos dinámicos a ajustar sobre los datos son de tipo Hammerstein.

Conseguimos identificar modelos dinámicos de simulación y de predicción de calidad suficiente para nuestros propósitos. Las conclusiones a destacar a este respecto son:

- Modelos de simulación (estructuras OE): Reproducen adecuadamente la realidad observada. Los errores de simulación son aceptables y no muestran correlación apreciable con las solicitudes en la zona del espectro de nuestro interés (bajas frecuencias). De otra parte, han demostrado ser indicados para la caracterización (determinación de los parámetros característicos del invernadero). Son, por lo general, los que procuran valores de estos parámetros más en consonancia con las estimaciones provenientes de la

aplicación de métodos no paramétricos y con menor incertidumbre.

- Modelos de predicción (estructuras ARMAX y BJ): También estos modelos reproducen adecuadamente lo observado. Sus residuos pasan los tests de ruido blanco y de independencia y conducen a errores de simulación sólo algo mayores que las estructuras de tipo OE. De los dos tipos de estructuras de predicción analizados, son las de tipo BJ las que mejor se comportan. Esto se debe al hecho de que estas estructuras independizan totalmente la descripción del modelo de sistema de la del modelo de las perturbaciones, mientras que las estructuras de tipo ARMAX obligan a que las funciones de transferencia de las entradas compartan denominador con las funciones de transferencia asociadas al ruido.

Aunque ambos tipos de estructuras se han mostrado efectivas a la hora de determinar los parámetros característicos del invernadero, en ocasiones, el carácter no estacionario (en sentido estadístico) de las perturbaciones que afectan al sistema, no contemplado por ninguna de estas estructuras, ha implicado la aparición de cierto sesgo en los parámetros dinámicos del sistema estimados a partir de los parámetros matemáticos de dichos modelos de predicción. Bajo estas circunstancias, aunque suponga una complejidad adicional, convendría modificar la hipótesis de estacionareidad implícita en las estructuras ARMAX y BJ utilizadas.

Conclusiones

La inferencia de modelos dinámicos de evolución del estado higrotérmico de la atmósfera del invernadero y el análisis de sus propiedades ha sido el objetivo principal de este trabajo, al que podríamos enmarcar dentro del campo mas general de identificación de sistemas dinámicos.

Las conclusiones del trabajo las expondremos agrupadas en:

- 1) Conclusiones relativas a la naturaleza del proceso.
- 2) Conclusiones relativas a la modelización del proceso.
- 3) Conclusiones relativas al proceso de identificación propiamente dicho.
- 4) Conclusiones relativas a la calidad de los experimentos realizados en relación con el proceso de identificación.
- 5) Conclusiones relativas a la calidad y limitaciones de uso de los modelos de predicción y de simulación finalmente identificados.

Conclusiones relativas a la naturaleza del proceso.

Las fuentes de variabilidad temporal y las no linealidades presentes en el sistema están asociadas principalmente a los fenómenos de transporte convectivo de energía y de vapor de agua que se desarrollan en las superficies de contacto suelo-aire, vegetación-aire y cubierta-aire, así como a los fenómenos de intercambio de masa entre el aire interior del invernadero y el aire exterior:

- En nuestro prototipo experimental, el parámetro de transmitancia efectiva de la cubierta a la radiación puede ser considerado constante.
- Bajo condiciones normales de operación, los flujos de intercambio de energía radiante en el infrarrojo térmico admiten, en periodos relativamente cortos de tiempo (1 día), representaciones lineales e invariables respecto al tiempo.
- Los coeficientes de transporte convectivos de calor dependen de la temperatura y de la velocidad local del aire. Los asociados a los intercambios convectivos aire-aire, cubierta-aire y vegetación-aire, son los que presentan mayor incertidumbre en su descripción y los más propensos a poner de manifiesto su carácter no lineal.
- En el proceso de transpiración, es la resistencia estomática la responsable de las no linealidades y fuentes de variabilidad temporal presentes. Mientras que el coeficiente radiativo del proceso puede ser considerado prácticamente constante, el llamado coeficiente aerodinámico muestra una acusada sensibilidad a las variaciones de temperatura de las hojas.

En el interior de cualquiera de los subdominios del sistema (cubierta, vegetación, suelo y aire) podremos aplicar las hipótesis de linealidad e invariabilidad temporal (propiedades termofísicas y mecánicas invariables respecto al tiempo e independientes de la temperatura) siempre que:

- nuestro interés se centre en la representación de la evolución dinámica del estado higrotérmico medio espacial de la atmósfera del invernadero.
- el período de observación considerado sea lo suficientemente corto (días) como para poder despreciar la variabilidad temporal de, por ejemplo, las propiedades termofísicas del suelo.

Cuando los dos requisitos anteriores se satisfagan, el invernadero podrá ser concebido como un conjunto de subsistemas (sólidos y fluidos) lineales e invariables respecto al tiempo, cuyo acoplamiento físico lo

determinan los flujos de transporte de materia y energía que se desarrollan en sus respectivas fronteras e interfaces. Las no linealidades presentes, que por otro lado son de carácter débil, quedan relegadas al contorno de dichos subsistemas.

Conclusiones relativas a la modelización del proceso.

Se ha demostrado que, con independencia del carácter (lineal/no lineal) de los acoplamientos entre subsistemas, existe un modelo modal de síntesis para el sistema completo (modelo de referencia). El interés de la extensión del método modal al caso de acoplamientos no lineales, se puso de manifiesto a la hora de derivar formal y sistemáticamente estructuras paramétricas adecuadas para el proceso de identificación.

En el caso de acoplamientos no lineales, las no linealidades presentes quedan descritas como elementos estáticos del sistema y el problema de representación de la evolución dinámica del vector de observaciones se reduce a:

- a) Un problema estático no lineal, orientado a la determinación de régimen deslizante de evolución del vector de observaciones.
- b) Un problema dinámico lineal, orientado a la determinación del régimen dinámico de evolución de dicho vector.

De la adaptación del modelo de referencia al sistema particular objeto de nuestro estudio, surgió la extensión de la teoría de colectores solares convencionales al caso de colectores de aire húmedo con inercia térmica. Este análisis concluyó con la propuesta de un conjunto de parámetros globales característicos del funcionamiento del invernadero como colector solar: 6 parámetros estáticos, que caracterizan el régimen deslizante de evolución, y un número "a priori" indeterminado de constantes de tiempo, que caracterizan la inercia.

Estos parámetros, en particular los estáticos, pueden mostrar cierta dependencia funcional con el estado térmico del sistema (no linealidades), por lo que, definidos como constantes pueden no ser tan característicos del sistema propiamente dicho como del binomio {sistema, solicitaciones}.

Como colector solar de aire que es, los denominados coeficientes globales de pérdidas térmicas del invernadero mostrarán cierta dependencia con la diferencia de temperatura entre el aire interior y el exterior. De otra parte, aparece la resistencia interna del cultivo como un parámetro determinante de la geometría de sus superficies de rendimiento.

Por razones de índole estadística, estrechamente ligadas al proceso de identificación propiamente dicho, se decidió dar un paso más en la simplificación de la representación del proceso. A partir del modelo modal hasta el momento derivado, se obtuvieron las correspondientes representaciones externas (tanto en el caso de acoplamientos lineales como en el caso de acoplamientos no lineales). Si bien es cierto que este paso supone la pérdida irreversible de cualquier información relativa a la estructura interna del sistema, ofrece las siguientes ventajas de tipo práctico:

- requiere de algoritmos más simples de ajuste.
- reduce el problema de mínimos locales en la estimación.
- convierte en una cuestión casi trivial el problema de inicialización de los algoritmos de ajuste.
- para igual nivel o grado de reducción - y, por tanto, de calidad a la hora de reproducir lo observado-, implica la identificación de un menor número de parámetros.

En el caso de acoplamientos no lineales se propusieron dos alternativas de representación externa. Una en la que se supone conocido el régimen deslizante de evolución del vector de observaciones y otra en la que este último se desarrolla en series de potencias de las solicitaciones. En el primer caso, la identificación se efectúa sobre el régimen dinámico de evolución y el modelo de función de transferencia resultante en nada difiere de los modelos de función de transferencia derivados para el caso de acoplamientos lineales. La

segunda aproximación conduce a representaciones externas del tipo Hammerstein.

Finalmente, quedó establecida la relación existente entre los parámetros matemáticos de las representaciones obtenidas externas y los denominados parámetros característicos del invernadero.

Conclusiones relativas al proceso de identificación propiamente dicho.

En relación con el proceso de identificación, nuestra atención se dirigió hacia los aspectos metodológicos del mismo. La metodología de análisis y de inferencia de modelos finalmente propuesta se orientó hacia la búsqueda del carácter, dimensión y estructura de modelos que describiesen adecuadamente la realidad observada en el prototipo experimental de invernadero; al análisis de su adecuación a distintos menesteres (ej. caracterización, simulación, predicción, etc.), y al estudio de sus propiedades y limitaciones de uso.

Quizás los aspectos mas originales de la misma los encontramos en:

- el método propuesto para el análisis del régimen deslizante de funcionamiento del invernadero y en el uso posterior que se hace de la información proveniente del mismo.
- en el método de validación y comparación de modelos propuesta.

El método de análisis del régimen deslizante permitió determinar, en todos los casos analizados, el carácter lineal/no lineal, invariable/variable, requerido para la representación del proceso.

La metodología de validación diseñada nos permitió pronunciarnos acerca de:

- la dimensión y complejidad máxima que el binomio sistema-experimento permite identificar.
- la calidad del modelo de sistema adoptado con la dimensión máxima identificable.
- la representación más conveniente del término de perturbaciones.

Relativas a los experimentos.

Los experimentos se llevaron a cabo en condiciones de evolución libre. De este modo, a parte de lo relativo a la instrumentación, las únicas cuestiones pendientes de diseño fueron el tiempo de muestreo y la duración de los experimentos.

Una vez analizadas las secuencias de observaciones recavadas, vimos que hubiese sido conveniente:

- Reducir el tiempo de muestreo. El invernadero presenta una primera constante de tiempo en el entorno de los 5-15 min., que a veces es difícil detectar con los tiempos de muestreo empelados (2, 3 y 5 min).
- Medir la irradiancia del cielo en el infrarrojo térmico. En ausencia de esta medida las noches son periodos de medida escasamente informativos.
- Acondicionar el aire de entrada al invernadero. Recuérdese que éste se tomaba directamente del ambiente exterior, siendo la temperatura del aire de entrada igual a la del aire exterior. Esto limitó la cantidad de información estática extraíble del experimento.
- Medir adecuadamente el caudal másico de aire. Aunque previsto en un principio, las medidas no resultaron de calidad suficiente. De ello se derivaron tres problemas: a) una nueva fuente de variabilidad temporal; b) un menor nivel de información en el experimento; c) la imposibilidad de identificar por separado los denominados eficacia óptica y coeficiente global de pérdidas del colector.

Relativas a la calidad y a las limitaciones de uso de los modelos de predicción y de simulación identificados.

Al margen de las deficiencias antes señaladas, todos los experimentos señalaron al invernadero construido como un sistema, que bajo las condiciones de excitación empleadas (evolución libre), reúne las siguientes características:

- la información relativa a su dinámica se concentra en la zona de bajas frecuencias del espectro.
- posee una inercia térmica débil, con tiempos característicos de respuesta inferiores a 15 min. Se comporta, respecto a las sollicitaciones, como un filtro de paso bajo.
- es relativamente sensible a las perturbaciones.
- la evolución dinámica del estado higrotérmico de su atmósfera requiere de representaciones no lineales en determinadas ocasiones:
 - * Invernadero sin plantas. Cuando la diferencia de temperaturas entre el aire exterior y el interior supera los 10 C.
 - * Invernadero con plantas. Cuando se dan condiciones de elevada transpiración. Normalmente, es sólo la evolución térmica la que requiere de una representación no lineal. La evolución de la humedad específica del ambiente puede ser adecuadamente representada mediante modelos de carácter lineal.

El nivel de información de los experimentos realizados sólo permitió la identificación de modelos de primer orden. Modelos de orden superior no fueron estrictamente identificables sobre los datos. No obstante, la caracterización de la inercia del sistema a través de un único tiempo de respuesta resultó suficiente.

En el caso en el que las no linealidades presentes en el sistema se ponen de manifiesto, el análisis del régimen deslizante de funcionamiento del sistema señaló al método de expansión polinómica de las entradas como un método eficaz de dar cuenta adecuadamente de ellas. En estas ocasiones, los modelos dinámicos a ajustar sobre los datos son de tipo Hammerstein.

Conseguimos identificar modelos dinámicos de simulación y de predicción de calidad suficiente para nuestros propósitos. Las conclusiones a destacar a este respecto son:

- Modelos de simulación (estructuras OE): Reproducen adecuadamente la realidad observada. Los errores de simulación son aceptables y no muestran correlación apreciable con las sollicitaciones en la zona del espectro de nuestro interés (bajas frecuencias). De otra parte, han demostrado ser indicados para la caracterización (determinación de los parámetros característicos del invernadero). Son, por lo general, los que procuran valores de estos parámetros más en consonancia con las estimaciones provenientes de la aplicación de métodos no paramétricos y con menor incertidumbre.
- Modelos de predicción (estructuras ARMAX y BJ): También estos modelos reproducen adecuadamente lo observado. Sus residuos pasan los tests de ruido blanco y de independencia y conducen a errores de simulación sólo algo mayores que las estructuras de tipo OE. De los dos tipos de estructuras de predicción analizados, son las de tipo BJ las que mejor se comportan. Esto se debe al hecho de que estas estructuras independizan totalmente la descripción del modelo de sistema de la del modelo de las perturbaciones, mientras que las estructuras de tipo ARMAX obligan a que las funciones de transferencia de las entradas compartan denominador con las funciones de transferencia asociadas al ruido.

Aunque ambos tipos de estructuras se han mostrado efectivas a la hora de determinar los parámetros característicos del invernadero, en ocasiones, el carácter no estacionario (en sentido estadístico) de las perturbaciones que afectan al sistema, no contemplado por ninguna de estas estructuras, ha implicado la aparición de cierto sesgo en los parámetros dinámicos del sistema estimados a partir de los parámetros matemáticos de dichos modelos de predicción. Bajo estas circunstancias, aunque suponga una complejidad adicional, convendría modificar la hipótesis de estacionariedad implícita en las estructuras ARMAX y BJ utilizadas.

Bibliografía

Ahmadi, G., Kessey, K.O., Glockner, P.G.; (1982) Dynamic simulation of the performance of an inflatable greenhouse in the southern part of Alberta, I and II. *Agr. Meteorol.*, 27: 155-180; 181-190.

Ajona, J.I.; (1990) Estudio de los intercambios de calor y masa entre un invernadero considerado como colector solar de aire húmedo y un lecho de rocas como sistema de control ambiental. (Tesis doctoral). Universidad Complutense. Madrid.

Albright, L.S., Scott, N.R.; (1977) Diurnal temperature fluctuations in multi-airspaced buildings. *Trans. ASAE*, 20(2): 319-326.

Anderson, P.; (1985) Adaptive forgetting in recursive identification through multiple models. *Int. J. Control*, 42; pp.1175-1193.

Angstrom; (1915) A study of the radiation of the atmosphere. *Smithsonian misc. coll.*, 65(3).

ASTM D3154-72 Standard test method for average velocity in a duct (Pitot tube method).

ASTM D3464-75 Standard test method for average velocity in a duct using a thermal anemometer.

ASTM E337-84 Standard test method for measuring humidity with a psychrometer (the measurement of wet- and dry-bulb temperatures).

Avissar, R. and Mahrer, Y.; (1982) Verification study of a numerical greenhouse microclimate model. *Trans. ASAE*; pp.1711-20.

Bacot, P.; (1984) Analyse Modale des Systèmes thermiques. Thèse Dr.Eng. Université Paris VI. Paris.

Berdahl, P., Fromberg, R.; (1982 a) The thermal radiance of clear skies. *Solar Energy*, 29(4); pp.299-314.

Berdahl, P., Martin, M.; (1982 b) Emissivity of clear skies. Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-15367.

Blanc-Sommereux, I.; (1991) Etude du couplage dynamique de composants du bâtiment par synthèse modale. Thèse Dr. Energ. Ecole des Mines. Paris.

Bloomfield, P.; (1976) Fourier analysis of time series: An introduction. Wiley.

Bot, G.P.A., Dixhoorn, J.J.; (1978) Dynamic modelling of greenhouse climate using a minicomputer. *Acta Hortic.*, 76; pp.113-120.

Bot, G.P.A.; (1983) Greenhouse climate: from physical processes to a dynamical model. Thesis, Agric. Univ., Wageningen, The Netherlands.

Box, G.E.P., Jenkins, J.M.; (1976) Time series analysis: Forecasting and control. Holden-Day Inc., San Francisco, California.

Breuer, J.J.G.; (1976) Steady state energy balance to calculate the energy demand for various crops. IMAG publication no49, Wageningen. 1a edición.

Breuer, J.J.G.; (1983) Steady state energy balance to calculate the energy demand for various crops. IMAG publication no49, Wageningen. 2a edición.

Businger, J.A.; (1963) The greenhouse (glasshouse) climate. In: W.R.Van Wijk (ed.), Physics of Plant Environment. North Holland. Amsterdam; pp.277-318.

Carslaw, H.S., Jaeger, J.C.; (1959) Conduction of heat in solids. Oxford Univ. Press., London.

Chamberlain, A.C.; (1974) Mass transfer to bean leaves. Boundary-Layer Meteorol., 6; pp.477-486.

Chandra, P., Algright, L.D. and Scott, N.R.; (1981) A time dependent analysis of greenhouse thermal environment. Trans. ASAE. pp.442-49.

Chen, J.; (1984) Mathematical analysis and simulation of crop micrometeorology. Ph.D. Dissertation, Agricultural University, Wageningen.

Chen, M.; (1989) Nouvelle solution modale pour les parois des bâtiments. Thèse Doctorale. Ecole des Mines. Paris.

Chu, S., Sposito, G., Jury, W.A.; (1983) The Cross-Coupling Transport Coefficient for the Steady Flow of Heat in Soil Under a Gradient of Water Content. Soil Sci. Soc. Am.J., 47; pp.21-25.

Costa Novella, E. et al.; (1984) Ingeniería Química. 2. Fenómenos de transporte. Alhambra. Madrid.

Cramer, H.; (1974); Mathematical methods of statistics. Princeton University Press.

Critten, D.L.; (1983) The evaluation of a computer model to calculate the daily light integral and transmissivity of a greenhouse. J. agric. Engng. Res., 28; pp.545-563.

Critten, D.L.; (1982) A computer model to calculate the daily light and transmissivity of a greenhouse. J. Agric. Engng Res., 28; pp.61-76.

Damagnez, J.; Van Bavel, C.H.M.; Sadler, E.J.; Chonaniere, M.P.; (1980) Simulation of the effect of storage characteristics upon the dynamic response of a fluid-roof solar greenhouse. Acta Horticulturae, 106.

De Groot, S.R.; (1966) Thermodynamics of irreversible processes. North-Holland Publishing Company. Amsterdam.

De Vries, D.A.; (1958) Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media. Trans. Am, Geophys. Union, 39; pp.909-916.

Deltour, J., De Dalleux, D., Nijskens, J., Coutisse, S., Nisen A.; (1985) Dynamic modelling of heat and mass transfer in greenhouses. Acta Horticulturae 150.

Dubois, A.M., Dufresne, J.L., Ebert, R., Grandpeix, J.Y., Joly, J.L., Labellec, A., Laret, L., Lefebvre, G., Plazy, J.L., Pottier, M.; (1991) The model coupling problem: methods used in some building analysis tools and the almeth propositions. Building simulation '91. 2nd. World Congress on thecnology improving the Energy use, comfort and economics of Building Worldwide. Nice (Aug. 20-21, 1991)

Duffie, J., Beckman, W.A.; (1980) Solar Engineering of Thermal Processes. Wiley & sons.

Erbs, D.G., Klein, S.A., Dufie, J.A.; (1982) Estimation of yhe diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly average global radiation. Solar Energy, 28; pp.293-302.

Flament, B., Neveu, A.; (1991) Traitement des grands systèmes linéaires par synthèse modal. Journée Soc. Fran. Therm., 5-Juin-91.

Froehlich, D.P., Albriht, L.D., Scott, N.R. and Chandra, P.; (1979) Steady-periodic analysis of glasshouse

thermal environment. Trans. ASAE; pp.387-99.

Garzoli, K.V. Blackwell, J.; (1973) The response of a glasshouse to high solar radiation and ambient temperature. J. Agric. Engng. Res., 18; pp.205-216.

Garzoli, K.V. Blackwell, J.; (1981) An analysis of the nocturnal heat loss from a single skin plastic greenhouse. J. Agric. Engng. Res. 26; pp.203-214.

Gates, D.M.; (1968) Transpiration and leaf temperature. Annu. Rev. Plant Physiol., 19; pp.211-238.

Goudriaan, J.; (1977) Crop micrometeorology: a simulation study. Simulation Monographs, Pudoc, Wageningen.

Gröber, H., Erk, S.; (1967) Transmisión de Calor. Selecciones Científicas. Madrid.

Guide to Meteorological Instrumentation & Observing Practices. (1971). Secretariat of the World Meteorological Organization. Geneva, Suiza. 4th edition.

Haber, R.; (1985) Non linearity tests for dynamic processes. IFAC identification and System Parameter Estimation 1985. York; pp.409-414.

Harnett, R.F.; (1974) The advantages of east-west multispans. The Grower, 13; pp.64-66.

Haseba, T.; (1973) Water-vapour transfer from leaf-like surfaces within canopy models. J.Agric.Meteorol., Tokyo 29; pp.25-33.

Hayhoe, H.; (1981) Analysis of a diffusion model for plant root growth and an application to plant soil-water uptake. Soil Sci., 131(6); pp.334-343.

Horton, R., Wirenga, P.J.; (1983 a) Estimating the Soil Heat Flux from observations of Soil Temperature Near the Surface. Soil Sci. Soc. Am. J., 47; pp.14-20.

Horton, R., Wirenga, P.J.; (1983 b) Evaluation of Methods for Determining the Apparent Thermal Diffusivity of Soil Near the Surface. Soil Sci. Soc. Am. J., 47; pp.25-32.

Incropera, F.P.; (1975) Leaf photosynthesis: The influence of environmental variables. J. Environ. Qual., 4; pp.440-447.

Iqbal M., Khartry A.K.; (1977) Wind Induced Heat Transfer Coefficients from Glasshouses; Transactions of the ASAE; pp.157-160.

Jarvis, P.G.; (1976) The interpretation of variations in leaf water potential and stomatal conductance found in canopies in the field. Phil. Trans. Royal Soc. London, B273; pp.593-610.

Jenkins, G.M., Wats, D.G.; (1968) Spectral analysis and its applications. Holden-Day Inc., San Francisco, California.

Kaiser, J.F., Reed, W.A.; (1977) Data smoothing using low-pass digital filters. Rev. Sci. Instrum., Vol.48, nº 11.

Khoury, K. El; (1989) Formulation modale de problèmes de diffusion thermique avec transport. Thèse Doctorale. Ecole des Mines. Paris.

Kimball, B.A.;(1973) Simulation of the energy balance of a greenhouse. Agric. Meteor., 11; pp.243-260.

Kimball B.A.; (1986) A modular energy balance program including subroutines for greenhouses and other latent heat devices. United States Dept. of Agriculture (USDA). Agric. Res. Service. ARS-33.

- Kindelan, M.; (1980) Dynamic modeling of greenhouse environment. *Trans. ASAE*, 23; pp.1232-1239.
- Kondratyev, K.Y.A.; (1969) Radiation in the atmosphere. *International Gographics Serie*, vol.12. Academic Press. N.York.
- Kozai, T.; (1977 a) Direct solar light into single-span greenhouses. *Agric. Meteorol.*, 18; pp.327-338.
- Kozai, T. and Kimura, M.; (1977 b) Direct solar light transmission into multi-span greenhouses. *Agric. Meteorol.*, 18; pp.339-349.
- Kozai, T., Doudriaan, J., Kimura, M.; (1978 a) Light transmission and photosynthesis in greenhouses. Centre for Agricultural Publishing and Documentation. Wageningen.
- Kozai, T., Sase, S.; (1978 b) A simulation of natural ventilation for a multi-span greenhouse. *Acta Horticulturae* 87.
- Kuiper, P.J.C.; (1961) The effects of environmental factors on the transpiration of leaves, with special reference to stomatal light response. *Meded. Landbouwhogeschool, Wageningen*, 61(7).
- Kurata, K.; (1983) Studies on improvement of the light environment in greenhouses I, II. *J. agric. Meteor.* 39; pp.103-106 y 219-223.
- Lefebvre; G.; (1987) Analyse et réduction modales d'un modèle de comportement thermique de bâtiment. Thèse doctoral. Université Paris VI. Paris.
- Ljung, L., Söderström, T.; (1983) Theory and practice of recursive identification. Mit Press. Cambridge.
- Ljung, L.; (1987) System identification. Theory for user. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Luikov, A.V.; (1950) Drying theory. Gosenergoizdat. Moscú.
- Maher, M.J., O'Flaherty, O.; (1973) An analysis of greenhouse climate. *J. agric. Engng. Res.*, 18; pp.197-203.
- Manbeck, H.B., Aldrich, R.A.; (1967) Analytical determination of direct visible solar energy transmitted by rigid plastic greenhouses. *Transactions of the ASAE*, 10(4); pp.564-567 y 572.
- Marco, J., Palomo, E.; (1991) Sensivity analysis: comparison between differential and monte carlo techniques. 332-91-PASSYS-MVD-325.
- Martin, M., Berdahl, P.; (1984 a) Characteristics of infrared sky radiation in the United States. *Solar Energy*, 33(3/4); pp.321-336.
- Martin; M., Berdahl, P.; (1984 b) Summary of results from the spectral and angular sky radiation measurement program. *Solar Energy*, 33(3/4); pp.241-252.
- Menenti, M.; (1984) Evaporation in Deserts. Institute for Land and Water Management Research (ICW), Wageningen, Rep.10 (Special issue)
- Monteith, J.L.; (1965) Evaporation and environment. In: *The State and Movement of Water in Living Organisms*, 19th Symp. Soc. Exp. Biol.; pp.205-234.
- Monteith, J.L.; (1975) Principles of Environmental Physics. Edward Arnold, London.
- Nakano, M., Miyazaki, T.; (1979) The diffusion and nonequilibrium thermodynamic equations of water vapor in soils under temperature gradients. *Soil Science*, 128(3); pp.184-188.
- Neirac, F.P.; (1989) Approche thermique et expérimental des modèles réduits de comportement thermique de bâtiments. Thèse doctoral. Ecole des Mines. Paris.

- Nielsen, D.R., Jackson, R.D., Cary, J.W., Evans, D.D.; (1972) Soil water. Am.Soc. of Agron. Madison.
- O'Flaherty, T., Gaffney, B.J., Walsh, J.A.; (1973) Analysis of the temperature control characteristics of heated greenhouses using and along computer. J. agric. Engng. Res., 18; pp.117-132.
- Ogata, K.; (1980) Ingeniería de control moderna. Prentice-Hall Hispanoamericana, México.
- Olszewski, M., Trezed, G.J.; (1976) Performance evaluation of an evaporative pad greenhouse system for utilization of power plant reject heat. J. Environ. Qual., 5(3); pp.259-269.
- Özisik, M.N.; (1980) Heat conduction. J.Wiley. New York.
- Palomo, E., Doria, J.; (1987 a) Método experimental de determinación de la transpiración en comunidades vegetales. III Congreso Ibérico, I Congreso Iberoamericano de Energía Solar. Madrid.
- Palomo E., Ajona J.I.; (1987 b) Caracterización del invernadero como colector solar de aire húmedo. III Congreso Ibérico, I Congreso Iberoamericano de Energía Solar. Madrid.
- Palomo, E., Ignacio, G. de; (1987 c) Diseño de un medidor térmico de caudal másico de aire en conducciones cerradas. XXI Reunión Bienal de la Real Sociedad Española de Física. Salamanca.
- Palomo, E.; (1988) Método dinámico de determinación de la transpiración en invernaderos. IV congreso Ibérico, II Congreso Iberoamericano de Energía Solar. Porto.
- Palomo, E., Téllez, F.M.; (1990) From ARMAX testcell model parameters to thermal characteristics of a test cell. Workshop on advanced identification tools in solar energy research. JRC. Ispra.
- Palomo, E., Téllez, F.M.; (1991 a) Non-parametric tests on the residuals for model validation purposes. 193-91-PASSYS-MVD-WD-213.
- Palomo, E., Téllez, F.M.; (1991 b) Mathematical and numerical methods used in PAMTIS. 194-91-PASSYS-MVD-WD-215.
- Palomo, E., Marco, J., Madsen, H.; (1991 c) Methods to compare measurements and simulations. Building simulation '91. 2nd. World Congress on Technology improving the Energy Use, Comfort, and Economics on Buildings Worldwide. Nice (Aug. 20-22).
- Parzen, E.; (1972) Procesos estocásticos. Paraninfo. Madrid.
- Patankar, S.V.; (1980) Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation. New York.
- Pearman, G.I., Weaver, H.L., Tanner, C.B.; (1972) Boundary layer heat transfer coefficients under fields conditions. Agric. Meteorol., 10; pp.83-92.
- Penman, M.L.; (1948) Natural evaporation from open water, bare soil and grass. Proc. Roy. Meteorol. Soc. A, 193; pp.120-145.
- Perry, J.H.; (1979) Manual del Ingeniero Químico. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, Tomos I y II.
- Philip, J.R., De Vries, D.A.; (1957) Moisture movement in porous materials under temperature gradients. Trans. Am. Geophys. Union, 38; pp.222-232.
- Priesley, M.B.; (1981) Spectral analysis and time series. Academic Press, Inc.
- Rijtema, P.E.; (1965) An analysis of actual evapotranspiration. Agric.Res.Rep., 659. Pudoc, Wageningen.

- Roberts, J.B., Spanos, P.D.; (1990) Random vibration and statistical linearization. John Wiley & sons. Chichester.
- Ross, J.; (1975) Radiative transfer in plant communities. In: J.L.Monteith, ed. Vegetation and Atmosphere. Academic Press, London; pp.13-55.
- Ross, J.; (1981) The radiation regime and architecture of plants stands. Dr. W. Junk Publishers, The Hague.
- Salgon, J.J.; (1987) Analyse modale par discrétisation spatiale. Application à la modélisation des ponts thermiques dans le bâtiment. Thèse doctoral. Université Paris VI. Paris.
- Scales; L.E.; (1985) Introduction to Non-linear Optimization. MacMillan. London.
- Seginer, I. and N. Levav, N.; (1971) Models as tools in greenhouse climate design. Publ. n° 115. Agricultural Engineering Faculty. Technion. Israel.
- Seginer, I. and Livne, A.; (1978) Effect of ceiling height on the power requirement of forced ventilation in greenhouses. Acta Horticulturae, 87.
- Seginer, I.; (1984) On the night transpiration of greenhouse roses under glass or plastic cover. Agric. Meteorol., 30; pp.257-268.
- Sepashka; A.R., Boersma, L.L.; (1979) Thermal conductivity of soils as a function of temperature and water content. Soil Sci. Soc. Am. J., 43.
- Sicard, J.; (1984) Analyse modale appliquée à la thermique. Thèse doctoral. Université Paris VI. Paris.
- Sicard, J., Bacot, P., Neveau, A.; (1985) Analyse modale des échanges thermiques dans le bâtiment. Int. J. Heat Transfer, 28(1); pp.111-123.
- Siegel, R., Howel, J.R.; (1972) Thermal radiation heat transfer. McGraw-Hill Book Co. N.York.
- Slatyer, R.O., Bierhuizen, J.F.; (1964) Transpiration from cotton leaves under a range of environmental conditions in relation to internal and external diffusive resistances. Aust.J.Biol.Sci., 17; pp.115-130.
- Söderström, T., Stoica, P.; (1988) System Identification. Prentice-Hall International, London.
- Soribe, F.I., Curry, R.B.; (1973) Simulation of lettuce growth in a air-supported plastic greenhouse. J. agric. Engng Res., 18; pp.133-140.
- Stanghellini, C.; (1983) Radiation absorbed by a tomato crop in a greenhouse. Research Report, IMAG, Wageningen, The Netherlands.
- Stanghellini, C.; (1987) Transpiration of Greenhouse Crops. Ph D. Dissertation, Agricultural University, Wageningen.
- SYMBOL (Blanc-Sommereux, I., Caplain, G., Erbert, R., Flament, B., Lefebvre, G., Neveau, A., Peuportier, B.); (1989) Rapport. AFME/ARMINES 1988/89. Proyect SYMBOL.
- Takakura, T.; (1967) Predicting air temperatures in the greenhouse I. J. Meteor. Soc. Jap. 45; pp.40-52.
- Takakura, T.; (1968) Predicting air temperatures in the greenhouse II. J. Meteor. Soc. Jap. 46; pp.36-43.
- Takakura, T., Jordan K.A. and Boyd. L.L.; (1971) Dynamic simulation of plan growth and environment in the greenhouse. Trans. ASAE; pp.964-71.
- Takakura, T., Kurata, K., Honjo, T.; (1985) Physical models and the greenhouse climate. Acta Hort. 174; pp.97-104.

Takami, S., Uchijima, Z.; (1977) A model for the greenhouse environment as affected by the mass and energy exchange of a crop. *J. Agric. Meteor.*, 33(3); pp.117-127.

Tross, M.J.; (1984) Optical liquid filter greenhouse. - A thermodynamic model. IBM Israel Scientific Center. Doc no 118.

Udink Ten Cate, A.J.; (1983) Modelling and (Adaptive) Control of Greenhouse Climate. Ph. D. Dissertation, Agricultural University, Wageningen.

Van Bavel, C.H.M., Damagnez J. and Sadler E.J.; (1981) The fluid roof solar greenhouse: energy budget analysis by simulation. *Agric. Meteorol.* 23; pp.51-76.

Van Bavel, C.H.M., Takakura, T., Bot, G.P.A.; (1985) Global comparison on three greenhouse climate models. *Acta Horticulturae*, 174.

Walker, J.N.; (1965) Predicting temperatures in ventilated greenhouse. *Trans. ASAE*; pp.445-48.

Whittle, R.M., Lawrence, W.J.C.; (1959) The climatology of glasshouses. I Natural Illumination. *J.Agric.Engng.Res.*, 4; pp.326-340.

Zhao, J., Jenkins, B., Shaw, R.H., Seginer, I.; (1985) Heat and water vapour balance of greenhouse plant leaves under convective and infrared heating. *Am.Soc.Agr. Engng.*, St.Joseph (MI), paper n° 85-4052.

APENDICE I

Algunos Conceptos Estadísticos

A continuación se ofrece la definición formal de algunos de los estadísticos que se utilizan con frecuencia en los capítulos 8 y 9. Para mayor información, el lector se puede dirigir a (Jenkins, 1968), (Cramer, 1974), (Priesley, 1981) o, en general, a cualquier texto de análisis de series temporales.

Procesos Estacionarios

Un proceso estocástico se dice que es estrictamente estacionario cuando sus propiedades no se ven afectadas por un cambio en el origen del tiempo; esto es, cuando la función de distribución conjunta de cualquier conjunto de observaciones no depende del tiempo absoluto. Se dice que el proceso es estacionario de orden "m" cuando todos los momentos de orden inferior o igual a "m" son independientes del tiempo absoluto. En la práctica, el término estacionario se aplica a procesos estacionarios de orden 2.

Funciones de Autocovarianza y Autocorrelación.

Un proceso estacionario $Y(t)$ queda completamente descrito a través de su media y de su función de autocovarianza

$$\gamma_Y(u) = E [(y(t) - \mu_Y) (y(t+u) - \mu_Y)] \quad (I.1)$$

siendo E el símbolo utilizado para referirnos a la esperanza matemática y $u = t_2 - t_1$ el denominado desplazamiento.

La función de autocovarianza (acvf) muestra como varía la dependencia existente entre valores adyacentes del proceso estocástico al variar el desplazamiento. Es un estadístico especialmente útil para detectar "correlaciones locales" (correlaciones entre puntos vecinos de un proceso).

De cara a comparar procesos con diferentes escalas de medida, se define la función de autocorrelación (acf) como:

$$\rho_Y(u) = \frac{\gamma_Y(u)}{\gamma_Y(0)} ; \quad \gamma_Y(0) = \sigma_Y^2 \quad (I.2)$$

Esta función toma valores entre -1 y 1, que se corresponden con situaciones de relación lineal total negativa y positiva respectivamente.

Autoespectro.

El espectro de potencia de un proceso estacionario es una descripción del proceso equivalente a la anterior. Dicho estadístico se define como la transformada de Fourier de la función de autocovarianza:

$$\Gamma_Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_Y(u) e^{-j2\pi fu} du \quad (1.3)$$

El espectro de potencia muestra cómo la varianza del proceso se distribuye por frecuencias. Tiene, por tanto, una interpretación física inmediata (energía/frecuencia).

Como en el caso de la función de autocovarianza, a veces resultará útil normalizar el espectro. La función

$$\frac{\Gamma_Y(f)}{\sigma_Y^2} \quad (1.4)$$

recibe el nombre de función de densidad espectral.

Matriz de Correlaciones Cruzadas.

Dos procesos estacionarios, $Y(t)$ y $X(t)$, quedan adecuadamente descritos en el dominio del tiempo a través de sus respectivas funciones de autocovarianza y de su función de covarianza cruzada (ccvf). Esta última

$$\gamma_{YX}(u) = E \{ (y(t) - \mu_Y) (x(t+u) - \mu_X) \} \quad (1.5)$$

es una medida de la dependencia lineal existente entre puntos adyacentes de ambos procesos (correlación local).

Como en los casos precedentes, la función de correlación cruzada (ccf) resulta de la normalización de la ccvf:

$$\rho_{YX}(u) = \frac{\gamma_{YX}(u)}{\sigma_Y \sigma_X} \quad (1.6)$$

En procesos multivariados (ej. q procesos), se define la matriz de covarianza como:

$$V(u) = \{ \gamma_{ij}(u) \} ; \quad i, j = 1, 2, \dots, q \quad (1.7)$$

Matriz Espectral.

La transformada de Fourier de la función de covarianza cruzada de dos procesos estacionarios recibe el nombre de espectro cruzado:

$$\Gamma_{YX}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{YX}(u) \exp(-j2\pi fu) du \quad (1.8)$$

Al ser una magnitud compleja, se representa como el producto de los denominados espectro de amplitud, $\alpha_{YX}(f)$, y espectro de fase, $\phi_{YX}(f)$. El espectro de amplitud es una medida por frecuencias de la correlación existente entre las amplitudes de ambos procesos. El espectro de fase muestra los desfases (adelantos o retardos) existentes, para una misma frecuencia, entre ambas series.

Una magnitud más interesante que el espectro de amplitud es la llamada coherencia cuadrática:

$$k_{yx}^2(f) = \frac{\alpha_{yx}^2(f)}{\Gamma_Y(f) \Gamma_X(f)} ; \quad 0 \leq k_{yx}^2(f) \leq 1 \quad (I.9)$$

Este estadístico procura una medida adimensional y normalizada de la correlación (por frecuencias) existente entre dos procesos estacionarios, siendo insensible a las operaciones de filtrado previo a que puedan ser sometidos ambos procesos. Por ambas razones su uso es preferible al del espectro de amplitud.

Para procesos multivariados, la matriz de autoespectros y de espectros cruzados se denomina matriz espectral.

$$\Gamma(f) = \{ \Gamma_{ij} \} ; \quad i, j = 1, 2, \dots, q \quad (I.10)$$

Espectro de Coherencia Múltiple.

Sea el proceso estocástico multivariado $\{ Y(t), X_1(t), X_2(t), \dots, X_q(t) \}$, susceptible de ser representado a través del modelo general de convolución:

$$y(t) - \mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} h_{Y,1}(u) \{x_1(t-u) - \mu_1\} du + \dots + \int_{-\infty}^{\infty} h_{Y,q}(u) \{x_q(t-u) - \mu_q\} du + z(t) \quad (I.11)$$

donde $Z(t)$ representa un ruido blanco independiente, μ_i ($i=1, \dots, q$ ó y) es el valor medio del proceso i , y h_{yi} ($i=1, \dots, q$) la función de respuesta al impulso asociada al proceso $X_i(t)$.

A partir de (I.11) y (I.3) se deriva la siguiente expresión para el espectro de potencia del ruido $Z(t)$ (Jenkins, 1968):

$$\Gamma_Z(f) = \Gamma_Y(f) - \sum_{i=1}^q H_{yi}(f) \Gamma_{yi}(f) \quad (I.12)$$

siendo H_{yi} ($i=1, \dots, q$) la función de transferencia correspondiente al proceso $X_i(t)$. Esto es, la transformada de Fourier de h_{yi} .

La ecuación anterior puede reescribirse como:

$$\Gamma_Z(f) = \Gamma_Y(f) [1 - k_{y12 \dots q}^2(f)] \quad (I.13)$$

siendo

$$k_{y12 \dots q}^2(f) = \frac{1}{\Gamma_Y(f)} \sum_{i=1}^q H_{yi}(f) \Gamma_{yi}(f) \quad (I.14)$$

el denominado espectro de coherencia múltiple del proceso multivariado definido por (8.38). La amplitud de este estadístico constituye una medida por frecuencias de la proporción del espectro de $Y(t)$ que podría ser predicha mediante relaciones lineales entre los procesos de entrada $X_i(t)$.

Espectro de Coherencia Parcial.

La medida de la correlación existente entre el proceso $Y(t)$ y uno cualquiera de los procesos de entrada $X_i(t)$, puede verse afectada por la correlación que exista entre este último y cualquiera de los restantes procesos de

entrada. Por ejemplo, si $Y(t)$ es independiente de $X_2(t)$ pero $X_1(t)$ está fuertemente correlacionado con $X_2(t)$ e $Y(t)$, al analizar la correlación existente entre $Y(t)$ y $X_2(t)$ por los procedimientos hasta ahora expuestos detectaremos la existencia de una correlación ficticia entre ambos, que proviene de la correlación simultánea de $X_1(t)$ con $X_2(t)$ e $Y(t)$. Para evitar este efecto se recurre, en el dominio del tiempo, a la denominada correlación parcial y, en el dominio de la frecuencia, al llamado espectro cruzado parcial.

Sea $\varepsilon_Y(t)$ el residuo que resulta de predecir $Y(t)$ a partir de todos los procesos de entrada $X_i(t)$ a excepción de uno de ellos (ej. X_k), y $\varepsilon_k(t)$ el que resulta de predecir $X_k(t)$ a partir de los restantes procesos de entrada. Se define la función de covarianza cruzada parcial entre $X_k(t)$ e $Y(t)$ como la función de covarianza cruzada entre $\varepsilon_Y(t)$ y $\varepsilon_k(t)$, y el espectro cruzado parcial como la transformada de Fourier de la función de covarianza cruzada parcial.

Para el proceso multivariado $\{Y(t), X_1(t), \dots, X_q(t)\}$, el espectro cruzado parcial entre el proceso de entrada $Y(t)$ y el proceso de salida $X_k(t)$ vendrá dado por (Cramer, 1974):

$$k_{k\varepsilon|K}(f) = - \frac{\pi_{\varepsilon k}(f)}{\pi_{\varepsilon\varepsilon}(f) \pi_{kk}(f)} \quad (1.15)$$

donde π_{ij} es el menor del elemento Γ_{ij} de la matriz espectral del proceso multivariado. Se denomina coherencia parcial cuadrática al módulo de (8.42) elevado al cuadrado y espectro de fase parcial a su argumento. El primero de estos dos estadísticos es una medida fiel de la covarianza entre $Y(t)$ y $X_k(t)$ a diferentes frecuencias.

APENDICE II

Algunos Tests Estadísticos

II.1. TESTS DE RUIDO BLANCO.

Un ruido blanco $e(t)$ es una serie temporal tal que su función de autocovarianza es nula para desfases mayores que cero,

$$\text{Cov} [e(t), e(t+k)] = 0 \quad k \neq 0 \quad (\text{II.1})$$

A continuación se describen algunos tests de ruido blanco que se utilizan con frecuencia en análisis de series temporales para la validación de modelos de estimación.

Test Basado en la Función de Autocorrelación.

Si la serie temporal $e(t)$ es un ruido blanco, el estimador de su función de autocorrelación satisface:

$$\hat{\rho}_e(k) \in_{\text{aprox}} N(0, \frac{1}{N}) \quad N = \text{número de datos de la serie} \quad (\text{II.2})$$

y, además, los valores individuales de esta función estimada son aproximadamente independientes.

El hecho anterior es el fundamento de uno de los tests de uso más extendido. Los límites de confianza del 95% para cada valor de autocorrelación son $\pm 1.96 (1/N)^{0.5}$.

Un test global, basado en la parte más significativa de la función de autocorrelación, es el denominado **Test de Portmanteau**:

$$Q^2 = N \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_e^2(k) \in X^2(m) \quad m \approx 15-30 \quad (\text{II.3})$$

El fundamento de este test reside en el hecho de que la suma de m variables normales independientes se distribuye según una ley X^2 con m grados de libertad. En el caso en que $e(t)$ sea el residuo de un modelo de estimación, los grados de libertad vienen dados por $(m-n)$ en lugar de m , siendo n el número de parámetros ajustados.

Un test algo más preciso que el anterior (II.2. es sólo aproximada), es el **Test de Ljung-Box**:

$$Q^2 = N(N-2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_e^2(k)}{N-k} \in_{\text{aprox}} X^2(m) \quad (\text{II.4})$$

Test en el Dominio de la Frecuencia.

Para la frecuencia normalizada $f_i = i/N$ ($i = 0, 1, \dots, N/2$), el **peridiograma** de $e(t)$ se calcula como:

$$\hat{I}(f_i) = \frac{1}{N} \left[\left(\sum_{t=1}^N e_t \cos 2\pi f_i t \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^N e_t \sin 2\pi f_i t \right)^2 \right] \quad (\text{II.5})$$

que es una descripción en el dominio de la frecuencia de las variaciones de $e(t)$.

El **Peridiograma Acumulado** se define como:

$$\hat{C}(f_j) = \frac{\sum_{i=1}^j \hat{I}(f_i)}{\sum_{i=1}^{N/2} \hat{I}(f_i)} \quad (\text{II.6})$$

que es una función creciente de la frecuencia.

La varianza de un ruido blanco se distribuye uniformemente por frecuencias, por lo que su peridiograma teórico vendrá dado por:

$$I(f_i) = 2 \sigma_e^2 \quad (\text{II.7})$$

y su peridograma acumulado teórico es la línea recta que pasa por los puntos (0,0) y (0.5,1). En consecuencia, si $e(t)$ es un ruido blanco esperamos que su peridiograma acumulado estimado esté próximo a dicha línea recta. La proximidad a la misma se evalúa mediante el conocido test de Kolmogorov-Smirnov.

II.2. TESTS DE ORTOGONALIDAD.

Existen diversos procedimientos para verificar que dos series temporales son independientes. Si ambas series han sido previamente preblanqueadas, el estimador de su función de correlación cruzada (ccf) puede utilizarse para medir la dependencia o independencia lineal existente entre ellas. Sin embargo, la función de correlación cruzada sólo es adecuada para detectar correlaciones locales. Si existiese una tendencia en la ccf a contener componentes periódicas, serán precisos los test en el dominio de la frecuencia para detectarlas.

Test basado en la Función de Correlación Cruzada.

Si dos series temporales, $x(t)$ e $y(t)$, son independientes, el estimador de su función de correlación cruzada verifica:

$$\hat{\rho}_{xy}(k) \in_{\text{aprox}} N\left(0, \frac{1}{N}\right) \quad (\text{II.8})$$

Sobre este hecho se fundamenta uno de los test de ortogonalidad más usual. Los límites de confianza del 95% para los valores individuales de correlación cruzada vienen dados por $\pm 1.96 (1/N)^{0.5}$.

Como en el caso de la función de autocorrelación, un test global sobre la parte más significativa de la función de correlación cruzada es el de **Ljung-Box**.

$$Q^2 = N(N-2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_{xy}^2(k)}{N-k} \epsilon_{\text{aprox}} X^2(m) \quad (\text{II.9})$$

Test en el Dominio de la Frecuencia.

Sea el proceso multivariado $\{Y(t), X_1(t), X_2(t), \dots, X_q(t)\}$. Si el proceso $Y(t)$ es independiente de los procesos $X_i(t)$, nos encontraremos con funciones de transferencia $H_{yx} = 0$ y, en consecuencia, con valores de coherencia múltiple cuadrática nulos.

En este hecho se fundamenta el test que sigue:

$$\frac{\hat{k}_{y12\dots q}^2(f)}{1 - \hat{k}_{y12\dots q}^2(f)} \frac{v-q}{q} \in F(2q, v-2q) \quad (\text{II.10})$$

siendo $\hat{k}_{y12\dots q}^2(f)$ el estimador de la coherencia múltiple cuadrática, q el número de variables $X_i(t)$ y v la de la ventana espectral utilizada en la estimación de la coherencia múltiple.

Si la hipótesis de coherencia múltiple nula resultase inaceptable, el siguiente tipo de análisis permite determinar qué variables del conjunto $\{X_1(t), \dots, X_q(t)\}$ presenta correlación con $Y(t)$ y cuáles no. La coherencia parcial cuadrática de la variable $X_k(t)$, $k_{y|k}^2(f)$, está relacionada con la múltiple a través de:

$$1 - k_{y|k}^2(f) = \frac{1 - k_{y12\dots q}^2(f)}{1 - k_{yk}^2(f)} \quad (\text{II.11})$$

siendo $k_{yk}^2(f)$ la coherencia múltiple cuadrática correspondiente al conjunto de entradas $X_i(t)$ con $i < k$.

Si $y(t)$ y $X_k(t)$ son independientes, las coherencias múltiples $k_{y12\dots q}^2(f)$ y $k_{yk}^2(f)$ serán iguales y, por tanto, $k_{y|k}^2(f) = 0$. En consecuencia, el estimador espectral de la coherencia parcial cuadrática puede utilizarse como una medida de la dependencia-independencia lineal existente entre $Y(t)$ y cualquiera de los procesos $X_i(t)$.

Como ya indicamos en el Apéndice I, tanto la coherencia múltiple cuadrática como la parcial son estadísticos adimensionales y normalizados. Toman valores entre 0 y 1. 0 indica independencia y 1 identidad.